مقدمة فى

الإحصاء الوصفى

الأستاذ الدكتور
فاروق عبد العظيم

الأستاذ الدكتور
إمتثال محمد حسن

كلية التجارة - جامعة الإسكندرية

١٩٩٧ / ١٩٩٨

الدار الجامعية
طبع - نشر - توزيع
٨٤ شارع زكريا غنيم تانيس سابقاً
☎ ٥٩٦٧٨٨٢

مبادئ
الإحصاء الوصفى

الأستاذ دكتور
فاروق عبد العظيم

الأستاذ دكتور
إمتثال محمد حسن

كلية التجارة - جامعة الإسكندرية

١٩٩٧ / ١٩٩٨

الدار الجامعية
طبع - نشر - توزيع
٨٤ شارع زكريا غنيم تانيس سابقاً
☎ ٥٩٦٧٨٨٢



مقدمة

أصبح التخطيط أسلوباً تعتمده الدول المتقدمة والنامية – على حد سواء – فى إدارة جميع شئونها الإقتصادية والاجتماعية . وقد تبينت الإدارات الحكومية المختلفة ، كما أدركت المؤسسات وقطاع الأعمال بعد ممارستها لهذا الأسلوب فى تنظيم وإدارة أعمالها مدى حاجتها إلى الاحصاءات الدقيقة عن المتغيرات المختلفة التى ترتكز عليها برامج عملها بالإضافة إلى متابعة تنفيذها لهذه الأعمال للكشف عن نواحى القصور والضعف ومختلف الاختناقات التى تعترض مجرى العمليات المتشابكة التى تنظمها هذه البرامج . كما أن تقييم نتائج أعمالها تتطلب مثل هذه البيانات الاحصائية بالاضافة إلى المقاييس الإحصائية التى تساعدها فى استخلاص النتائج والتوجيهات ذات الفائدة عند أعدادها للخطط اللاحقة .

وقد أدت الحاجة إلى الإحصاءات الدقيقة والمقاييس الإحصائية المختلفة إلى اهتمام المسئولين فى جميع القطاعات بتدريس طرق الإحصاء الوصفى وأساليب التحليل الإحصائى وكذلك الاهتمام بتدريب العاملين لديها وذلك أدى بدوره إلى تزايد الطلب على إنشاء معاهد ومراكز لتدريس الاحصاء والتدريب الاحصائى فى جميع دول العالم .

يهدف هذا الكتاب إلى شرح المبادئ الأساسية للطريقة الإحصائية للقارئ المبتدئ فى صورة مبسطة تمكنه من متابعة التطبيقات الإحصائية فى دراساته المختلفة

وخاصة بإدارة الأعمال والإقتصاد والمحاسبة . وكذلك تعتبر مقدمة أساسية ولازمة لمتابعة المقررات اللاحقة لمواد الإحصاء .

ولقد قام الدكتور / إمتثال محمد حسن بكتابة السبع فصول الأولى من الكتاب، كما قام الدكتور / فاروق عبد العظيم بكتابة باقى فصول الكتاب ، فيما عدا الفصل الحادى عشر الذى قام بكتابته الدكتور/ مختار الهانسى .

ونأمل أن يكون هذا الكتاب عوناً لأبنائنا الطلبة فى كليات التجارة والمعاهد التجارية بالإضافة إلى القارئ غير المتخصص حيث لا تتطلب دراسة هذا الكتاب الالمام بالرياضيات المتقدمة .

ونسأل الله تعالى التوفيق لما فيه الخير والسداد ،،،

المؤلفون

محتويات الكتاب

الفصل الأول
الأساليب الإحصائية

تمهيد :

كثيراً ما يختلط الأمر على البعض فيخلطون بين كلمة «احصاءات» وبين كلمة «احصاء». فكلمة إحصاءات تعني مجموعة من البيانات العددية التي تصف ظاهرة معينة ومثال ذلك: احصاءات المواليد والوفيات والاحصاءات السكانية... أما كلمة إحصاء فهي تعني مجموعة من الأدوات في متناول الباحث أو متخذ القرار يطلق عليها الطرق الاحصائية. ويمكن تعريف الطرق الإحصائية بأنها الأساليب المتبعة لتلخيص وتصنيف وتحليل البيانات العددية وإيجاد العلاقة بينها.

ولقد عرفت الاحصاءات من قديم الأزمنة حيث كانت تستخدم لأغراض حربية وضريبية وفلكية، وازدادت أهميتها في القرن الثامن عشر وخاصة بعد نشوب الثورة الصناعية حينما أيقن رجال الأعمال ضرورتها من أجل إتخاذ قرارات سليمة. إلا أن الإحصاء كعلم لم يظهر إلا في القرن الثامن عشر، وكان أول من أرسي قواعده العالم كواتيله Quetelet (١٧٩٦ - ١٨٧٤).

والإحصاء بمفهومها الحديث تخدم الباحثين في جميع الميادين العلمية ومتخذي القرارات في المجالات العملية. وعلى سبيل المثال فان الباحث في مجال الاقتصاد يستطيع أن يختبر نظرياته عن سلوك المستهلك أو علاقة المستخدم المنتج عن طريق استخدام الطرق الاحصائية. كما أن الباحث في مجال الطب يستخدم نفس هذه الأساليب لقياس كفاءة دواء جديد أو لإيجاد العلاقة بين التدخين ومرض معين.. كما يستخدمها أيضاً الباحث في المجال الزراعي لمعرفة آثار الأسمدة المختلفة على

محصول معين مثلاً... ويمكن القول عموماً انه لا يوجد ميداناً من ميادين البحث العلمي إلا وطرقه علم الإحصاء ولعب دوراً كبيراً في تطوره. هذا وبالنسبة لمتخذي القرارات سواء كانت قرارات إدارية أو حربية فإنه لن يستطيع أن يستغني عن الأساليب الإحصائية في دراسته للقرارات البديلة قبل إتخاذ قراره.

ونتناول في هذا الفصل كل من أنواع الأساليب الاحصائية، والمراحل الأساسية في البحث الاحصائي، والأخطاء الاحصائية:

أولاً ـ تقسيم الأساليب الاحصائية:

يمكن تقسيم الأساليب الاحصائية الى ثلاثة أقسام رئيسية:

١ ـ **الاحصاء الوصفي Descriptive Statistics**: وهي تختص بوصف خصائص البيانات المستخدمة في البحث الاحصائي. فاذا كانت لدينا بعض البيانات خاصة بظاهرة معينة، فعلى الإحصاء الوصفي أن يبين لنا كيف يتم توزيع هذه البيانات وما إذا كانت تتمركز حول قيمة معينة أم انها متباينة، وإذا ما كانت هناك علاقة بين ظاهرة وظاهرة أخرى. وما قوة هذه العلاقة.

٢ ـ **الاستدلال الإحصائي Statistical Inference**، وهو يختص باستخلاص نتائج عامة من بعض المشاهدات ويتم ذلك عن طريق أسلوب المعاينة الاحصائية Statistical Sampling أو أسلوب المعاينة كما يسميه البعض.وتجدر الإشارة هنا إلى تعريف كل من المجتمع والعينة. يقصد بالمجتمع Population or Universe جميع المفردات موضع الدراسة والتي نريد معرفة حقائق عنها سواء كانت هذه المفردات في شكل إنسان أو حيوان أو جماد. فعلى سبيل المثال قد يكون لدينا مجتمع من سكان مدينة معينة أو مجتمع من الخيل أو مجتمع من درجات إمتحان الطلبة في مادة معينة... ويقصد بالعينة Sample مجموعة من مفردات المجتمع مثال: عينة من سكان مدينة معينة أو عينة من درجات امتحان الطلبة في مادة معينة...

هذا ويختص أسلوب المعاينة الاحصائية بدراسة وتحليل مجموعة صغيرة من المفردات ـ أي عينة منها ـ حتى يتم الوصول إلى نتائج يمكن تعميمها على مجتمع هذه المفردات بأسره. وفي هذه الدراسات هناك احتمال أن العينة المستخدمة لا

تمثل المجتمع تمثيلا حقيقيا، لذلك فإن أي « معلومة » تستنتج من عينة ما يجب أن ينظر اليها على أنها تقريب للمعلومة الفعلية المناظرة لها، أي المعلومة التي كان سيحصل عليها إذا ما تم تحليل ودراسة المجتمع بأسره. هذا وتمكن الطرق الاحصائية الباحث من تحديد ما الذي يتوقعه من خطأ نتيجة لاستخدام الاستدلال الاحصائي.

٣ ـ التنبؤ الاستدلالي: ويقصد به استخدام المشاهدات الماضية للاستدلال بها لما سيحدث للظاهرة موقع البحث في فترة زمنية مقبلة. فإذا فرضنا أن لدينا علاقة خطية بين متغير س ومتغير آخر ص، ولتكن ص هي المبيعات من سلعة معينة، وس الزمن بالسنوات، ولنفرض أننا نريد التنبؤ بمبيعات هذه السلعة في فترة زمنية مقبلة. أن التنبؤ هنا يقوم على استخدام العلاقة بين المتغيرين للاستدلال على قيمة المتغير ص ـ أي كمية المبيعات ـ في فترة زمنية مقبلة استناداً الى استمرار العلاقة في المستقبل على ما كانت عليه في الماضي.

← ثانياً ـ المراحل الأساسية في البحث الاحصائي

هناك طرق مختلفة لتقسيم المراحل الأساسية التي يمر بهاأي بحث إحصائي،وفي دراستنا لهذه المراحل سنميز بين ستة مراحل أساسية وهي:

١ ـ تحديد المشكلة موضع البحث.

٢ ـ جمع البيانات الخاصة بها.

٣ ـ القيام بأبحاث ميدانية، إذا استلزم الامر ذلك.

٤ ـ تصنيف البيانات.

٥ ـ عرض البيانات.

٦ ـ تحليل البيانات احصائياً.

وفيما يلي سنعرض هذه المراحل بإيجاز:

١ ـ تحديد المشكلة محل البحث:

أن أول خطوة في أي تفكير منطقي هي تحديد المشكلة محل البحث، وكثيراً ما تهمل هذه الخطوة إذ أن الباحث أو متخذ القرارات يظن أنه يعرف المشكلة جيداً

في حين أنه في الواقع لا يعرفها بالتحديد. لذا يجب على الباحث أن يحدد المشكلة في شكل أسئلة محددة. وتحديد المشكلة بهذه الصورة يرشد الباحث الى البيانات الواجب جمعها بالإضافة الى الطرق التي ستتبع لحل هذه المشكلة.

٢ ـ جمع البيانات الخاصة بالبحث:

إن الخطوة المنطقية التالية لتحديد المشكلة موضع البحث هي جمع البيانات الخاصة بها. لذلك يجب بادىء ذي بدء معرفة ما هي البيانات التي سبق وأن جمعت في هذا الموضوع، حتى لا يضيع الوقت والمجهود في إعادة جمعها. وكثيراً ما تكون هذه البيانات معروضة في صورة مناسبة، إلا أنه كثيراً ما يكون من اللازم وضعها في شكل جداول أو رسوم بيانية أو تقارير حتى يسهل على الباحث أو متخذ القرار فهمها. وهناك بعض الهيئات التي تقوم بنشر المعلومات مباشرة كالجهاز المركزي للتعبئة والإحصاء في ج. م. ع.

٣ ـ القيام بأبحاث ميدانية:

بعد إجراء المرحلتين السابقتين قد يتضح أن البيانات المتوفرة لا تمثل كل البيانات اللازمة للبحث. فإذا ما كانت البيانات الناقصة مهمة لدرجة تبرر تكلفة جمعها، وإذا كان هناك وقت كاف لإجراء هذا البحث الميداني، فان الخطوة التالية هي تجميع البيانات من مصادرها الأولية. هذا وتعتبر مسألة الاكتفاء بالبيانات الموجودة أو القيام بأبحاث ميدانية إضافية من الأمور الصعب البت فيها، وعلى الباحث أو متخذ القرار حسم هذا الأمر.

٤ ـ تصنيف البيانات:

ويقصد بالتصنيف وضع المشاهدات المتشابهة في مجموعات، بحيث تشترك المشاهدات في داخل مجموعة معينة في خاصية معينة تميزها عن غيرها من المشاهدات في المجموعات الأخرى. وتعتبر مرحلة التصنيف هي الخطوة الأولى في عملية تحليل البيانات.

٥ ـ عرض البيانات:

بعد تصنيف البيانات تأتي مرحلة عرضها، والطريقة الأكثر انتشاراً في هذا الصدد هي وضع البيانات في شكل جدول مكون من أعمدة وصفوف. وإذا كان عدد المجموعات في التصنيف صغير، يمكن عرض البيانات على شكل فقرة paragraph، أما إذا كان عدد البيانات كبير فلا بد من عرضها في شكل جداول.

كما يمكن استخدام الرسم البياني في عرض البيانات. ويمكن القول أن الرسم البياني يعطي فكرة تقريبية عن البيانات في حين ان الجداول تعطي فكرة تفصيلية عنها. إلا ان الرسم البياني يمتاز بأنه يظهر بعض الحقائق الخاصة بالبيانات كما أنه يمكن من إبراز العلاقات بينها أكثر مما يحدث في حالة الجداول. وعموماً فان الرسوم البيانية ليست بدائل لجداول البيانات، ولكنها تعتبر طريقة لتحليلها.

٦ ـ التحليل الإحصائي:

يكتفي الباحث أو متخذ القرار، في بعض الأحيان بالجداول أو الرسوم البيانية، إلا انه في بعض أحيان أخرى يكون في حاجة الى قدر كبير من التحليل الإحصائي حتى يصل الى النتائج المرغوبة. وتعتبر مرحلة التحليل الإحصائي هي الخطوة الأخيرة في مراحل البحث الإحصائي. ومن الجدير بالذكر أنه ليس هناك حد فاصل بين تجميع وتحليل البيانات الإحصائية.

ثالثاً ـ الأخطاء الإحصائية:

قد يصادف الباحث في مراحل البحث المختلفة بعض الأخطاء الإحصائية. وقد تنتج الأخطاء الإحصائية عن خطأ في تدوين المعلومات أو في عملية الحسابات مما يؤدي للوصول إلى نتائج خاطئة. وبالإضافة إلى هذا النوع من الأخطاء ـ فهناك أخطاء تنتج عن سوء تحليل البيانات الإحصائية، وهذه الأخطاء لا يمكن التعرف عليها بسرعة وسهولة، إلا أنها تؤدي إلى نتائج خاطئة. ويتمثل هذا النوع الأخير من الأخطاء في التحيز، عدم قابلية البيانات للمقارنة، التنبؤ غير السليم للاتجاه العام، وضع مسببات خاطئة، المقارنة بحالة غير عادية والعينة غير السليمة :

وسنتناول كل نوع من هذه الأخطاء بشيء من التفصيل.

١ ـ خطأ التحيز:

من الأخطاء الشائعة في استخدام التحليل الاحصائي الخطأ غير المقصود من جهة المحلل او المستخدم للبيانات، فمن الصعب على الانسان أن يكون موضوعياً كلية وألا يكون لديه آراء عن موضوع معين، مما قد يؤثر في نتائج تجميع وتحليل البيانات الاحصائية. وببساطة، فإن التحيز يعني أن يعطي الشخص وزن أكبر للمعلومات التي تتمشى مع وجهة نظره عن تلك التي تعطيها البيانات.

وهناك حالة قصوى للتحيز وهي حينما تكون النتيجة محددة مسبقاً، ثم تجرى التحليلات الإحصائية لإيجاد المبررات لهذه النتيجة. لذلك يقول البعض ان الإحصاء وسيلة لإثبات ما يريدون قوله.

٢ ـ عدم قابلية البيانات للمقارنة:

تتطلب إجراء المقارنات بالنسبة لمتغير معين أن تكون البيانات ذاتها قابلة للمقارنة، فتظهر مشكلة قابلية البيانات للمقارنة عند الحاجة لمقارنة مستوى المعيشة اليوم بمستوى المعيشة منذ نصف قرن مضى، فكثير من بنود الميزانية اليوم لم تكن موجودة أو لم تكن ذات أهمية تذكر منذ خمسين عاماً مضت. وبالمثل بمقارنة عدد الوفيات الناتجة من مرض معين، فقد تظهر السنوات الأخيرة معدل متزايد في هذه الظاهرة ناتج من أن تحديد سبب الوفاة أصبح أكثر دقة عما كان، وبالتالي فلا يمكن اجراء المقارنة في هذه الحالة.

٣ – التقديرات غير السليمة للاتجاه العام:

يعتمد اتخاذ القرارات على التنبؤ بالمستقبل. وقد يعتمد التنبؤ بالمستقبل على تحديد الاتجاه العام للظاهرة محل الدراسة في الماضي وإفتراض عدم تغير هذا الاتجاه في المستقبل الا ان التنبؤ في هذه الحالة لا يكون سليماً إلا إذا ظلت الظروف المحيطة بالظاهرة ثابتة لا تتغير. فعلى سبيل المثال التنبؤ بزيادة السكان في المستقبل على أساس أن معدل النمو ثابت، وبدون الأخذ في الحسبان أن هذه المعدلات قد

تتغير، يعتبر تقديراً غير سليم.

٤ ـ افتراضات خاطئة خاصة بالعلاقة السببية:

إن تفهم علاقة السببية بين الظاهرة من العوامل الهامة في اتخاذ القرارات إلا ان التحديد الدقيق للعامل المسبب لظاهرة معينة ليس بالأمر الهين، وحتى إذا ما استخدمت بيانات احصائية دقيقة عن ظاهرة معينة فإنه ليس من السهل تحديد سبب حدوث هذه الظاهرة. فمن الأخطاء الشائعة استنتاج ان حدوث ظاهرتين في وقت واحد يعني أن أحدهما مسبب للآخر. فمن السهل عادة اعتبار أن أحد الظاهرتين مسبب للآخر بينما الحقيقة ان كليهما حدثا نتيجة مسبب ثالث.

وعلى سبيل المثال إن العديد من النظريات الخاصة بتفسير الدورة التجارية كانت تعتمد على اختيار أحد العوامل وتحاول تفسير كل التقلبات التي تطرأ على النشاط الإقتصادي بأنها ناتجة عن تقلبات هذا العامل. فتفترض أحد هذه النظريات مثلاً أن التغيرات في حجم النشاط الإقتصادي مرده الى التغيرات في سعر الفائدة، حيث ينكمش النشاط الإقتصادي عقب رفع سعر الفائدة، وينتعش هذا النشاط عقب خفض سعر الفائدة. إلا أن هناك من الدلائل على ان علاقة السببية المبسطة هذه لا تفسر ظاهرة الدورة التجارية تفسيراً كاملاً.

وأحد الأمثلة البسيطة للعلاقة السببية الخاطئة يتمثل في تفسير الارتباط بين ازدياد عدد المترددين على المساجد والكنائس وتزايد حالات الإجرام في مدينة معينة بأن أحد هاتين الظاهرتين مسبب للآخر. إلا أنه بالبحث يمكن أن تجد أن السبب الحقيقي لكل من الظاهرتين السابقتين هو ازدياد عدد السكان في المدينة.

٥ ـ المقارنة بأساس غير عادي:

تتطلب مقارنة البيانات الاقتصادية والتجارية لفترات مختلفة أن تكون الفترة المتخذة أساساً للمقارنة فترة عادية، فاذا كانت الفترة المتخذة أساساً للمقارنة فترة غير عادية فان المقارنات قد تؤدي إلى نتائج مضللة. فعلى سبيل المثال إذا ما أردنا مقارنة محصول القطن المصري في سنة معينة بأحد السنوات السابقة فيجب التأكد أن لا تكون السنة المتخذة أساساً للمقارنة هي أحد السنوات التي كانت الإصابه

فيها بدودة القطن إصابة شديدة، حيث أن المقارنة في هذه الحالة سوف تظهر تحسناً وهمياً كبيراً في إنتاج القطن.

٦ ـ عدم سلامة العينة:

يعتمد التحليل الإحصائي بدرجة كبيرة على استخلاص النتائج من أسلوب المعاينة لتحديد خصائص مجتمع معين. إلا أنه يجب أن يكون واضحاً أن صحة النتائج التي يتم استخلاصها عن طريق أسلوب المعاينة يعتمد أساساً على مدى سلامة اختيار العينة. فاذا ما أختيرت العينة بطريقة سليمة فان خصائص العينة تمثل خصائص المجتمع تمثيلاً صحيحاً. أما في حالة اختيار العينة بطريقة غير سليمة فان خصائص العينة قد لا تعكس خصائص المجتمع. وتجدر الإشارة هنا إلى أننا سنتناول أسلوب اختيار العينات في فصل قادم.

الفصل الثانى
جمـع البيـانـات

رأينا سلفاً أن الخطوة الأولى في البحث الإحصائي هي تحديد المشكلة موضع البحث. بعد تحديد المشكلة، ووضعها في صورة رياضية - إذا أمكن ذلك - فإن الخطوة التالية هي جمع البيانات. وسنتناول بالدراسة في هذا الفصل: مصادر المعلومات وأساليب جمع البيانات وأيضاً طرق جمع البيانات في حالة الأبحاث الميدانية.

١ - مصادر المعلومات:

بالنسبة لمنشأة معينة يمكن تقسيم المعلومات الى نوعين: المعلومات التي تنشأ بداخل المنشأة نفسها والمعلومات التي تنشأ خارجها. فالمعلومات المتعلقة بمنشأة معينة تسمى بالبيانات الداخلية بالنسبة لهذه المنشأة. ويتمثل مصدر هذه البيانات في سجلات أو تقارير بداخل المنشأة. أما المعلومات التي تختص بنشاط خارج المنشأة نفسها فتسمى بالبيانات الخارجية. ويستطيع رجل الأعمال أن يستقي المعلومات الخارجية من بيانات تنشرها جهات أخرى.

وفي حالة استخدام البيانات المنشورة، يمكن تقسيم مصادر المعلومات الى نوعين: مصادر أولية ومصادر ثانوية. والمصادر الأولية هي تلك المصادر التي تجمع البيانات وتنشرها بنفسها مثل الجهاز المركزي للتعبئة والإحصاء في جمهورية مصر العربية. أما المصادر الثانوية فهي تلك المصادر التي تعيد نشر البيانات التي جمعتها المصادر الأولى.

ومن الأفضل استخدام المصادر الأولية كلما أمكن ذلك، فهي عادة ما تحتوي على شرح تفصيلي للبيانات التي قامت بجمعها. أما البيانات الثانوية فهي تعطي شرح أقل لمعنى الاحصائيات المنشودة، وكثيراً ما لا تحتوي على أي تقسيم يذكر. وتتميز المصادر الثانوية بأنها عملية، فالباحث يستطيع أن يجد كثير من البيانات في مجلد واحد بدلاً من اللجوء لعدد كبير من المصادر الأولية.

٢ ـ أساليب جمع البيانات:

لقد رأينا في الفصل الأول الفرق بين المجتمع والعينة. وإذا ما أراد الباحث أن يقوم بجمع بيانات عن جميع مفردات المجتمع نكون إزاء أسلوب الحصر الشامل. أما إذا قرر الباحث أخذ بيانات عن بعض المفردات من المجتمع فنكون إزاء أسلوب المعاينة. ويستخدم الأسلوب الأول في التعدادات السكانية والزراعية والصناعية. ويعاب على هذه الطريقة كثرة التكاليف في المال والوقت والجهد. أما أسلوب المعاينة فيتمتع بميزات عديدة نذكر منها.

١ ـ أنه يعطى نتائج سريعة نتيجة لسرعة الحصول على البيانات وسرعة تحليلها.

٢ ـ أنه أسلوب غير مكلف.

٣ ـ أنه أسلوب عملي، فمثلاً إذا كانت طبيعة البحث تتطلب القضاء على المادة محل البحث، فمثلاً عند دراسة عمر المصابيح الكهربائية، يعتبر أسلوب العينات هو الأسلوب العملي الوحيد.

٣ ـ شروط أسلوب المعاينة:

إن اسلوب المعاينة يستخدم للحكم على خصائص المجتمع عن طريق دراسة عينة من هذا المجتمع، إلا أنه لكي يكون هذا الحكم سليماً يجب أن يراعى في العينة ما يأتي:

أ ـ أن تكون العينة كبيرة بدرجة كافية حتى يمكن إهمال آثار القيم الشاذة على المتوسط. وكلما زادت عدد مفردات العينة كلما زادت درجة الثقة في النتائج المتحصل عليها بوصفها ممثلة للمجتمع، هذا ويمكن القول أن خطأ المعاينة يتناسب

تناسب عكسي مع الجذر التربيعي لعدد المفردات في العينة.

ب ـ ان اختيار العينة يجب أن يكون اختياراً عشوائياً بمعنى أن كل مفردة من المجتمع يكون لها نفس الفرصة في أن تختار لتكوين العينة.

أنواع العينات:

تختلف أنواع العينات تبعاً لاختلاف خصائص المجتمع المراد دراسته. ويمكن تقسيم العينات الى: عينة عشوائية بسيطة، وعينة طبقية، وعينة منتظمة، وعينة متعددة المراحل، وعينة حصصية. وفيا يلي سنتعرض لكل نوع من هذه الأنواع.

١ ـ العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample

إذا كانت مفردات المجتمع متجانسة يتم اختيار العينة العشوائية منها مباشرة دون الحاجة لتنظيم تلك المفردات بطريقة أو بأخرى (كما سنرى في حالة الأنواع الأخرى من العينات) ولذا فقد أطلق على هذا النوع العينة العشوائية البسيطة. هذا ويمكن الحصول على العينة العشوائية البسيطة بطريقة السلة أو عن طريق جداول الأرقام العشوائية، أو باستخدام الحاسب الآلي.

وتتلخص طريقة السلة في ترقيم كل مفردة من مفردات المجتمع، وتكتب هذه الارقام في بطاقات ورق صغيرة وتوضع في سلة، ثم تسحب من السلة بطاقة بعد الأخرى حتى يتم تكوين العينة المطلوبة. وهذه الطريقة بدائية في اختيار الارقام العشوائية.

وتعتبر جداول الأرقام العشوائية طريقة عملية في الحصول على هذه الارقام ويبين جدول رقم ١ بعض الأرقام العشوائية كما تظهر في الجدول.

١٣٣٨٧٧	٨٩٤١٦٨	٦٧٠٦٦٤	٠٠٧٦٧٣	٤٣٦٣٧٢
٠٩٩٣٣٥	١٧٢٣٠٥	٤٢٨٩٧٩	٧٧٥٤٢٥	٠٠٤٠٧١
٢٠٤٠٩٢	٣٨٢١٠	٥٨٩٣٠٦	٤٢١٧٩٨	٢٧٣٠١٤
٩٠٦٩٧٥	٣٩٠٦٠٥	٠٤٠٨٥٧	٢٠٦٢٩٣	١٧٣٠٠٢
٣٨٧٤٣٠	٥١٣٠٨٧	٧٣٨٧١٨	٣٥٤٥٦٥	٤٦٥٦٠٩
٠٤٥٨٩٠	٣٦٣١٦٥	٤٦٥٧١	٦٣٣٥٦٧	٤٨١٧٤٠
٨٣٧١٥٩	١٤٣٩٧٩	٩٩٨٣٥٢	٢١٩٢٥٩	٩٢٤٨٧٥
٧٩٠٥٧٨	٩٨٢١٠٥	٥٤٠٥٧٠	٧٢٤٣٠٧	٣٦٩٦٢١
٥٠٩٩٩٨	٣١٦٦٥٢	٦٧٨٥٤٩	٤٦٨١١٥	٣٨٧٤٦٩
٠٦٧٠٤٥	٢٣٨٢٩٥	٠٤٢٤٥٨	٢٧٥٤١٣	٤٩٩٣٠٠
٣٠٧٦٣٤	٥٤٠٣٣٧	٣٥٠٥٨٧	٠١٣٦٩٢	٤٢٢٩٣٩
٩٨٠٦٢٠	٨٧٥٢٢٨	٤٩٦٠١٧	٥٨١١٦٥	٢٥١٦٨٤

جدول رقم (١): بعض الارقام العشوائية كما تظهر في جداول الارقام العشوائية.

ولفهم طريقة الحصول على الارقام عشوائية من الجداول دعنا نفترض أننا نريد تكوين عينة من ٢٠٠ من مجتمع عدد مفرداته ٢٠٠٠ مفردة. وإذا رقمنا مفردات المجتمع من ١ الى ٢٠٠٠، وفتحنا أحد صفحات جداول الأرقام العشوائية وقرأنا من أعلى إلى أسفل الأرقام المكونة من ٤ خانات مستبعدين الأرقام التي تزيد عن ٢٠٠٠، وبالنظر في جدول رقم ١، فإن المفردة الأولى في العينة ستكون المفردة التي ترتيبها ١٣٣٨، والمفردة الثانية ستكون المفردة التي ترتيبها ٤٥٨، وهكذا الى أن يتم اختيار ٢٠٠ مفردة المكونة للعينة العشوائية. ويجب ملاحظة عدم تكرار أي رقم أكثر من مرة حتى لا يتكرر اختيار أي مفردة من مفردات العينة.

ب ـ العينة الطبقية: Stratified Sample

تستخدم العينة الطبقية عندما يكون المجتمع غير متجانس: وطبقاً لهذه الطريقة يقسم المجتمع الى طبقات أو مجموعة من المفردات تكون متجانسة داخل كل طبقة،

ثم تختار مفردات كل طبقة عشوائياً، وتمثل كل طبقة داخل العينة بنفس النسبة الموجودة بها في المجتمع حتى يتم تمثيل المجتمع تمثيلاً صادقاً. وفي هذه الحالة إذا ما أختيرت عينة عشوائية بسيطة فأنها لن تكون ممثلة للمجتمع تمثيلاً صادقاً.

وعلى سبيل المثال: إذا أجري بحث إحصائي على مدينة معينة يمثل فيها الأشخاص المسنين (فوق سن ٦٠ سنة) ٣٠٪ من السكان، ويمثل فيها الأفراد أقل من ٢١ سنة نسبة ١٠٪ فاذا فرضنا أن العينة المراد سحبها ستتكون من ١٠٠٠ شخص، فسيكون توزيع مفردات العينة الى ٣ طبقات كالآتي:

٣٠٠ شخص فوق ٦٠ سنة.

٦٠٠ شخص سنهم ينحصر بين ٢١ و٦٠ سنة.

١٠٠ شخص سنهم تحت ٢١ سنة.

وهكذا فان كل مجموعة من الأعمار ستكون ممثلة بنسبتها الحقيقية في العينة.

جـ ـ العينة المنتظمة: Systematic Sample

وطبقاً لهذه الطريقة يقسم المجتمع الى فترات متساوية ثم تختار المفردة الأولى عشوائياً ويعرف ترتيبها، ثم بعد ذلك يؤخذ نفس هذا الترتيب في الفترة التالية. فاذا ما كان هناك كشف بكل مفردات العينة وإذا اختيرت المفردة رقم (ن) عشوائياً، ثم بعد ذلك تختار المفردة الثانية بعد عدد (ن) من المفردات، وهكذا فان كل مفردة تختار بعد عدد (ن) من المفردات التالية. ولن تكون العينة عشوائية إلا إذا كانت المفردات في الكشف هي نفسها مرتبة عشوائياً. وتكون هذه العينة سليمة ما لم تكن هناك بعض الصفات المعينة التي تميز المفردات المختارة. فمثلاً إذا ما كان المجتمع خاص بالمنازل في حي معين، وإذا ما صودف ووقع أول منزل مسحوب عشوائياً على ناصية أحد الشوارع، فان هذا يعني أن بقية المنازل ستكون أيضاً على الناصية، وبالتالي تكون العينة متحيزة.

د ـ العينة المتعددة المراحل: Multi - Stage Sample

وكما يظهر من الإسم فان اختيار هذه العينة يتم على عدة مراحل. ويستخدم هذا النوع من العينات إذا ما كان المجتمع كبير جداً ويتكون من أقسام غير

متجانسة فيما بينها، فتختار عينة عشوائية من هذه الأقسام، وقد يكون كل قسم بدوره مقسم الى أقسام أخرى، فتختار عينة عشوائية من كل منها، وهكذا... فمثلاً من محافظات احدى الدول يمكن إختيار ٥ محافظات عشوائياً، ومن هذه المحافظات الخمس قد تختار عينة عشوائية من ٥ مدن، ومن كل هذه المدن الخمسة تختار عينة عشوائية من ١٠٠ شخص، ويكون لدينا ٢٥٠٠ مفردة. وطالما أن العينة كبيرة بدرجة كافية لتغطية المجتمع الكبير بأسره، فيمكن اجراء الأبحاث الميدانية بأقل تكلفة في الوقت والمال. وهذا النوع من العينات هو أفضل نوع في حالة اجراء بحث على مجتمع كبير بتكاليف محدودة.

هـ - العينة الحصصية Quota Sample

وفي هذه الحالة تقسم العينة الى حصص، وتمثل كل حصة عدد الأشخاص التي سيجري البحث الميداني معهم تاركين اختيار الأشخاص أنفسهم الى القائم بالمقابلة، ومن هنا يدخل عنصر التحيز لهذا النوع من العينات. وتختار الحصص بحيث تمثل العينة المجتمع تمثيلاً صحيحاً، والمثال الآتي يبين ذلك.

لنفرض أننا نريد عينة من ٤٠٠ شخص مقسمة حسب الجنس وملكيتهم. ولتكن نسبة الرجال الى السيدات في المجتمع محل البحث هي ٩ : ١١، ونسبة الملاك لغير الملاك هي ٣ : ٢، فإن الحصص ستوزع كما يأتي.

	١٣٢	ملاك سيدات
	٨٨	سيدات غير ملاك
٢٢٠		مجموع السيدات
	١٠٨	ملاك رجال
	٧٢	رجال غير ملاك
١٨٠		مجموع الرجال.
٤٠٠		حجم العينة.

٣ – طرق جمع البيانات الاحصائية فى حالة الأبحاث الميدانية :

كثيراً ما يحتاج الباحث إلى اجراء أبحاث ميدانية لجمع البيانات التى يحتاجها ، ويتم ذلك عن طريق القيام ببعض المشاهدات أو وضع بعض الأسئلة وفى كل من هاتين الطريقتين يجب على الباحث الاحتفاظ بسجلات تدون فيها المشاهدات أو الإجابات على أسئلته . وتعتبر هذه السجلات المراجع الأساسية التى بمقتضاها يقوم الإحصائى بتبويب هذه البيانات ، وفى حالة جمع البيانات عن طريق الأسئلة فإن هذه الاسئلة عادة ما توضع فى شكل : صحيفة الاستقصاء أو الاستبيان **quéstionnaire** أو كشف البحث **Schedule** وفيما يلى سنتعرض لطريقة المشاهدة ثم لطريقة الأسئلة .

أ – طريقة المشاهدة :

إن الطريقة العملية للمشاهدة تتطلب ان تكون النتائج ناجمة من تجربة موضوعه تحت الرقابة ، فإذا كانت جميع العوامل فى تجربة معينة موضوعة تحت رقابة الباحث ، فإن التغيرات فى النتائج تكون راجعة للتغيرات المقصودة فى أحد هذه العوامل . أما بالنسبة للمشاهدة فى مجال الاحصاء ، فعادة ما يضطر الباحث من أخذ مشاهداته من ظروف لا يمكن إخضاع العوامل المكونة لها إلى الرقابة . ولنأخذ كمثال دراسة المرور ، وهى الدراسة التى تعطى المعلومات اللازمة لتخطيط الطرق . فى هذه الدراسة يعتمد الباحث على طريقة المشاهدة فى جمع البيانات ، فيقوم بعد عدد العربات التى تمر فى نقطة معينة ، والزمن الذى تمر فيه من هذه النقطة . ويمكن للباحث استخدام بعض الأجهزة الاتوماتيكية التى تسهل عملية العد .

أن كمية وشكل المعلومات التى يمكن للاحصائى الحصول عليها بالمشاهدة محدودة ، إلا أن هناك قدر كبير من المعلومات يمكن الحصول عليها عن طريق سؤال الأشخاص التى لديهم هذه المعلومات ، وعموماً حينما يكون فى الإمكان الحصول على المعلومات عن طريق المشاهدة ، فإن هذه الطريقة تكون أفضل من طريقة الأسئلة .

ب ـ طريقة الأسئلة

نظراً لضيق نطاق طريقة المشاهدة في الحصول على البيانات فان طريقة الاسئلة هي الطريقة الأكثر انتشاراً. وللحصول على البيانات عن طريق الاسئلة يمكن استخدام أي طريقة من طرق الاتصال. كالخطابات والتليفون والمقابلة الشخصية. وتختلف مزايا كل طريقة من طرق الاتصال باختلاف الظروف، وعموماً فان أفضل طريقة هي التي تضمن الحصول على المعلومات المطلوبة بدرجة أكثر من الدقة وبأقل تكلفة ووقت ممكن. وبالنسبة لطريقة الخطابات فهي أقل الطرق تكلفة ولكنها لا تنجح في الحصول على المعلومات من كل شخص مرسل اليه. أما طريقة المقابلة الشخصية فهي أكثر نجاحاً في الحصول على المعلومات، ولكنها تعتبر أكثر تكلفة من طريقة الخطابات. أما طريقة التليفون فهي أقل تكلفة من طريقة المقابلة الشخصية، إلا أن هناك العديد من المعلومات لا يمكن الحصول عليها بدقة عن طريق التليفون، فضلاً عن أن كثيراً ما لا يمكن التحدث مع الشخص المقصود.

ولقد بينت التجربة العملية انه يمكن الحصول على البيانات من عدد أكبر من الأشخاص عن طريق المقابلة الشخصية. إلا أنه نظراً للتكلفة الكبيرة التي تتضمنها هذه الطريقة، فان الاحصائيون لجأوا الى الحصول على معلوماتهم بأكثر من طريقة. فعلى سبيل المثال يحاولون بادىء ذي بدء الحصول على معلوماتهم عن طريق البريد، ثم يحاول الباحث الاتصال بالأشخاص الذين لم يجيبوا على الاسئلة بطريقة أخرى كالتليفون، وإن لم تنجح هذه الطريقة أيضاً فيلجأ الى المقابلة الشخصية.

وكما ذكرنا سلفاً فان الاسئلة عادة ما توضع في شكل كشف بحث أو صحيفة استقصاء. ويختلف كشف البحث عن صحيفة الاستقصاء في ان الأول يقوم الباحث بملئه بنفسه، وكثيراً ما يترك في الكشف فراغ يضع فيها بعض الاسئلة ـ التي يرى أنها ملائمة لغرض البحث ـ والإجابات عليها، وكذلك بعض ملاحظاته. أما صحيفة الاستقصاء فهي التي يقوم بملئها الشخص نفسه الموجه اليه الأسئلة.

أن نوع الأسئلة المستخدمة في تصميم صحيفة الاستقصاء تختلف تبعاً لنوع المعلومات الواجب تدوينها وتبعاً لما إذا كانت ستكتب بمعرفة الشخص الذي يعطي هذه المعلومات أو الشخص الذي يقوم بجمعها. وهناك بعض المبادىء الواجب مراعاتها عند تصميم صحيفة الاستقصاء ويمكن تلخيص هذه المبادىء فيما يلي:

١ - يجب أن تكون صحيفة الاستقصاء قصيرة قدر الإمكان. أن انتشار استخدام صحف الاستقصاء يجعل من الضروري استخدام عدد صغير من الأسئلة لذلك فيجب ان تتضمن الصحيفة الأسئلة الهامة فقط أي الأسئلة التي تعطي المعلومات المطلوبة للبحث فقط فكلما زاد عدد الأسئلة كلما قلت عدد الاستمارات المملوءة. وفي حالة استخدام طريقة المقابلة الشخصية، فان صحيفة الاستقصاء الطويلة تأخذ وقت أطول ومن ثم تكون أكثر تكلفة.

٢ - يجب ان تكون الاسئلة واضحة. وقد يبدو هذا الشرط بديهي الا انه كثيراً ما لا يطبق. فالسؤال الواضح المحدد يكون له فرصة أكبر في ان يجاب عليه، وفضلاً عن ذلك، فالأجوبة على سؤال غير واضح لا تكون ذات قيمة. وهناك طريقة لجعل الاسئلة واضحة وهي عن طريق تحديد شكل الإجابة التي ستأخذها فمثلاً

هل تملك سيارة؟ ——— ما ماركتها؟ ———
(نعم أم لا) الماركة

وهناك طريقة أخرى وهي إعطاء جميع الإجابات الممكنة والمطلوب من الشخص الذي يقوم بملأ الصحيفة أن يعلم أمام الإجابة الصحيحة. فمثلاً:

هل تقرأ إعلانات عن المأكولات في الجرائد والمجلات؟

دائماً ——— ، أحياناً ——— ، نادراً ——— ، أبداً ———

(ضع علامة من فضلك أمام الإجابة المناسبة)

وهذه الطريقة تكون فعالة إذا ما كانت تحتوي على جميع الإجابات الممكنة.

٣ – أن تكون الاسئلة من الممكن الإجابة عليها : أحياناً تكون الاسئلة صعبة الأجابة عليها ، بمعنى أن الأشخاص لا يعرفون فى الواقع الإجابة عليها . فمثلاً الأسئلة التى تقول لماذا يشترى المستهلك هذه السلعة أو بسبب اعجابه أو علم إعجابه بعض الأشياء تعتبر من الأسئلة الصعب إجابتها ، فقد يقوم الشخص باستهلاك سلعة معينة دون أن يدرى لماذا يستخدم هذه السلعة بالذات ، والذى يحدث فى مثل هذه الحالة أنه يجيب أى إجابة على هذا السؤال .

وفضلاً عن ذلك ، هناك أسئلة من المتوقع ألا يجاب عليها وهى الأسئلة المتعلقة بمعلومات شخصية أو سرية . فعلى سبيل المثال لا يجب أحداً أن يطرق غريب داره ويسأله عن دخل الأسرة ، كما أنه من المتوقع أن يمتنع الموظفين الإفصاح عن مبلغ المبيعات الصافية ، أو الكمية المباعة من بعض السلع ، أو مقدار الربح الصافى وغيرها ...

٤ – الابتعاد عن الأسئلة الإيحائية . أى الأسئلة التى تؤثر على الأجوبة . ومن الأسئلة الإيحائية أن يسأل القائم بالبحث لحساب إحدى الشركات المنتجة للمكاوى الكهربائية : « لماذا تفضلين مكواتنا الكهربائية ؟ » . وتكون الطريقة الأفضل للسؤال . « أى مكواة كهربائية تفضلين ؟ » . ثم يتبعه سؤال آخر : « لماذا تفضليتها ؟ » .

وللأسف فإن كثيراً ما يجمع البيانات لإثبات حالة معينة وفى هذه الحالة تكون الأسئلة الإيجابية وسيلة لذلك .

اجراء اختيار أولى لصحيفة الاستقصاء :

عقد تصميم صحيفة الاستقصاء من الصعب التوقع بجميع المشاكل التى تظهر، ومن الأفضل إجراء اختيار أولى لهذه الصحيفة باجراء عدد صغير من المقابلات الشخصية أو عدد صغير من الخطابات . وبهذه الطريقة يمكن الحصول على عدد معقول من الإجابات لتحديد قوة وضعف صحيفة الاستبيان قبل القيام بالبحث الميدانى الفعلى .

وفيما يلى مثال لصحيفة الاستقصاء قامت به جامعة الاسكندرية لدراسة مشكلة تغيب العمال فى المصانع .

سري

دراسة مشكلة التغيب
في المصانع

(أولاً) بيانات عامة

١ ـ اسم العامل (ثلاثياً): ....

٢ ـ السن (لأقرب سنة): ....

٣ ـ محل الميلاد: قرية ... مركز .... محافظة

٤ ـ مدة الإقامة بالاسكندرية (لأقرب سنة): ....

٥ ـ نوع العمل الذي يقوم به: ....

(١) فني ....

(٢) نصف فني ....

(٣) عادي ....

٦ ـ آخر مهنة سابقة: ....

(١) متصلة بالعمل الحالي ....

(٢) غير متصلة بالعمل الحالي ....

(٣) لايوجد ....

(ثانياً) بيانات اجتماعية

٧ – محل الإقامة شارع .... قسم ....

٨ – وسيلة المواصلات إلى العمل : ....

(١) قطار .... (٢) ترام ....

(٣) أتوبيس عام .... (٤) أتوبيس خاص ....

(٥) دراجة .... (٦) قسبا ....

(٧) هل هناك مشاكل أو متاعب متعلقة بالسكن ؟ نعم .... لا

١٠ ـ في حالة الإجابة بالإيجاب فما هي المشاكل؟ ....

(١) سكن غير صحي .... (٢) ضيق ....

(٣) مزدحم .... (٤) مشترك ....

(٥) بعيد ....

١١ ـ هل يقدم لك المصنع خدمات خاصة بالمواصلات؟ نعم .... لا

١٢ ـ هل يقدم لك المصنع خدمات خاصة بالإسكان؟ نعم ..... لا

١٣ ـ ما عدد أفراد الأسرة المقيمين معك؟ ....

الأبناء .... غير الأبناء ....

١٤ ـ الحالة التعليمية: ....

(١) أمي .... (٢) تعلم أولي ....

(٣) ابتدائي .... (٤) تعلم اعدادي ....

(٥) تعلم فني ....

١٥ ـ هل يقدم لك المصنع خدمات تعليمية؟ نعم .... لا

١٦ ـ في حالة الإجابة بالإيجاب هل استفدت من الخدمات التعليمية؟ ....

نعم .... لا ....

١٧ ـ ما نوع الخدمات الطبية التي يقدمها المصنع: ....

(١) كافية ...... غير كافية .... (٣) لا يوجد

١٨ ـ هل أنت عضو في اللجنة النقابية؟ نعم .... لا

١٩ ـ هل حققت اللجنة النقابية أغراضها؟ .... نعم لا

٢٠ ـ هل أنت عضو في لجنة العشرين للاتحاد الاشتراكي؟ نعم لا

٢١ ـ هل حققت اللجنة أغراضها؟ .... نعم لا

(ثالثاً) بيانات عملية وإدارية

٢٢ ـ ما هي المعلومات الفنية التي كنت تعرفها قبل إلتحاقك بالعمل؟ ....

(١) لا معلومات .. (٢) معلومات بسيطة ....

(٣) معلومات كافية ....

٢٣ ـ ما الخبرة التي أتيت بها وقت إلتحاقك بالعمل؟ ....

(١) لا خبرة .... (٢) خبرة بسيطة ....

(٣) خبرة عامة .... (٤) خبرة متخصصة ....

٢٤ ـ ما التدريب المهني الذي حضرته؟ ....

٢٥ ـ ما عدد السنوات التي قضيتها في عملك الحالي؟ ....

٢٦ ـ ما ميعاد وردية العمل: ....

(١) صباحية .... (٢) بعد الظهر ....

(٣) ليلية ....

٢٧ ـ ما نوع العمل الذي تؤديه؟ ....

(١) متكرر .... (٢) متنوع ....

(٣) بسيط .... (٤) روتيني ....

(٥) مركب ....

٢٨ ـ هل هناك أجزاء من العمل صعبة؟ ....

نعم .... لا ....

إذا كان الجواب بالإيجاب فقيم الصعوبات؟

(١) نوع الآلة .... (٢) طبيعة الخامة ....

٢٩ ـ هل هناك مضايقات تقابلك في العمل؟ ....

نعم .... لا ....

في حالة الإجابة بالإيجاب فقيم المضايقات؟

(١) ظروف العمل الداخلية .... (٢) العلاقات السلوكية

٣٠ ـ هل عملك يخضع للتفتيش الفني؟ .... نعم لا

٣١ ـ ما النسبة المئوية بالتقريب للزمن اليومي الذي تقضيه في:

(١) الوقوف .... (٢) الجلوس ....

(٣) التسلق .... (٤) رفع الأشياء ....(٪)

(٥) المشي .... (٦) الانحناء ....(٪)

٣٢ ـ ما هي الآلات أو الاجهزة التي تعمل عليها أو تقوم على خدمتها؟

(١) آلات متخصصة .. (٢) آلات عامة ....(٪)

٣٣ ـ ما نوع مسئوليتك عن الآلات أو الاجهزة؟

(١) لا مسئولية .... (٢) مسئولية وقتية ....

(٣) مسئولية منظمة ....

٣٤ ـ ما الأحداث الصناعية التي تقوم بمناولتها؟

(١) خامات .... (٢) زيوت وشحوم ....

(٣) قطع غيار أو أجزاء .... (٤) بضاعة تحت الصنع

(٥) بضاعة جاهزة ....

٣٥ ـ ما المظاهر غير المريحة في العمل ذاته أو في المحيط الذي يؤدي فيه العمل؟

(١) الضوضاء .... (٢) الاهتزازات ....

(٣) الازدحام في العنابر .... (٤) ظروف شاقة

(٥) أبخرة قابلة للالتهاب .... (٦) طاقة مشعة

(٧) أشياء متساقطة .... (٨) روائح كريهة من الكيماويات

٣٦ ـ ما مدى تعرض العامل لهذه المظاهر؟

(١) نادراً .... (٢) وقتياً ....

(٣) فترات متكررة .. (٤) معظم الوقت ....

(٥) باستمرار ....

٣٧ ـ ما درجة المضايقة من هذه المظاهر؟

(١) بسيطة .... (٢) كبيرة ....

(٣) مقلقة .... (٤) مرهقة ....

٣٨ ـ ما الأخطار غير العادية أو مخاطر الإصابات الموجودة في عملك؟

(١) حريق .... (٢) إصابات شخصية ....

(٣) تلف الملابس .... (٤) تسمم ....

٣٩ ـ ما وجه التركيز البصري اللازمة في هذا العمل؟

(١) بسيطة .... (٢) متوسطة ....

(٣) كبيرة .... (٤) عالية ....

٤٠ ـ ما رأيك في الإضاءة في مكان العمل؟

(١) ضعيفة .... (٢) قوية ....

(٣) ساطعة .... (٤) تحدث انعكاسات ....

(٥) محلية .... (٦) عامة ....

٤١ ـ ما نوع التهوية في مكان العمل؟

(١) فاسدة (٢) عادية (٣) منظمة

٤٢ ـ هل يوجد بالقسم الذي تعمل فيه أجهزة لتجديد الهواء؟

نعم لا

(رابعاً) بيانات طبية

٤٣ ـ هل تشكو من آلام في أحد الأجزاء الآتية:

(١) الرقبة .... (٢) الظهر ....

(٣) اليدين .... (٤) الكوعين ....

(٥) الكتفين .... (٦) الفخذ ....

(٧) الركبتين .... (٨) القدمين ....

(٩) الرأس .... (١٠) البطن ....

٤٤ ـ مَ تشعر بهذه الآلام أكثر؟

(١) في الصباح (٢) بعد الظهر (٣) ليلاً

٤٥ ـ ما مدى الشكوى من هذه الآلام؟

(١) أقل من شهر (٢) من شهر إلى ٣ شهور

(٣) من ٣ شهور فأكثر

٤٦ ـ هل يصاب ذلك أعراض أخرى مرضية؟

(١) الجهاز الهضمي .... (٢) روماتيزم ....

(٣) القلب .... (٤) الكلى ....

(٥) عصبية .... (٦) نفسية ....

(٧) مهنية .... (٨) ....

(٩) الحنجرة .... (١٠) الجهاز التناسلي ....

(١١) بول سكري .... (١٢) الغدد ....

(١٣) الاسنان .... (١٤) حميات ....

(١٥) جلدية .... (١٦) الجهاز البولي ....

(١٧) جراحية .... (١٨) عيون ....

(١٩) طفيليات .... (٢٠) أخرى ....

٤٧ ـ هل تسببت هذه الامراض في تغيير نوع عملك؟ نعم ..... لا

٤٨ ـ هل يشكو أحد أفراد اسرتك من أمراض مماثلة؟ ... نعم لا

٤٩ ـ هل تناولت أدوية لعلاج هذه الامراض من غير التأمين الصحي؟

نعم .... لا ....

٥٠ ـ ما مدى تأثير هذه الادوية: .... تحسن لا تحسن

٥١ ـ هل عملت لك أشعة من غير التأمين الصحي؟ .... نعم لا

٥٢ ـ إذا كان الجواب بالإيجاب فمتى؟

٥٣ ـ هل أجريت لك تحاليل من غير التأمين الصحي؟

نعم .... لا ....

٥٥ ـ هل أنت مشترك في التأمين الصحي؟ .... نعم لا

٥٦ ـ ما عدد مرات ذهابك إلى العيادة خلال العام الماضي؟

(١) أقل من ٣ مرات .. (٢) من ٣/٥ ....

(٣) من ٥ فأكثر ....

٥٧ ـ هل صرف لك التأمين الصحي دواء؟ .... نعم لا

٥٨ ـ هل تناولت هذا الدواء؟ نعم .... لا

٥٩ ـ هل أجريت لك التأمين الصحي:

(١) تحليل .... (٢) أشعة .... (٣) عملية

٦١ ـ ما رأيك في تطبيق قانون التأمين الصحي؟

حسن .... غير حسن ....

الفصل الثالث

تبويب البيانات

إن الخطوة التالية لجمع البيانات هي تبويب هذه البيانات، فالبيانات المجمعة تكون غير منظمة، فيجب ترتيبها وتصنيفها في شكل جدول لتسهيل تفسيرها. وفيما مضى كانت تتم هذه العملية بطريقة آلية، باستخدام آلات التثقيب Punching، والفرز Coding، والتبويب Tabulating. وفي الآونة الأخيرة، كنتيجة لانتشار الحاسب الآلي، فلقد استخدم لهذا الغرض، إلا أنه لا يجب استخدام الحاسب الآلى إلا فى حالة وجود عدد كبير جداً من البيانات، أما إذا كان عدد البيانات عدداً بسيطاً نسبياً فالتبويب فى هذه الحالة يتم يدوياً. وفيما يلى سنتناول بالشرح طرق التبويب اليدوى.

هناك تقسيمات عديدة تقسم بها البيانات، وأكثر هذه التقسيمات انتشاراً هي تقسيمها إلى بيانات وصفية أو نوعية qualitative وبيانات كمية quantitative وفيا يلي سنعرض لطريقة تبويب هذين النوعين من البيانات.

١ ـ تبويب البيانات الوصفية:

في حالة تبويب البيانات الوصفية، تقسم البيانات إلى صفات معينة، مثال ذلك تقديرات امتحان الطلبة إلى مقبول وجيد وجيد جداً وممتاز، أو تقسيم المجتمع إلى أمي ومتعلم، أو تقسيم الأشخاص إلى متزوج وأعزب الخ...

مثال ١:

فيا يلي بيانات عن المهن التي يزاولها آباء ٧٠ تلميذ في أحد المدارس الابتدائية، والمطلوب تبويب هذه البيانات:

عامل فني	عامل فني	عامل غير فني	عامل فني	عامل فني	عامل فني	رجل أعمال
موظف	موظف	رجل أعمال	مهني	موظف	عامل فني	موظف
موظف	عامل غير فني	عامل غير فني	موظف	مهني	عامل فني	موظف
مهني	رجل أعمال	مهني	مهني	رجل أعمال	مهني	عامل غير فني
موظف	رجل أعمال	عامل فني	رجل أعمال	موظف	موظف	مهني
رجل أعمال	موظف	عامل غير فني	عامل غير فني	رجل أعمال	عامل غير فني	موظف
عامل فني	عامل غير فني	مهني	موظف	مهني	موظف	موظف
عامل فني	مهني	رجل أعمال	مهني	عامل غير فني	عامل فني	عامل فني
موظف	عامل فني	موظف	عامل فني	عامل فني	موظف	رجل أعمال
موظف	مهني	عامل فني	موظف	موظف	رجل أعمال	عامل فني

إن أول خطوة لتبويب هذه البيانات هي عمل ما يسمى « جدول تفريغ » لهذه البيانات. ويقسم هذا الجدول إلى ٣ أعمدة، العمود الأول تدون فيه بيانات المهن المختلفة من عامل غير فني، وعامل فني، وموظف، ورجل أعمال، ومهني. أما العمود الثاني فهو خاص بالعلامات التي بمقتضاها يمكن معرفة عدد العاملين في كل فئة من الفئات المختلفة السالفة الذكر، ولذا يجب مراعاة أن يكون هذا العمود واسعاً نسبياً. أما العمود الثالث فهو خاص بعدد الآباء في كل فئة.

ولتفريغ البيانات في هذا الجدول نقرأ أول مفردة في البيانات وهي عامل فني، ثم نضع علامة في خانة العلامات أمام عامل فني، وعادة ما تكون هذه العلامة على شكل خط قصير، ثم نقرأ المفردة التالية وهي موظف في مثالنا هذا، فنضع علامة أمام: موظف، وهكذا... وإذا ما كانت هناك ٤ علامات والمراد وضع علامة خامسة، ففي هذه الحالة تضع خط يقطع الخطوط الأربعة، ويكون معها « حزمة » وهذا لتسهيل عملية العد.

جدول (١)

جدول تفريغ للمهن التي يزاولها اباء ٧٠ تلميذ

المهن	العلامات	عدد الآباء
عامل غير فني	𝍸 𝍸	٩
عامل فني	𝍸 𝍸 𝍸 II	١٧
موظف	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 I	٢١
رجل أعمال	𝍸 𝍸 I	١١
مهني	𝍸 𝍸 II	١٢
المجموع		٧٠

وبعد الانتهاء من عملية وضع العلامات، تبدأ عملية العد بالنسبة لكل فئة من الفئات. ويجب التأكد من أن المجموع يساوي المجموع الفعلي لدرجات الطلبة.

ومن جدول التفريغ السابق يمكن اشتقاق « جدول التوزيع التكراري » المناظر

عن طريق الاكتفاء بالعمود الأول والأخير وحذف العمود الخاص بالعلامات.
وفيما يلي جدول التوزيع التكراري لمهن آباء الـ ٧٠ تلميذ.

جدول (٢)

جدول التوزيع التكراري لمهن آباء ٧٠ تلميذ

المهن	عدد الأباء
عامل غير فني	٩
عامل فني	١٧
موظف	٢١
رجل أعمال	١١
مهني	١٢
المجموع	٧٠

ويسمى كل من جدول (١) وجدول (٢) بجدول تفريغ بسيط وجدول توزيع تكراري بسيط على التوالي.

إلا أن هناك نوع آخر من جداول التوزيعات التكرارية وهو جدول التوزيع التكراري المزدوج، وللحصول عليه يجب عمل جدول تفريغ مزدوج والمقصود بهذين الجدولين أن يتم توزيع البيانات حسب صفتين في وقت واحد ولا صفة واحدة فقط كما هو الحال في التوزيعات البسيطة. ولعمل جدول التفريغ المزدوج تدون إحدى الصفتين أفقياً بينما تدون الصفة الأخرى رأسياً كما هو مبين في المثال الآتي:

مثال ٢ :

فيما يلي تقديرات ٣٠ طالب في مادتي الرياضة والاحصاء والمطلوب عمل جدول توزيع تكراري مزدوج يمثل هذه البيانات.

الرياضة	الإحصاء	الرياضة	الإحصاء	الرياضة	الإحصاء
مقبول	جيد	جيد	جيد جداً	مقبول	مقبول
جيد	جيد جداً	جيد	مقبول	جيد	جيد جداً
جيد	مقبول	جيد	جيد	جيد جداً	جيد جداً
جيد	جيد جدا	مقبول	جيد	جيد	مقبول
جيد جداً	جيد جداً	جيد	جيد جداً	مقبول	جيد
جيد	جيد	جيد جداً	ممتاز	ممتاز	جيد
ممتاز	ممتاز	جيد	مقبول	جيد جداً	مقبول
جيد جداً	جيد جداً	مقبول	جيد	ممتاز	جيد
مقبول	مقبول	جيد جداً	مقبول	جيد	مقبول
جيـ	مقبول	ممتاز	جيد	مقبول	مقبول

وكما فعلنا في المثال السابق، فان أول خطوة هي عمل جدول التفريغ. ويشمل هذا الجدول تقديرات مادة الرياضة رأسياً وتقديرات مادة الإحصاء أفقياً، ثم يضاف صف أخير وعمود أخير لمجموع كل منهم. ثم بعد ذلك نقرأ درجات الطالب الأول: وهو حاصل على مقبول رياضة وجيد احصاء، وبالتالي توضع علامة في الصف الثاني أمام مقبول في الرياضة وفي العمود الثالث تحت جيد في الإحصاء، وبالمثل بالنسبة للطالب الثاني توجد علامة امام جيد رياضة وتحت جيد جداً في الإحصاء... وهكذا إلى أن توضع جميع العلامات الخاصة بكل طالب. ثم يوجد مجموع كل صف ومجموع كل عمود، ويجب أن يكون المجموع الكلي يساوي العدد الكلي للطلاب.

جدول (٣)

جدول تفريغ مزدوج لتقديرات ٣٠ طالباً في مادتي الإحصاء والرياضة

الإحصاء / الرياضة	مقبول	جيد	جيد جداً	ممتاز	المجموع
مقبول	III	IIII			٧
جيد	IIIIII	II	IIIII		١٣
جيد جداً	II		III	I	٦
ممتاز		III		I	٤
المجموع	١١	٩	٨	٢	٣٠

أي ٣٠ في مثالنا هذا. ومن هذا الجدول يمكن اشتقاق جدول التوزيع التكراري المزدوج المناظر عن طريق استبدال العلامات بالأرقام الممثلة لها كما هو مبين في جدول (٤).

جدول (٤)

جدول توزيع تكراري مزدوج لتقديرات ٣٠ طالباً في مادتي الرياضة والاحصاء

الإحصاء / الرياضة	مقبول	جيد	جيد جداً	ممتاز	المجموع
مقبول	٣	٤			٧
جيد	٦	٢	٥		١٣
جيد جداً	٢		٣	١	٦
ممتاز		٣		١	٤
المجموع	١١	٩	٨	٢	٣٠

هذا ويمكن الحصول على التوزيع التكراري لدرجات الإحصاء بمفردها عن طريق أخذ الصف الأول والصف الاخير من جدول التوزيع التكراري المزدوج، وبالمثل يمكن الحصول على التوزيع التكراري لمادة الرياضة بمفردها عن طريق العمود الأول والأخير. ويسمى كل من هذين التوزيعين بالتوزيع الهامشي. ويمثل جدول (٥) التوزيع الهامشي لمادة الإحصاء، بينما يمثل جدول (٦) التوزيع الهامشي لمادة الرياضة.

جدول (٥)

التوزيع الهامشي لتقديرات
٣٠ طالباً في مادة الإحصاء

التقديرات	عدد الطلبة
مقبول	١١
جيد	٩
جيد جداً	٨
ممتاز	٢
المجموع	٣٠

جدول (٦)

التوزيع الهامشي لتقديرات
٣٠ طالباً في مادة الرياضة

التقديرات	عدد الطلبة
مقبول	٧
جيد	١٣
جيد جداً	٦
ممتاز	٤
المجموع	٣٠

وبالاضافة إلى ما تقدم فان جدول (٤) أي جدول التوزيع التكراري المزدوج يسمى هنا « بجدول التوافق » لأن كل ظاهرة من الظاهرتين ـ تحت البحث ـ تنقسم إلى أكثر من نوعين، أما إذا كانت الظاهرتين تنقسم كل منهما إلى نوعين سمى الجدول « بجدول الاقتران ». وجدول (٧) مثال لجدول اقتران.

جدول (٢)

جدول اقتران

الملكية / الجنس	يملك	لا يملك	المجموع
سيدات	٥	٧	١٢
رجال	٧	٦	١٣
المجموع	١٢	١٣	٢٥

٢ - تبويب البيانات الكمية:

يمكن تقسيم البيانات الكمية إلى نوعين: بيانات مستمرة وبيانات وثابة. وتختص البيانات المستمرة بقياس متغيرات مستمرة بينما تقوم البيانات الوثابة بقياس المتغيرات الوثابة. ويقصد بالمتغير المستمر أي متغير يمكن أن يأخذ أي قيمة بين قيمتين ومثال ذلك الأطوال والأعمار ودرجات الطلبة في الامتحان... بينما يقصد بالمتغير الوثاب المتغير الذي يأخذ قيم معينة فقط ولا يأخذ أي قيمة بين هذه القيم، وعادة ما تكون المتغيرات الوثابة أعداد صحيحة ولا يمكن تجزئتها إلى كسور، ومثال المتغيرات الوثابة عدد الأشخاص، عدد الحجر، عدد الكتب... الخ.

وسنبدأ بالتوزيعات التكرارية للمتغيرات الوثابة..

مثال ٣:

لنفرض أن لدينا ٢٥ أسرة أحجامها كالآتي:

٥، ٤، ٣، ٥، ٦، ٣، ٤، ٦، ٧، ٢، ٨، ٦، ٢، ٥، ٤، ٤، ٥، ٤، ٣، ٨، ٥، ٢، ٤، ٧.

أول خطوة هي تحديد أكبر وأصغر قيمة والفرق بينهما أي المدى، فأكبر قيمة هنا هي ٨ وأصغر قيمة ٢، والمدى هنا (٨ - ٢ = ٦)، ثم نكون جدول التفريغ بحيث تكون لدينا القيم من ١ إلى ٨ في العمود الأول، بينما يخصص العمود الثاني للعلامات والعمود الثالث يختص بعد عدد الأسر. ثم نضع العلامات مثل ما

فعلنا في حالة القيم الوصفية، ويكون جدول التفريغ كما هو مبين في جدول (٨).
ونحصل على جدول التوزيع التكراري بأخذ العمود الأول والأخير من هذا الجدول، كما سبق وأن فعلنا في حالة البيانات الوصفية.

جدول (٨)

جدول تفريغ لعدد الافراد في ٢٥ أسرة

عدد الأفراد	العلامات	عدد الأسر
٢	III	٣
٣	III	٣
٣	~~IIII~~ II	٧
٥	~~IIII~~	٥
٦	III	٣
٧	II	٢
٨	II	٢
المجموع		٢٥

وواضح أن المدى في المثال السابق صغير، كما هو الحال في أغلب البيانات الوثابة، إلا أنه كثيراً ما يكون المدى كبير وفي هذه الحالة يجب تقسيم القيم إلى فئات تضم كل فئة القيم المتقاربة.

مثال ٤:

فيما يلي درجات ٨٠ طالب في أحد الامتحانات:

٦٨	٨٤	٧٥	٨٢	٦٨	٩٠	٦٢	٨٨	٧٦	٩٣
٧٣	٧٩	٨٨	٧٣	٦٠	٩٣	٧١	٥٩	٨٥	٧٥
٦١	٦٥	٧٥	٨٧	٧٤	٦٢	٩٥	٧٨	٦٣	٧٢

٦٦	٧٨	٨٢	٧٥	٩٤	٧٧	٦٩	٧٤	٦٨	٦٠
٩٦	٧٨	٨٩	٦١	٧٥	٩٥	٦٠	٧٩	٨٣	٧١
٧٩	٦٢	٦٧	٩٧	٧٨	٨٥	٧٦	٦٥	٧١	٧٥
٦٥	٨٠	٧٣	٥٧	٨٨	٧٨	٦٢	٧٦	٥٣	٧٤
٨٦	٦٨	٧٣	٨١	٧٢	٦٣	٧٦	٧٥	٨٥	٧٧

نبدأ أولا بتحديد أصغر قيمة وأكبر قيمة والفرق بينهما (أي المدى)، فأصغر قيمة هي ٥٣ وأكبر قيمة هي ٩٧ والمدى = ٤٤. وإذا ما رتبنا القيم من ٥٣ إلى ٩٧ ووجدنا تكراراتها، كما فعلنا في المثال السابق، فستكون لدينا ٤٤ قيمة وتكراراتها، وواضح أن بوجود هذا العدد الكبير من القيم فان التلخيص على النحو المبين في مثال ٣ لا يفي بالغرض في هذه الحالة، لذلك تكون الخطوة الثانية هي وضع القيم المتقاربة في مجموعات أو « فئات ». ويجب ملاحظة ألا يكون عدد الفئات كبيراً وبالتالي يفقد التلخيص أهميته، وألا يكون عدد الفئات صغيراً جداً فيفقد التوزيع كثير من تفاصيله. ويختلف العدد المناسب للفئات من توزيع إلى آخر وفقاً للهدف من إجراء التوزيع التكراري، وعموماً يمكن القول أن عدد الفئات يجب ألا يقل عن ٥ وألا يزيد عن ٢٥. وعلى قدر الإمكان من الأفضل أن تكون الفئات متساوية.

وفي مثالنا هذا يمكننا تقسيم هذه القيم إلى ١٠ فئات تكون طول كل منها ٥. ويمكن كتابة حدود كل فئة كالآتي:

٥٠ وأقل من ٥٥
٥٥ وأقل من ٦٠
٦٠ وأقل من ٧٠
.
.
.
.
.
٩٠ وأقل من ١٠٠

وتضم الفئة الأولى كل القيم من ٥٠ إلى أقل من ٥٥، فاذا كانت هناك قيمة تساوي ٥٥ فيجب وضعها في الفئة الثانية، ويمكن كتابة حدود الفئات كالآتي:

٥٠ –

٥٥ –

٦٠ –

⋮

٩٠ وأقل من ١٠٠

كما يمكن كتابة حدود الفئات على الشكل الآتي:

أكبر من ٥٠ إلى ٥٥

– ٦٠

– ٦٥

⋮

– ١٠٠

ولكن يجب الامتناع عن كتابة الفئات على الشكل الآتي:

٥٠ – ٥٥

٥٥ – ٦٠

⋮

إذ أن في هذه الحالة القيمة ٥٥ لا أحد يستطيع أن يعرف إذا ما كانت هذه القيمة في الفئة الاولى أم في الفئة الثانية.

كما يجب الحذر في كتابة الفئات على الشكل الآتي:

٥٠ – ٥٤

٥٥ – ٥٩

٦٠ – ٦٤

⋮

إذ أن هذه الطريقة في الكتابة تكون صحيحة في حالة القيم الوثابة فقط،

فالقيمة ٥٤ تكون في الفئة الأولى والقيمة ٥٥ تكون في الفئة الثانية، أما في حالة القيم المستمرة لا يمكن كتابة حدود الفئات بهذه الطريقة لأن القيم ما بين ٥٤ و٥٥ مثال ٥٤,٤، ٥٤,٥ لا يمكن تمثيلها لا في الفئة الاولى ولا في الفئة الثانية.

وفي مثالنا هذا سنكتب الفئات كالآتي: ٥٠ -، ٥٥ -، ٠٠٠٠٠ وآخر فئة سنكتبها على الصورة ٩٥ وأقل من ١٠٠ لتحديد الحد الاعلى للفئة الأخيرة. وبعد كتابة الفئات بهذه الصورة في العمود الاول من جدول التفريغ نضع:

جدول (٩)

جدول تفريغ لدرجات ٨٠ طالب في أحد الامتحانات

الدرجات	العلامات	عدد الطلبة
٥٠ -	I	١
٥٥ -	II	٢
٦٠ -	IIII IIII I	١١
٦٥ -	IIII IIII	١٠
٧٠ -	IIII IIII II	١٢
٧٥ -	IIII IIII IIII IIII I	٢١
٨٠ -	IIII I	٦
٨٥ -	IIII IIII	٩
٩٠ -	IIII	٤
٩٥ وأقل من ١٠٠	IIII	٤
المجموع		٨٠

العلامات على النحو المبين سلفاً ثم نضع في العمود الأخير عدد الطلبة (أو التكرار) ويمثل جدول (٩) جدول التفريغ التكراري الممثل لهذه البيانات بينا يمثل جدول (١٠) جدول التوزيع التكراري المناظر.

وأحياناً يكون من المفيد وضع التكرارات في صورة نسب وهي التكرارات

النسبية، ونحصل عليها بقسمة التكرار في كل فئة على مجموع التكرارات الكلية.
ويوضح جدول (١٠) التكرارات النسبية للتوزيع السابق.

جدول (١٠)

جدول التوزيع التكراري لدرجات ٨٠ طالب في أحد الامتحانات

الدراجات	عدد الطلبة (التكرار)	التكرار النسبي
٥٠ –	١	٠,٠١٢٥
٥٥ –	٢	٠,٠٢٥٠
٦٠ –	١١	٠,١٣٧٥
٦٥ –	١٠	٠,١٢٥٠
٧٠ –	١٢	٠,١٥٠٠
٧٥ –	٢١	٠,٢٦٢٥
٨٠ –	٦	٠,٠٧٥٠
٨٥ –	٩	٠,١١٢٥
٩٠ –	٤	٠,٠٥٠٠
٩٥ وأقل من ١٠٠	٤	٠,٠٥٠٠
المجموع	٨٠	١,٠٠٠٠

الفئات غير المتساوية:

لقد ذكرنا سلفاً أنه من الافضل أن تكون الفئات متساوية إلا أنه أحياناً ما يكون من المفيد دراسة فئة معينة لا تتساوى في طولها مع باقي الفئات ومثال ذلك في حالة الملكية التي تتركز في مدى صغير، كما أنه كثير ما تكون طبيعة البيانات نفسها مفصلة في بعض الأجزاء وغير مفصلة في البعض الآخر، مثال ذلك البيانات عن عدد السكان في أعمار معينة، نجد أن في سن الطفولة تكون البيانات

مفصلة بينما تكون مجملة بالنسبة للبالغين. ويمثل جدول (١١) حالة فئات غير متساوية. هذا وتسمى الجداول ذات الفئات المتساوية بالجداول المنتظمة بينما تسمى الجداول ذات الفئات غير المتساوية بالجداول الغير منتظمة.

جدول (١١)
توزيع سكان أحد المناطق على حسب السن

فئات السن	عدد السكان
أقل من سنة	١٠
١ —	٥٠
٥ —	١٢٠
١٥ —	١٨٠
٢٥ —	٢٢٠
٣٥ —	١٧٠
٤٥ —	١٤٠
٥٥ —	٦٠
٦٥ —	٤٠
٧٥ فأكثر	١٠
المجموع	١٠٠٠

الجداول المفتوحة:

إذا ما قارنا جدول (١٠) بجدول (١١) نلاحظ أن الجدول الأول « مغلق » بمعنى أن الحد الادنى والحد الاعلى لكل فئة محددة في التوزيع. بينما نلاحظ في جدول (١١) أن الحد الادنى للفئة الاولى غير مبينة، ويطلق على مثل هذا الجدول « جدول مفتوح من أسفل »، كما يلاحظ أيضاً أن الحد الاعلى للفئة الاخيرة غير معروف، ويطلق على الجدول التي به هذه الصفة « جدول مفتوح من

أعلى». وفي الواقع الجدول (١١) «مفتوح من طرفيه». وأحياناً يلجأ الباحث إلى التوزيعات التكرارية المفتوحة عندما تكون إحدى القيم متطرفة أو عندما يصعب عليه الحصول على بعض البيانات.

ومن الافضل، إذا أمكن ذلك، قفل الفئات المفتوحة، لأن من عيوبها أنه لا يمكن تمثيلها بيانياً، كما أنها لا تمكن من حساب بعض المقاييس الإحصائية. وفي جدول (١١) يمكن قفل الفئة الاولى بوضعها على الصورة (٠ –) أي أن الحد الادنى لهذه الفئة هي صفر وهي تعني هنا لحظة ولود الطفل. أما الفئة الاخيرة فلا يمكن قفلها حيث أننا لا نعرف الحد الاعلى للسن ولا يمكننا التكهن به، لذلك فسنترك الفئة الاخيرة مفتوحة.

جدول التوزيع التكراري المزدوج:

رأينا كيفية عمل جدول توزيع تكراري مزدوج في حالة بيانات وصفية، وسنرى هنا كيفية عمل هذا الجدول في حالة بيانات كمية. فاذا كان لدينا مجموعتان من القيم ونريد إيجاد العلاقة بينهما ففي هذه الحالة يجب أن نلجأ إلى التوزيع التكراري المزدوج. ويبين مثال ٥ كيفية الحصول على هذا التوزيع.

مثال ٥:

فيما يلي درجات ٢٥ طالب في مادتي الرياضة والإحصاء

الرياضة	الإحصاء	الرياضة	الإحصاء	الرياضة	الإحصاء
٥٠	٥٨	٧٥	٨٠	٧٤	٧٥
٧٨	٨٨	٨٣	٩٢	٦٩	٧٨
٩٦	٩٠	٨٢	٨١	٩٧	٩٤
٨٨	٨٥	٧٦	٧٧	٧٠	٨٦
٨٥	٩٣	٧٢	٦٩	٦٦	٧٢
٨٠	٦٧	٩٢	٨٧	٦٦	٦٤
٩٤	٩١	٨١	٨٩	٨٩	٧٢
٧٩	٨٤	٨٤	٨٦	٨٢	٧٧
٨٦	٨٣				

وهنا نوجد المدى بالنسبة لكل من المتغيرين فبالنسبة للرياضة المدى = (٩٧ – ٥٠ = ٤٧)، وبالنسبة للاحصاء المدى = (٩٤ – ٥٨ = ٤٤). وبالتالي يمكن تقسيم الفئات بالنسبة لمادة الرياضة إلى ١٠ فئات طول كل منها ٥ وتكون كالآتي:

٥٠ –، ٥٥ –، ...، ٩٥ وأقل من ١٠٠، وبالنسبة لمادة الاحصاء يمكن تقسيم الفئات إلى ٩ فئات طول كل منها ٥ كالآتي:

٥٥ –، ٦٠ –، .....، ٩٠ وأقل من ٩٥ ثم نضع جدول التفريغ المزدوج. فنضع فئات الرياضة في العمود الأول، وفئات الإحصاء في الصف الأول: ونبدأ بالطالب الاول وهو حاصل على ٥٨ في الرياضة (فالعلامة إذن ستكون في الصف الثاني) وهو حاصل على ٥٨ إحصاء، فالعلامة ستكون في الفئة ٥٥ –)، وأمام (٥٠ –) في الرياضة، والطالب الثاني حاصل على ٧٨ رياضة و٨٨ إحصاء، فالعلامة ستكون أمام الفئة (٧٥ –) في الرياضة، وتحت الفئة (٨٥ –) في الإحصاء... وهكذا... وبعد الانتهاء من وضع العلامات تجمع أفقياً ورأسياً كما هو موضح في جدول (١٢).

جدول (١٢)

جدول تفريغ تكراري مزدوج لدرجات ٢٥ طالب في الاحصاء والرياضة

الاحصاء / الرياضة	٥٥ -	٦٠ -	٦٥ -	٧٠ -	٧٥ -	٨٠ -	٨٥ -	٩٠ وأقل من ٩٥	المجموع
٥٠ -	I								١
٥٥ -									٠
٦٠ -									٠
٦٥ -		I		I	I				٣
٧٠ -			I		II		I		٤
٧٥ -						II	I		٣
٨٠ -			I		I	I	II	I	٦
٨٥ -				I		I	I	I	٤
٩٠ -							I	I	٢
٩٠ وأقل من ١٠٠								II	٢
المجموع	١	١	٢	٢	٤	٤	٦	٥	٢٥

ويمثل جدول (١٣) جدول التوزيع التكراري المزدوج (أو جدول التوافق، حيث نعوض عن العلامات في جدول (١٢) بالاعداد. كما يمثل جدول (١٤) (١٥) التوزيع الهامشي لمادة الرياضة والتوزيع الهامشي لمادة الاحصاء على التوالي.

جدول (١٣)

جدول التوزيع التكراري المزدوج لدرجات الطلبة في الرياضة والاحصاء

الاحصاء / الرياضة	٥٥ –	٦٠ –	٦٥ –	٧٠ –	٧٥ –	٨٠ –	٨٥ –	٩٠ وأقل من ٩٥	المجموع
٥٠ –	١								١
٥٥ –									٠
٦٠ –									٠
٦٥ –		١		١	١				٣
٧٠ –			١		٢		١		٤
٧٥ –						٢	١		٣
٨٠ –			١		١	١	٢	١	٦
٨٥ –				١		١	١	١	٤
٩٠ –							١	١	٢
٩٠ وأقل من ١٠٠								٢	٢
المجموع	١	١	٢	٢	٤	٤	٦	٥	٢٥

جدول (١٤)

جدول التوزيع الهامشي لمادة الرياضة

الفئات	التكرار
٥٠ –	١
٥٥ –	٠
٦٠ –	٠
٦٥ –	٣
٧٠ –	٤
٧٥ –	٣
٨٠ –	٦
٨٥ –	٤
٩٠ –	٢
٩٥ وأقل من ١٠٠	٢
المجموع	٢٥

جدول (١٥)

جدول التوزيع الهامشي لمادة الاحصاء

الفئات	التكرار
٥٥ –	١
٦٠ –	١
٦٥ –	٢
٧٠ –	٢
٧٥ –	٤
٨٠ –	٤
٨٥ –	٦
٩٠ وأقل من ٩٥	٥
المجموع	٢٥

الفصل الرابع
العرض البيانى

مقدمة

كثير ما يصعب على المرء فهم العلاقات الموجودة بين البيانات المجمعة وبعضها البعض سواء كانت هذه البيانات مبوبة أم غير مبوبة، وحتى إذا ما قام الباحث بدراسة هذه البيانات دراسة وافية، فمن الصعب اقناع أي شخص آخر بالنتائج التي حصل عليها ما لم تكن هناك طريقة واضحة لعرض هذه البيانات. وأفضل طريقة لذلك هي الرسم البياني.

ويعطى الرسم البياني السليم صورة حقيقية للبيانات المراد دراستها، كما أنه يبرز حقائق قد تختبىء في جداول أو مجموعة من البيانات. لذلك أخذ العرض البياني أهمية كبيرة لا في الأبحاث العلمية فقط ولكن في الحياة العملية أيضاً، فالتقارير اليومية المصحوبة برسوم بيانية تمكن المدير من أن يفهم بنظرة واحدة الحالة التي تسير عليها الامور في ادارته.

وقبل البدء في أي رسم بياني، هناك عدة أمور يجب أخذها في الحسبان ومن أهمها تحديد الهدف من الرسم البياني ثم تحديد نوع الرسم المستخدم وحجمه وعنوانه. وحينما تكون هناك عدة طرق بديلة لاجراء الرسم البياني فالطريقة الواجب استخدامها هي التي تمكن القارئ من فهم النقاط الأساسية بطريقة أسهل وأوضح. وعند اجراء أي رسم بياني فمن الضروري توخي مستوى دقة معينة. كما يجب وضع عنوان لكل رسم بياني، وعادة ما يكون في أعلى الرسم.

وفي دراستنا للعرض البياني سنتناول بادىء ذي بدء أنواع الرسوم البيانية في حالة القيم غير المبوبة ثم نتناول الرسوم البيانية في حالة التوزيعات التكرارية.

١) الرسوم البيانية في حالة القيم الغير مبوبة:

من أهم أنواع الرسوم البيانية في حالة القيم الغير مبوبة هي: الأعمدة البيانية والرسم الدائري والخط البياني.

أ ـ الأعمدة البيانية Bar Charts :

أن طريقة الأعمدة البيانية من أكثر الطرق انتشاراً لأنها سهلة الرسم وسهلة الفهم. ووفقاً لهذه الطريقة ترسم أعمدة بيانية تتناسب في طولها مع الأعداد التي تمثلها، ولكنها ذات قواعد متساوية، كما أن المسافات بين الأعمدة يجب أن تكون متساوية. ويجب أن تكون الأعمدة مرتبة ترتيباً تنازلياً حتى يمكن إجراء المقارنة بين الأعمدة المختلفة وحتى يكون الرسم أكثر وضوحاً، وإذا ما كان أحد الأعداد ـ الواجب تمثيلها بيانياً ـ عدداً كبيراً بالنسبة لباقي الأعداد ففي هذه الحالة يمكن كسر العمود قبل نهايته ووضع قيمته العددية فوقه كما هو موضح في شكل (١) بالنسبة للهند والولايات المتحدة الامريكية. هذا ويمثل جدول (١) تقديرات السكان في منتصف السنة بجمهورية مصر العربية مقارناً ببعض الدول، بينما شكل (١) يمثل هذه البيانات عن طريق الأعمدة البيانية.

جدول (١)

تقديرات السكان في منتصف السنة

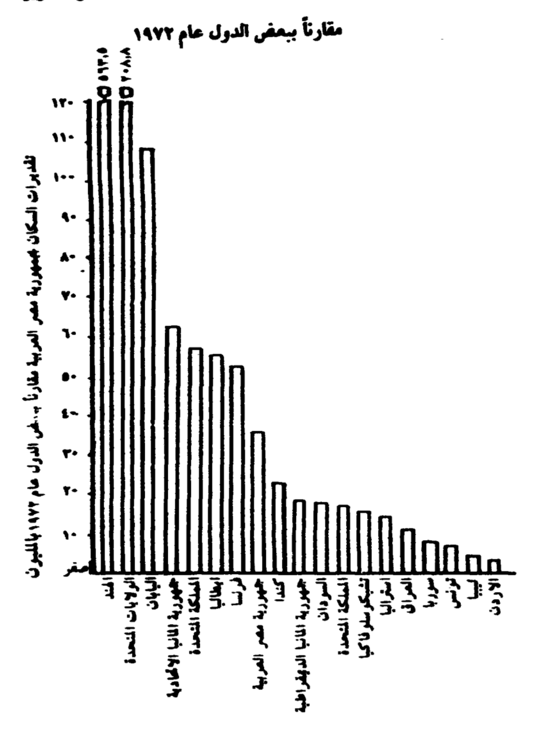
بجمهورية مصر العربية مقارناً ببعض الدول عام ١٩٧٢

الدول	تقديرات السكان بالآلاف
ج.م.ع.	٣٤٨٣٩
الأردن	٢٤٦٧
العراق	١٠٠٧٤
السودان	١٦٤٨٩
تونس	٥٣٧٧
ليبيا	٢٨٤٠
المملكة المغربية	١٥٨٢٥
سوريا	٦٦٧٤
الهند	٥٦٣٤٩٤
اليابان	١٠٦٩٥٨
جمهورية المانيا الديمقراطية	١٧٠٤٣
جمهورية المانيا الاتحادية	٦١٦٧٤
تشيكوسلوفاكيا	١٤٤٨١
المملكة المتحدة	٥٥٧٨٨
إيطاليا	٥٤٣٤٥
فرنسا	٥١٧٠٠
الولايات المتحدة الامريكية	٢٠٨٨٤٢
كندا	٢١٨٤٨
استراليا	١٢٩٥٩

المصدر: المؤشرات الإحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٢ - الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء.

تقديرات السكان في منتصف السنة لجمهورية مصر العربية

مقارناً ببعض الدول عام ١٩٧٢



شكل (١)

تقديرات السكان في منتصف السنة لجمهورية مصر العربية
مقارناً ببعض الدول عام ١٩٧٢

هذا ويمكن أن تستبدل الأعمدة الرأسية بأعمدة أفقية. وفضلا عن ذلك يمكن استخدام الأعمدة البيانية لمقارنة أكثر من ظاهرة وذلك برسم أعمدة متلاصقة للظواهر المراد مقارنتها، كما هو موضح في الشكل رقم (٢) الممثل للبيانات المعروضة في جدول رقم (٢) كما يمكن أيضاً مقارنة مكونات ظاهرة معينة باجماليها مثل تقسيم عدد الطلبة بالكليات الجامعية إلى طلبة وطالبات كما هو موضح في جدول رقم (٣)، ففي هذه الحالة يرسم عمود يمثل إجمالي الطلبة ويقسم هذا العمود إلى جزئين أحدهما يمثل الطالبات والآخر الطلبة كما هو موضح في شكل (٣).

وإذا كانت الأعمدة تقيس ظاهرة بعض قيمها موجب والبعض الآخر سالب، فان بعض الأعمدة يكون إرتفاعها موجب والبعض الآخر يكون إرتفاعها سالب كما هو موضح في شكل رقم (٤) الذي يمثل الميزان التجاري لجمهورية مصر العربية مقارناً ببعض الدول.

جدول رقم (٢)

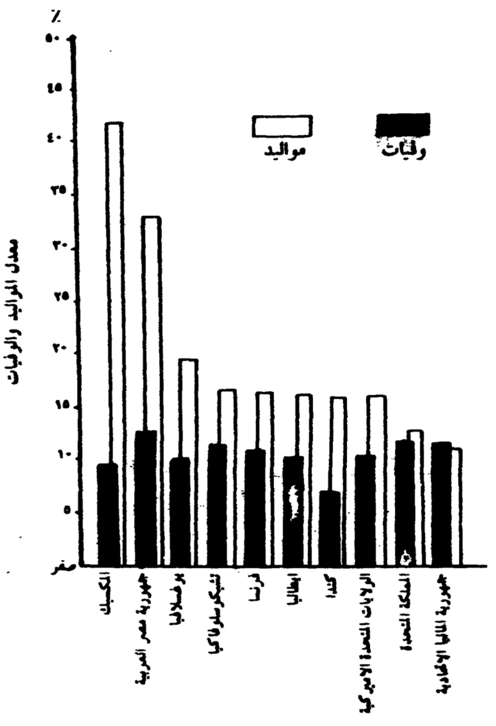
المعدل الإجمالي للمواليد والوفيات بجمهورية مصر العربية

مقارناً ببعض الدول عام ١٩٧٢

الدول	معدل المواليد	معدل الوفيات
ج. م. ع.	٣٤,٤	١٤,٥
يوغوسلافيا	١٨,٢	٩,١
جمهورية المانيا الاتحادية	١١,٤	١١,٨
المملكة المتحدة	١٤,٩	١٢,١
تشيكوسلوفاكيا	١٧,٤	١١,١
إيطاليا	١٦,٣	٩,٦
فرنسا	١٦,٩	١٠,٨
الولايات المتحدة	١٥,٦	٩,٤
كندا	١٥,٩	٧,٤
المكسيك	٤٣,٤	٨,٨

المصدر: المؤشرات الإحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٣ - الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء.

المعدل الاجمالي للمواليد والوفيـات لجمهورية مصر العربية
مقارناً ببعض الدول عام ١٩٧٢



شكل (٢)

المعدل الاجمالي للمواليد والوفيات لجمهورية مصر العربية

مقارناً ببعض الدول عام ١٩٧٢

جدول رقم (٣)

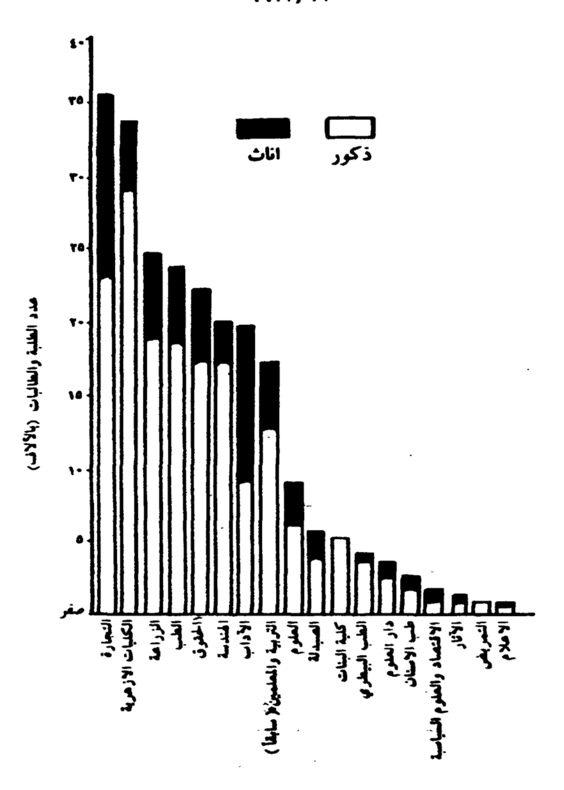
عدد الطالبات بالكليات الجامعية المختلفة عام ١٩٧٣/٧٢

الكليات	طلبة	طالبات	الجملة
الآداب	٨٩٠٥	١٠٧٧٦	١٩٦٨١
الحقوق	١٧٣٤٠	٤٨١٣	٢٢١٥٣
التجارة	٢٣٠٧٦	١٢٣٨٨	٣٥٤٧٤
العلوم	٦١٢٦	٢٦٦٨	٨٧٩٤
الهندسة	١٧٣٢٤	٢٦٣٤	١٩٩٥٨
الزراعة	١٨٦٧٤	٥٩٤٠	٢٤٦١٤
الطب	١٨٥٣٨	٥٣١٩	٢٣٨٥٧
طب الاسنان	١٥٣٣	١٠٢٩	٢٥٦٢
الطب البيطري	٣٥٧٧	٥٣٠	٤١٠٧
كلية البنات	—	٥٠٥٨	٥٠٥٨
الاقتصاد والعلوم السياسية	٧٠٤	٦٨٧	١٣٩١
دار العلوم	٢٣٦١	١١٤١	٣٥٠١
التمريض	—	٧٨٤	٧٨٤
التربية	١٢٩٦٥	٤٣١٧	١٧٢٨٢
الصيدلة	٣٥٥٠	١٩٤٩	٥٤٩٩
الآثار	٦٥٨	٣٣٩	٩٩٧
الإعلام	٤٤٩	١٩٣	٦٤٢
الجملة	١٣٥٧٩٠	٦٠٥٦٤	١٩٦٣٥٤
الكليات الأزهرية	٢٩٠٢٥	٤٦١٥	٣٣٦٤٠

المصدر: المؤشرات الإحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٣ - الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء.

عدد الطلبة والطالبات بالكليات الجامعية المختلفة

١٩٧٣/٧٢



شكل (٣)

عدد الطلبة والطالبات بالكليات الجامعية المختلفة ١٩٧٣/٧٢

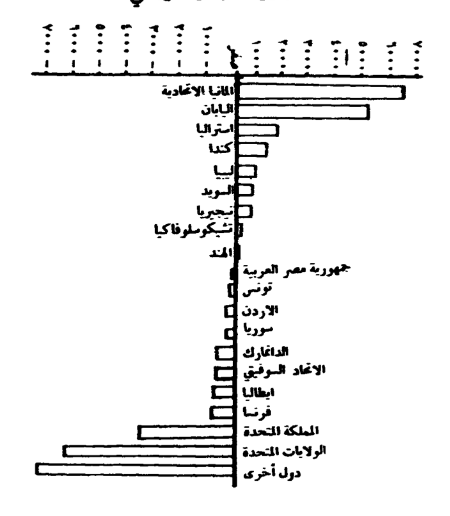
جدول (٤):
الميزان التجاري لجمهورية مصر العربية مقارناً
بعض الدول عام ١٩٧٢

الدول	الميزان التجاري (بليون دولار أمريكي)
ج. م. ع.	- ٧٤
سوريا	- ٢٢٣
الأردن	- ٢١٩
ليبيا	+ ١٨٩٥
تونس	- ١٤٨
نيجيريا	+ ٦٧٥
المانيا الاتحادية	+ ٦٤٤٥
الدنمارك	- ٦٥٣
السويد	+ ٦٧٧
المملكة المتحدة	- ٣٥١٦
إيطاليا	- ٧٣٤
فرنسا	- ٨٦٧
الولايات المتحدة الامريكية	- ٦٣٣١
كندا	+ ١٣٢٤
الهند	+ ١٨٤
اليابان	+ ٥١٢٠
تشيكوسلوفاكيا	+ ٢٥٣
الاتحاد السوفيتي	- ٦٨٦
استراليا	+ ١٧٤٧
دول أخرى	- ١٩٩٦٩
الجملة	- ١٥١٠٠

المصدر: المؤشرات الاحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٣. الجهاز المركزي للتعبئة العامة والاحصاء.

الميزان التجاري لجمهورية مصر العربية مقارناً ببعض الدول

بمليون دولار امريكي



شكل (٤)

الميزان التجاري لجمهورية مصر العربية مقارناً
ببعض الدول عام ١٩٧٢

ب ـ الرسم الدائري: Pie Chart

يكون الرسم الدائري مفيداً في حالة مقارنة مكونات ظاهرة معينة بإجماليها. وطبقاً لهذه الطريقة من طرق الرسم البياني، تقسم الدائرة إلى أقسام جزئية بحيث تتناسب مساحة كل جزء مع أحد مكونات الظاهرة. وبذلك تكون الدائرة مقسمة

إلى قطاعات بعدد مكونات الظاهرة، ومن الافضل إعطاء كل قطاع لون مختلف، ويمكن استبدال الألوان بنقوش مختلفة.

وفي تقسيم الدائرة إلى قطاعات جزئية يستخدم المنطق التالي: حيث أن الزاوية المركزية هي ٣٦٠° وهي تمثل ١٠٠٪ من مساحة الدائرة، اذن فان ١٪ من المساحة يمثل عن طريق زاوية قدرها ٣,٦°، وعلى هذا الأساس يمكن رسم الزوايا المختلفة داخل الدائرة ويبين جدول (٥) التصنيف الوظيفي للانفاق الحكومي في أحد السنوات، كما يبين أيضاً طريقة حساب الزاوية المركزية داخل الدائرة. ويمثل شكل (٥) الرسم الدائري الخاص بهذه البيانات.

جدول (٥)

التصنيف الوظيفي للانفاق الحكومي في أحد السنوات

التصنيف الوظيفي	الانفاق الحكومي (بالاف) الجنيهات	النسبة	الزاوية المركزية
الخدمات العامة	٢٩٩٢٠٢	٢٦,١٢	٢٦,١٢ x ٣,٦ = ٩٤°
« الاجتماعية	٧٠٢٨٥٨	٦١,٣٧	٦١,٣٧ x ٣,٦ = ٢٢١°
« الاقتصادية	٩٨٠٢٠	٨,٥٦	٨,٥٦ x ٣,٦ = ٣١°
نفقات غير مبوبة	٤٥٢٥٦	٣,٩٥	٣,٩٥ x ٣,٦ = ١٤°
المجموع	١١٤٥٣٣٦	١٠٠	٣٦٠°

المصدر: المؤشرات الاحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٢. الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء.

التصنيف الوظيفي للانفاق الحكومي

الخدمات الاجتماعية

الخدمات العامة

الخدمات الاقتصادية

خدمات غير مبوبة

شكل (٥)

التصنيف الوظيفي للانفاق الحكومي في احدى السنوات

ويستخدم الرسم الدائري أيضاً لمقارنة إجمالي ظاهرة معينة بإجمالي ظاهرة أخرى بجانب مقارنة مكونات كل ظاهرة بإجماليها. وفي هذه الحالة تمثل إجمالي كل ظاهرة بيانياً بحيث أن مساحة الدائرة تتناسب مع مربع نصف القطر أو بعبارة أخرى بحيث أن يتناسب نصف القطر مع الجذر التربيعي لكل مجموع.

أي أن:

$$\frac{\text{نق}_1}{\text{نق}_2} = \sqrt{\frac{\text{مجموع}_1}{\text{مجموع}_2}}$$

حيث: نق_1 = نصف قطر الدائرة الأولى.

نق_2 = نصف قطر الدائرة الثانية.

مجموع_1 = المجموع الكلي لمكونات الظاهرة الاولى

مجموع_2 = مجموع الكلي لمكونات الظاهرة الثانية

ثم تقسم كل دائرة إلى أقسام جزئية كما رأينا في المثال السابق. ولتوضيح ذلك، جدول رقم (٦) يمثل توزيع الليالي السياحية حسب الجنسيات.

جدول (٦)

توزيع الليالي السياحية حسب الجنسيات

البيان	١٩٧٥	١٩٧٦
عرب	٣٦٢١	٤٠٨١
أوروبيون	١٤١٠	١٧٦٨
أمريكيون	٤٢٦	٥٠٢
جنسيات أخرى	٣٩٧	٤٤٥
الجملة	٥٨٥٤	٦٧٩٦

المصدر: الكتاب الاحصائي السنوي لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٦. الجهاز المركزي للتعبئة العامة والاحصاء.

وفي هذه الحالة تكون النسبة بين نصف قطر الدائرة الأولى إلى نصف قطر الدائرة الثانية هي:

$$\frac{نق_1}{نق_2} = \sqrt{\frac{٥٨٥٤}{٦٧٩٦}} = \frac{٩٣}{١٠٠}$$

ويوضح شكل (٦) الدائرتين الممثلتين لكل سنة من السنوات محل البحث.



شكل (٦)

توزيع الليالي السياحية حسب الجنسيات

جدول (٧)

الإنتاج السنوي من غزل ونسيج القطن (بالطن المتري)

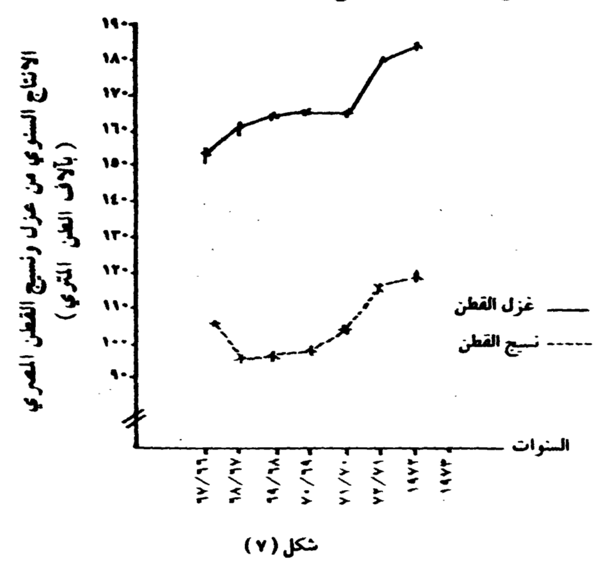
السنوات	الغزل	النسيج
١٩٧٦/٦٦	١٥٢١٤٢	١٠٤٠٣٤
٦٨/٦٧	١٦٠١٢٨	٩٥٠٩٢
٦٩/٦٨	١٦٣١٩٢	٩٦٠٨٢
٧٠/٦٩	١٦٤٣٢٨	٩٦٥٨٠
٧١/٧٠	١٦٤٤٠٦	١٠٣٠٨٦
١٩٧٢	١٧٩٢١٨	١١٥٩١٠
١٩٧٣	١٨٢٧١٠	١١٨٢٣٣

المصدر: فالمؤشرات الاحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٣. الجهاز المركزي للتعبئة العامة والاحصاء.

جـ - الخط البياني:

وهو يمثل العلاقة بين متغيرين، فإذا كانت إحدى الظاهرتين هي الزمن فتمثل على المحور الافقي بينما تمثل الظاهرة الاخرى على المحور الرأسي. هذا ويمكن المقارنة بين أكثر من ظاهرة عن طريق رسم هذه الظواهر على نفس الرسم البياني كما هو موضح في شكل (٧) الذي يمثل الإنتاج السنوي من غزل ونسيج القطن في الفترة من عام ٦٧/٦٦ إلى عام ١٩٧٣، على النحو المبين في جدول (٧).

الانتاج السنوي من غزل ونسيج القطن المصري



شكل (٧)

الانتاج السنوي من غزل ونسيج القطن المصري

٢ ـ الرسوم البيانية في حالة القيم المبوبة:

في حالة التوزيعات التكرارية هناك ٤ أنواع رئيسية للتمثيل البياني: المدرج التكراري والمضلع التكراري والمنحنى التكراري والمنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع الهابط.

أولاً: المدرج التكراري: Histogram

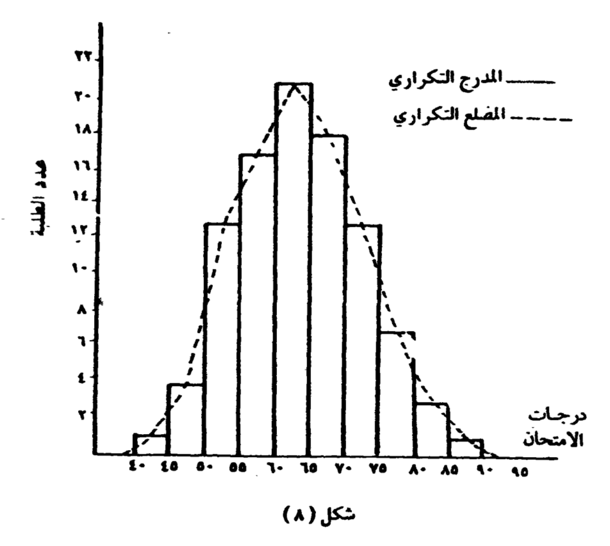
لرسم المدرج التكراري نبدأ برسم محورين متعامدين، وتمثل فئات الظاهرة على المحور الافقي بينما تمثل التكرارات على المحور الرأسي. ويقسم المحور الافقي تقسيماً ملائماً بحيث يسمح بظهور جميع الفئات الموجودة في جدول التوزيع

التكـراري، كما يقسم المحـور الرأسي تقسيماً ملائماً بحيـث يسمـح بظهـور أكبر التكرارات. هذا ويجب مراعاة أن يبدأ المحور الرأسي دائماً بالصفر، أما المحور الأفقي فليس من الضروري أن يبدأ بالصفر حتى لا تترك مسافة كبيرة على المحور الافقي لا تمثل بفئات، ونبدأ برسم فوق كل فئة مستطيل تمثل مساحته التكرارات المناظرة، فإذا كانت الفئات متساوية فإن مساحة المستطيل ستكون متناسبة مع التكرارات، وبذلك يمكن أن يرسم المستطيل بحيث يكون ارتفاع كل مستطيل يساوي تكرار الفئة التي يرسم فوقها المستطيل، ولا يجب ترك مسافات بين المستطيلات. وبعد رسم جميع المستطيلات الممثلة لتكرارات للفئات المختلفة في التوزيع التكراري نحصل على ما نسميه « المدرج التكراري » ويمثل جدول (٨) توزيع تكراري لدرجات امتحان ١٠٠ طالب في مادة الإحصاء.

جدول (٨):

التوزيع التكراري لدرجات امتحان ١٠٠ طالب في مادة الاحصاء

درجات الامتحان	عدد الطلبة
٤٠ –	١
٤٥ –	٤
٥٠ –	١٣
٥٥ –	١٧
٦٠ –	٢١
٦٥ –	١٨
٧٠ –	١٥
٧٥ –	٧
٨٠ –	٣
٨٥ وأقل من ٩٠	١
المجموع	١٠٠



شكل (٨)

المدرج التكراري والمضلع التكراري لتوزيع درجات ١٠٠
طالب في امتحان مادة الاحصاء

وفيما تقدم بينا كيفية رسم المدرج التكراري في حالة الفئات المتساوية، فاذا كانت الفئات غير متساوية فإنه من الخطأ تمثيل التكرارات كما هي على المحور الرأسي، بل يجب تعديلها قبل رسم المدرج التكراري والسبب في ذلك يرجع إلى أن مساحة كل مستطيل تمثل التكرارات، فعندما تكون الفئات متساوية ـ كما ذكرنا سلفاً ـ تكون مساحة المستطيل متناسبة مع التكرار المناظر، ولكن في حالة الفئات غير المتساوية يختلف الوضع. وبصفة عامة يمكن القول:

مساحة المستطيل تمثل التكرار.

∴ مساحة المستطيل = القاعدة x الارتفاع

= طول الفئة x الارتفاع

∴ الارتفاع = $\frac{\text{مساحة المستطيل}}{\text{طول الفئة}}$

= $\frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفئة}}$

ويعبر عن ارتفاع المستطيل بالتكرار المعدل، أي أن:

التكرار المعدل = $\frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفئة}}$

مثال: فيما يلي توزيع أعمار سكان قرية معينة حسب السن، والمطلوب رسم المدرج التكراري لهذا التوزيع.

فئات السن	أقل من سنة	١ –	٥ –	١٠ –	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠ –	٦٠ فأكثر
عدد السكان	١٠٠	١٤٠	١٦٠	١٩٠	٢٠٠	١٨٠	١٥٠	٧٠	٥٠

الحل:

الملاحظ أن جدول التوزيع التكراري السابق مفتوح من أعلى ومن أسفل، وفي الواقع يمكننا قفله من أسفل فنكتب الفئة الاولى كالآتي (٠ –)، بينما لا يمكن قفله من أعلى. كما أن الملاحظ أن الفئات غير متساوية فطول الفئة الاولى ١ بينما طول الفئة الثانية ٥، وطول الفئة الرابعة ١٠..... لذلك قبل رسم المدرج التكراري يجب ايجاد التكرار المعدل حيث أن:

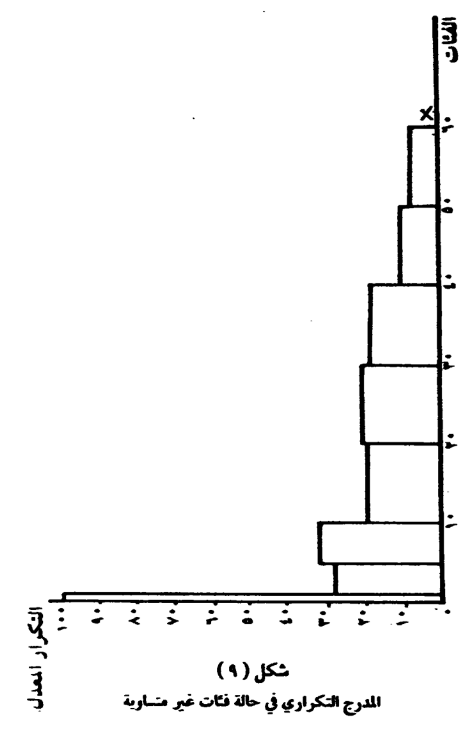
التكرار المعدل = $\frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفئة}}$

ويمثل جدول (٩): التكرار المعدل لتوزيع السكان في تلك القرية، ويمثل شكل (٩) المدرج التكراري الممثل لهذا التوزيع.

جدول (٩)

جدول التكرار المعدل لتوزيع السكان في إحدى القرى

فئات السن	عدد السكان	طول الفئة	التكرار المعدل
٠ –	١٠٠	١	١٠٠
١ –	١٤٠	٤	٣٥
٥ –	١٦٠	٥	٣٢
١٠ –	١٩٠	١٠	١٩
٢٠ –	٢٠٠	١٠	٢٠
٣٠ –	١٨٠	١٠	١٨
٤٠ –	١٥٠	١٠	١٥
٥٠ –	٧٠	١٠	٧
٦٠ فأكثر	٥٠	غير مبين	غير معلوم



شكل (٩)

المدرج التكراري في حالة فئات غير متساوية

ويلاحظ في هذا الشكل أن الفئة الاخيرة غير ممثلة لأنها فئة مفتوحة وهنا يكفي وضع علامة x فوق هذه الفئة للتدليل على أنها فئة مفتوحة.

ثانياً: المضلع التكراري Frequency Polygon :

لرسم المضلع التكراري نضع الفئـات على المحـور الافقـي والتكـرارات على المحور الرأسي كما فعلنا بالنسبة للمدرج التكراري. ثم بعد ذلك نضع نقطة فوق

كل مركز فئة وعلى ارتفاع التكرار في هذه الفئة، ثم نرسم مستقيمات بين كل نقطة والنقطة التالية. ولكي نقفل الشكل، نوصل النقطة الاولى بمركز الفئة الواقعة إلى يسار الفئة الأولى، كما نوصل النقطة الأخيرة بمركز الفئة الواقعة إلى يمين الفئة الأخيرة ويمكن رسم المضلع التكراري على نفس الرسم مع المدرج التكراري عن طريق توصيل منتصف أعلى كل مستطيل من مستطيلات المدرج بخطوط مستقيمة. وشكل (٨) يمثل المضلع التكراري والمدرج التكراري على رسم واحد. ومن الجدير بالذكر أن المساحة تحت المدرج التكراري تساوي المساحة تحت المضلع التكراري.

وفي حالة الفئات غير المتساوية يجب إجراء التكرار المعدل، ويمثل التكرار المعدل على المحور الرأسي، ثم يرسم المدرج التكراري على النحو المذكور عاليه.

ثالثاً: المنحنى التكراري: Frequency Curve:

بعد رسم المدرج التكراري يمكن تمهيد المنحنى التكراري باليد بحيث يتوسط المرور بين النقط الممثلة لرؤوس المضلع التكراري حتى يكون شكله انسيابي وليس خطوط منكسرة كما في حالة المضلع. ويمكن القول أنه كلما زاد عدد المفردات في العينة وكلما صغرت أطوال الفئات كلما اقترب المضلع التكراري من المنحنى التكراري. ويمثل شكل (١٠) المضلع والمنحنى التكراري الممثلين للتوزيع التكراري في جدول (٨).

رابعاً: المنحنى التكراري المتجمع

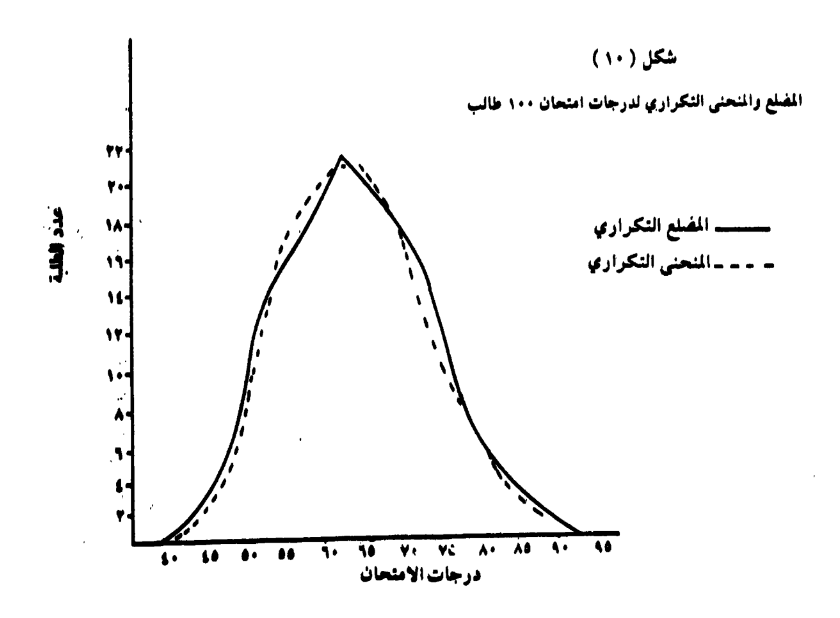
Cumulative Frequency Curve

١ ـ التكرار المتجمع الصاعد:

إذا كان لدينا توزيع تكراري وأردنا معرفة عدد المفردات التي تكون قيمتها «أقل من قيمة معينة» توجد ما يسمى «بالتكرار المتجمع الصاعد». ولتوضيح ذلك إذا نظرنا إلى جدول (٨) الذي يمثل جدول التوزيع التكراري لدرجات امتحان ١٠٠ طالب في مادة الإحصاء، وإذا أردنا معرفة كم طالب حصل على أقل من ٤٠ درجة فسيكون الجواب: ليس هناك طلاباً حصلوا على أقل من ٤٠. وإذا أردنا معرفة كم طالب حصل على أقل من ٤٥ درجة سيكون الجواب: طالب

شكل (١٠)

المضلع والمنحنى التكراري لدرجات امتحان ١٠٠ طالب



واحد، وإذا أردنا معرفة كم طالب حصل على أقل من ٥٠ درجة سيكون الجواب (١ + ٤ = ٥)، وبالمثل فان عدد الطلبة التي تقل درجاتهم عن ٥٥ = (١ + ٤ + ١٣ = ١٨). ولعمل جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد نتبع الخطوات الآتية:

١ ـ نضيف الى الفئات فئة قبل الفئة الاولى وسيكون التكرار المناظر لها صفر. فمثلاً بأخذ جدول (٨) وإضافة فئة قبل الفئة الاولى وهي: أقل من ٤٠ سيكون التكرار المناظر لها صفر. كما هو موضح بجدول (١٠).

٢ ـ نضيف عمودين: الاول يبين « أقل من الحد الاعلى للفئة » والثاني خاص بالتكرار المتجمع الصاعد على النحو المبين في جدول (١٠).

٣ ـ نحسب التكرار المتجمع الصاعد، فبالنسبة لاقل من ٤٠ يكون التكرار المتجمع الصاعد = صفر، ثم بعد ذلك نضيف التكرار المتجمع الصاعد إلى تكرار الفئة التالية، فيكون التكرار المتجمع الصاعد ١، ثم ٥، ثم ١٨ ..... وهكذا إلى أن نصل إلى أقل من الحد الاعلى للفئة الاخيرة، وهنا يجب أن يكون التكرار المتجمع الصاعد مساوي لمجموع التكرارات أي أمام أقل من ٩٠ يكون التكرار المتجمع الصاعد ١٠٠.

جدول (١٠)

التكرار المتجمع الصاعد في جدول التوزيع
التكراري لدرجات ١٠٠ طالب في مادة الإحصاء

الفئة	التكرار	أقل من الحد الاعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع الصاعد النسبي
أقل من ٤٠	٠	أقل من ٤٠	٠	٠
٤٠ –	١	أقل من ٤٥	١	٠,٠١
٤٥ –	٤	أقل من ٥٠	٥	٠,٠٥
٥٠ –	١٣	أقل من ٥٥	١٨	٠,١٨
٥٥ –	١٧	أقل من ٦٠	٣٥	٠,٣٥
٦٠ –	٢١	أقل من ٦٥	٥٦	٠,٥٦
٦٥ –	١٨	أقل من ٧٠	٧٤	٠,٧٤
٧٠ –	١٥	أقل من ٧٥	٨٩	٠,٨٩
٧٥ –	٧	أقل من ٨٠	٩٦	٠,٩٦
٨٠ –	٣	أقل من ٨٥	٩٩	٠,٩٩
٨٥ وأقل من ٩٠	١	أقل من ٩٠	١٠٠	١,٠٠
المجموع	١٠٠			

ويمكن إيجاد التكرار المتجمع الصاعد النسبي بقسمة كل تكرار متجمع صاعد على مجموع التكرارات.

ويمكن تمثيل التكرار المتجمع الصاعد بيانياً عن طريق المنحنى المتجمع الصاعد. ولرسم هذا المنحنى نأخذ الفئات على المحور الافقي والتكرار المتجمع على المحور الرأسي. ثم نقوم بتعيين النقطة التي يكون إحداثيها السيني هو الحد

الأعلى للفئة واحداثيها الصادي هو التكرار المتجمع الصاعد. فالنقطة الاولى في مثالنا هذا تكون فوق ٤٠ على ارتفاع صفر، والنقطة الثانية تكون فوق ٤٥ وعلى ارتفاع ١، هكذا حتى نصل إلى النقطة الاخيرة ثم نوصل بين هذه النقط للحصول على المنحنى المتجمع الصاعد كما هو موضح في شكل (١١).

ومن هذا المنحنى يمكننا إيجاد عدد الطلبة الذين حصلوا على درجات أقل من قيمة معينة، فإذا أردنا معرفة عدد الطلبة الذين حصلوا على أقل من ٧٠ مثلا، نرسم عموداً رأسياً فوق ٧٠ على المحور الأفقي، حتى يقابل هذا الخط المنحنى المتجمع الصاعد في نقطة معينة، ثم نرسم خطاً أفقياً يقابل المحور الرأسي في نقطة معينة، هذه النقطة هي التي تحدد عدد الطلبة الذين حصلوا على درجات أقل من ٧٠ وعددهم ٧٤ طالب كما يمكن ايجاد نسبة الطلبة الذين حصلوا على درجات أقل من ٧٠ عن طريق قسمة ٧٤ على العدد الكلي وهو ١٠٠ في هذه الحالة فتكون النسبة ٧٤٪.

٢ ـ التكرار المتجمع النازل:

وإذا أردنا معرفة عدد المفردات التي تكون قيمتها مساوية وأكبر من قيمة معينة نوجد التكرار المتجمع النازل. فمثلا لو أردنا معرفة كم طالب يحصلون على ٤٠ درجة فأكثر، فالجواب يكون كل الطلبة أي ١٠٠ طالب، وإذا أردنا معرفة كم طالب يحصل على ٤٥ درجة فأكثر فالجواب يكون (١٠٠ - ١ = ٩٩ طالب)، وبالمثل فعدد الطلبة الذين يحصلون على ٥٠ درجة فأكثر يكون (٩٩ - ٤ = ٩٥ طالب) وهكذا إلى أن نصل إلى ٩٠ فأكثر فيكون عدد الطلبة صفر.

ولايجاد التكرار المتجمع الصاعد نضيف عمودين إلى جدول التوزيع التكراري: العمود الاول يعطى الحد الأدنى للفئة فأكثر، والعمود الثاني خاص بالتكرار المتجمع النازل. ثم بعد ذلك نبدأ بالفئة الأولى فأمام ٤٠ فأكثر يكون التكرار المتجمع النازل ١٠٠، ثم بعد ذلك نحصل على التكرار المتجمع النازل للفئة الثانية عن طريق طرح تكرار الفئة من ١٠٠ وهكذا بالطرح المتتالي نحصل على التكرار المتجمع النازل كما هو موضح في جدول (١١). هذا، ويمكن الحصول على نفس هذا التكرار عن طريق الجمع المتتالي للتكرارات من أسفل الجدول.

فامام ٩٠ فاكثر يكون التكرار المتجمع يساوي صفر ، وأمام ٨٥ فأكثر يكون التكرار المتجمع (٠ + ١ = ١)، وأمام ٨٠ فأكثر يكون التكرار المتجمع (١ + ٣ = ٤) وهكذا نحصل على التكرار المتجمع عن طريق جمع التكرارات من أسفل.

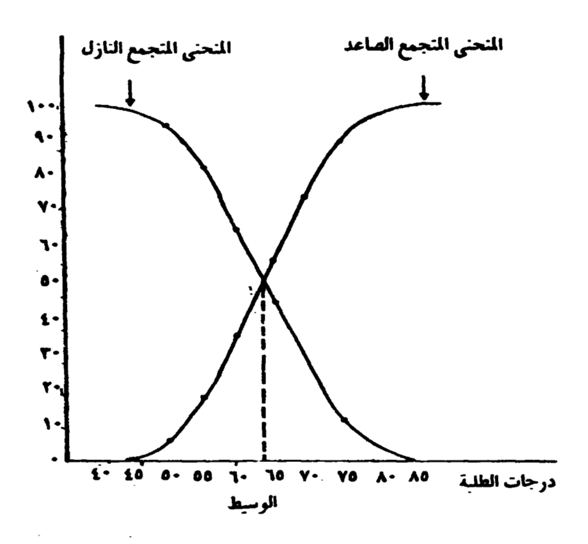
جدول (١١)

التكرار المتجمع النازل في جدول التوزيع التكراري
لدرجات ١٠٠ طالب في مادة الإحصاء

الفئات	التكرار	الحد الادنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل	التكرار المتجمع النازل النسبي
٤٠ –	١	٤٠ فأكثر	١٠٠	١
٤٥ –	٤	٤٥ فأكثر	٩٩	٠,٩٩
٥٠ –	١٣	٥٠ فأكثر	٩٥	٠,٩٥
٥٥ –	١٧	٥٥ فأكثر	٨٢	٠,٨٢
٦٠ –	٢١	٦٠ فأكثر	٦٥	٠,٥٦
٦٥ –	١٨	٦٥ فأكثر	٤٤	٠,٤٤
٧٠ –	١٥	٧٠ فأكثر	٢٦	٠,٢٦
٧٥ –	٧	٧٥ فأكثر	١١	٠,١١
٨٠ –	٣	٨٠ فأكثر	٤	٠,٠٤
٨٥ وأقل من ٩٠	١	٨٥ فأكثر	٠	٠
المجموع	١٠٠	٩٠ فأكثر	٠	٠

ولإيجاد التكرار المتجمع النازل بالنسبي نقسم التكرار المتجمع النازل على مجموع التكرارات.

ولرسم المنحنى المتجمع النازل نرسم المحورين ثم نحدد النقط فوق حدود الفئات كما هو الحال في رسم المنحنى المتجمع الصاعد. وشكل (١١) يبين المنحنى



المتجمع النازل على نفس الرسم مع المنحنى المتجمع الصاعد. ومن الجدير بالذكر أن هذين المنحنيين يلتقيا عند النقطة التي يكون احداثيها السيني هو الوسيط، وهو أحد مقاييس النزعة المركزية على النحو المبين في الفصل التالي.

ومن الرسم يمكننا الحصول على عدد الطلبة الذين تزيد درجاتهم عن قيمة معينة على النحو المبين للمنحنى الصاعد.

تمارين

١ - كانت مبيعات إحدى شركات القطاع العام في عام ١٩٧٥ و١٩٧٨ كالآتي:

المبيعات	عام ١٩٧٥ (بالاف الجنيهات)	عام ١٩٧٨ (بالاف الجنيهات)
مبيعات محلية	١١٠٠	١٤٢٠
صادرات للدول العربية	٦٠٩	٨٨٢
صادرات أخرى	٢١١	٦١٨
مجموع المبيعات	١٩٢٠	٢٩٢٠

والمطلوب رسم دائرة لكل سنة تبين الجزئيات.

٢ - فيما يلي عدد الناجحين في امتحانات السنوية العامة (القسم العلمي) في السنوات من ٧٠/٧١ إلى ٧٥/٧٦.

السنة	بنون	بنات	الجملة
٧٠/٧١	٤١٢٠٤	١٥٢٨١	٥٦٤٨٥
٧١/٧٢	٤٦٧٣٠	١٧٨١٤	٦٤٥٤٤
٧٢/٧٣	٥٤٤٦٩	٢٠٠٩٥	٧٤٥٦٤
٧٣/٧٤	٦٤٠١١	٢٣٣٢٩	٨٧٣٤٠
٧٤/٧٥	٦٠٨٧٣	٢٢٨٨٦	٨٣٥٧٩
٧٥/٧٦	٥٢٥٠٧	٢١٢١٢	٧٣٧٢٩

والمطلوب: تمثيل البيانات الواردة في الجدول باستخدام الأعمدة البيانية:

٣ ـ الجدول التالي يبين تطور اجمالي الناتج القومي في الفترة من ٦٩/٧٠ إلى ٧٠/٧١، والمطلوب تصوير هذه البيانات عن طريق:

أ ـ الخط البياني
ب ـ الأعمدة البيانية.

(بملايين الجنيهات)

السنة	اجمالي الناتج القومي	الادخار	الاستهلاك
٦٩/٧٠	٢٩٢٦,٦	٢٧٠	٢٦٥٦,٦
٧٠/٧١	٣٠٨٦,٣	٢٢٦,٣	٢٨٦٠
١٩٧٢	٣٥٠٢	٣٥٦	٣١٤٦
١٩٧٣	٣٩٤٠	٤٢١	٣٥١٩
١٩٧٤	٤٦٣٠	٦٥٨	٣٩٧٢
١٩٧٥	٥٥٣٠	١٠٢٤	٤٥٠٦

٤ ـ البيانات التالية لـ ٢٥ طالب وطالبة بأحد الفصول موزعة حسب الجنس «ذكر أو أنثى» والحالة التعليمية «ناجح وراسب»:

ناجح، ناجحة، راسبة، راسب، ناجحة، ناجحة، راسبة، ناجح، ناجح، راسبة، راسب، راسبة، راسبة، راسب، ناجح، ناجح، ناجحة، ناجحة، ناجح، راسب، راسب، راسبة، ناجحة، ناجح، ناجح.

والمطلوب:

أ ـ تفريغ هذه البيانات في جدول ملائم
ب ـ عرضها بيانياً

٥ - فيما يلي درجات ٨٠ طالب في مادة الرياضة.

٧٦	٨٨	٦٢	٩٠	٦٨	٨٢	٧٥	٨٤	٦٨
٨٥	٥٩	٧١	٩٣	٦٠	٧٣	٨٨	٧٩	٧٣
٦٣	٧٨	٩٥	٦٢	٧٤	٨٧	٧٥	٦٥	٦١
٦٨	٧٤	٦٩	٧٧	٩٤	٧٥	٨٢	٧٨	٦٦
٨٣	٧٩	٦٠	٩٥	٧٥	٦١	٨٩	٧٨	٩٦
٧١	٦٥	٧٦	٨٥	٧٨	٩٧	٦٧	٦٢	٧٩
٥٣	٧٦	٦٢	٧٨	٨٨	٥٧	٧٣	٨٠	٦٥
٨٥	٧٥	٧٦	٦٣	٧٢	٨١	٧٣	٦٧	٨٦
٩٣	٧٥	٧٢	٦٠	٧١	٧٥	٧٤	٧٧	

والمطلوب:

أ - ايجاد التوزيع التكراري لهذه البيانات

ب - رسم كل من المدرج التكراري والمضلع التكراري.

حـ - رسم كل من المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع النازل.

٦ - فيما يلي درجات ٤٠ طالب في مادتي الإحصاء والرياضة:

الاحصاء	الرياضة	الاحصاء	الرياضة	الاحصاء	الرياضة	الاحصاء	الرياضة
٩٠	٥٣	٦٥	٥٥	٧٦	٩٠	٣٢	٣٠
٥٣	٤١	٥٣	٩٢	٢٨	١٦	٣٤	٥٢
٢١	٤٣	٧٠	٨٣	٦٩	٧٧	٦٧	٦٥
١٥	٣٥	١٩	٩٣	٨٧	٩٦	١٩	٦٦
٧٦	٩٣	٥٥	٩	٢٠	٣٢	١٢	٤٢
٤٠	٦٧	٤٧	١٢	٢١	٤٤	٢٠	٣٢
٥٣	٥٠	٧٥	١٤	٥٢	١٨	٩٢	٩١
٤٠	٢٠	٧٦	٧٢	٢٢	٣٢	٩٦	٦٠
٩٠	٩٥	٨٢	٧٦	٦٩	٦٧	٨٦	٧٦
٢٧	١٨	٩٢	٩٩	٧٠	٥٢	١٨	٢٢

والمطلوب:

أ ـ تكوين جدول توزيع تكراري ملائم.

ب ـ رسم المدرج التكراري والمضلع التكراري لمادة الإحصاء.

حـ ـ رسم المدرج التكراري والمضلع التكراري لمادة الرياضة.

٧ ـ فيما يلي أعداد الوفيات في ج. م. ع. حسب العمر بالجهات التي بها مكتب صحة في عام ١٩٦٥.

فئات العمر بالسنين	أقل من سنة	١ -	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٤٥ -	٦٥ -	٧٥ فأكثر	المجموع
عدد الوفيات	١٣٨	٩٧	١٣	٩	٢٣	٤٣	٣٦	٥٧	٤١١

المطلوب: رسم المدرج والمضلع التكراري لهذا التوزيع.

٨ ـ الجدول التالي يمثل الاجور اليومية بالقرش للعاملين باحدى الشركات:

فئات الاجور	٥٠ -	٦٠ -	٧٠ -	٨٠ -	٩٠ -	١٠٠ -	١٠٠ وأقل من ١٢٠
عدد العاملين	٨	١٠	١٦	١٤	١٠	٥	٢

والمطلوب:

أولاً: رسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنه استنتج:

أ ـ نسبة العاملين الذين يحصلون على أجر أقل من ٨٥ قرش يومياً.

ب ـ عدد العاملين الذين يحصلون على أجر يتراوح بين ٦٣ قرش و٧٥ قرش.

ثانياً: رسم منحنى التكرار المتجمع النازل ومنه استنتج نسب العاملين الذين يحصلون على أجر يساوي أو يزيد عن ٩٨ قرشاً يومياً.

الفصل الخامس

مقاييس النزعة المركزية

Measures of Central Tendancy

إذا نظرنا إلى أى ظاهرة نجد أن قيم الظاهرة تتجمع حول قيمة معينة.فمثلا إذا أخذنا درجات امتحان مادة الاحصاء ، نجد أن غالبية الطلبة قد حصلوا على درجات قريبة جدا من ١٤ درجة(١٣، ٥ر١٣، ٥ر١٤ ، ١٥ مثلاً) أما الطلبة الذين حصلوا على ١٨ أو ١٩ أو ٢٠ درجة فعددهم صغير نسبياً وكذلك عدد الطلبة الحاصلون على درجة ٢، أو٣ أو ٤ فهم أيضاً عدد صغير نسبياً. وتسمى القيمة التى تتجمع حولها قيم الظاهرة بالمتوسط (وهو فى مثالنا هنا = ١٤ درجة).

وعلى وجه العموم يمكن القول أن قيم أى ظاهرة تميل إلى التجمع نحو قيمة معينة، فتزداد عدد القيم كلما قربت منها ويقل عددها كلما بعدت عنها. ويطلق على خاصية تجمع القيم حول نقطة معينة خاصية النزعة المركزية، كما يطلق على المقاييس المستخدمة لقياس هذه النزعة بالمتوسطات. Averages . ولكل متوسط طريقة مختلفة فى الحساب كما له استخدام مختلف فى الحياة العملية.

وسيتناول هذا الفصل الأنواع الآتية من مقاييس النزعة المركزية(أو المتوسطات) وهى :

١ - الوسط الحسابى	Arithmetic Mean
٢ - الوسيط	Median
٣ - المنوال	Mode
٤ - الوسط الهندسى	Geometric Mean
٥ - الوسط الحسابى المرجح	Weghted Arithmetic Mean
٦ - الوسط التوافقى	Harmonic Mean

١ ـ الوسط الحسابي

هو أكثر المتوسطات استخداماً، وهو المتوسط الوحيد الذي يعرفه الشخص العادي، فعادة إذا ما كان لدينا مجموعة من القيم فإننا نحصل على وسطها الحسابي عن طريق قسمة مجموعة هذه القيم على عددها، أي أن:

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

ويمكن التعبير عن ذلك في صورة رياضية كالآتي:

إذا كان لدينا القيم: $س_١$، $س_٢$، ......، $س_ن$ وعددها ن، وإذا رمزنا للوسط الحسابي لهذه القيم بالرمز $\bar{س}$ (وينطق س بار).

$$\text{فإن: } \bar{س} = \frac{س_١ + س_٢ + \ldots + س_ن}{ن}$$

وإذا استخدمنا الرمز مجـ للدلالة على «مجموع» القيم، فإن المعادلة السابقة يمكن كتابتها كما يلي:

$$\bar{س} = \frac{\text{مجـ س}}{ن}$$

وهناك صيغ لكتابة الرمز «مجـ س» وهي:

$$\underset{ر = ١}{\overset{ن}{\text{مجـ}}} س_ر \quad \text{أو} \quad \underset{١}{\overset{ن}{\text{مجـ}}} س_ر \quad \text{أو مجـ } س_ر$$

ولا يكتب الرمز مجـ س إلا إذا كان ليس هناك مجالاً للبس وفي دراستنا هنا سنكتفي باستخدام الرمز مجـ س.

مثال (١):

فيما يلي الأجور الشهرية (بالجنيهات) لعشرة أعمال في أحد المصانع:

١٥٠، ١٧٠، ٢٠٠، ١٣٠، ١٥٠، ٢٠٠، ٢٧٠، ٢٣٠، ٢٩٠، ٢٧٠

أوجد متوسط الأجر الشهري لهؤلاء العمال باستخدام الوسط الحسابي

الحل :

الوسط الحسابي للأجر الشهري للعمال العشر هو :

$$\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن}$$

$$= \frac{١٥٠ + ١٧٠ + ٢٠٠ + ١٢٠ + ١٥٠ + ٢٠٠ + ٢٧٠ + ٢٣٠ + ٢٩٠ + ٢٧٠}{١٠}$$

$$= \frac{٢٠٥٠}{١٠} = ٢٠٥ \text{ جنيه}$$

في حالة القيم المبوبة (أي التوزيعات التكرارية):

في حالة التوزيعات التكرارية يكون لدينا القيم :

$س_١$ وتكرارها $ك_١$ ، $س_٢$ وتكرارها $ك_٢$ ، .... ، $س_ن$ وتكرارها $ك_ن$ ويكون الوسط الحسابي في هذه الحالة هو:

$$\bar{س} = \frac{س_١ ك_١ + س_٢ ك_٢ + ... + س_ن ك_ن}{ك_١ + ك_٢ + ... + ك_ن}$$

أي :

$$\boxed{\bar{س} = \frac{مجـ س ك}{مجـ ك}} \qquad (٢)$$

ملحوظة : في حالة التوزيعات التكرارية س هي مراكز الفئات [١]

لإيجاد الوسط الحسابي في حالة التوزيعات التكرارية نتبع الخطوات التالية:

١ - نوجد مراكز الفئات س .

٢ - نوجد حاصل ضرب مراكز الفئات س في التكرار المناظر ك ثم نوجد مجموعها أي : مجـ س ك

٣ - نطبق القانون : $\bar{س} = \frac{مجـ س ك}{مجـ ك}$

---

(١) في بعض التوزيعات التكرارية التي تتخذ شكل القيمة والتكرار، تكون س هي قيمة المتغير نفسه، كما هو الحال في مثال (٣) من الفصل الثالث .

مثال (٢)

فيمايلى التوزيع التكرارى للأجور الشهرية (بالجنيهات) لمائة عامل فى أحد المصانع:

فئات الأجر (بالجنيهات)	٨٠-	١٠٠-	١٢٠-	١٤٠-	١٦٠-	١٨٠ وأقل من ٢٠٠	المجموع
عدد العمال	١٥	٢٠	٣٠	٢٥	٧	٣	١٠٠

والمطلوب : إيجاد الوسط الحسابى لأجور هؤلاء العمال.

الحل:

جدول (١)

ايجاد الوسط الحسابى لأجور مائة عامل

(١) فئات الأجر (بالجنيهات)	(٢) التكرار ك	(٣) مراكز الفئات س	(٤) س ك
٨٠ -	١٥	٩٠	١٣٥٠
١٠٠-	٢٠	١١٠	٢٢٠٠
١٢٠-	٣٠	١٣٠	٣٩٠٠
١٤٠-	٢٥	١٥٠	٣٧٥٠
١٦٠-	٧	١٧٠	١١٩٠
١٨٠ وأقل من ٢٠٠	٣	١٩٠	٥٧٠
المجموع	١٠٠		١٢٩٦٠

١ - توجد مراكز الفئات بإحدى طريقتين:

$$س = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{٢} \text{ ، (مثلا : } \frac{٨٠ + ١٠٠}{٢} = ٩٠\text{)}$$

أو

$$س = \text{الحد الأدنى للفئة} + \frac{\text{طول الفئة}}{٢} \text{ ،(مثلا : } ٨٠ + \frac{١٠٠ - ٨٠}{٢} = ٨٠ + ١٠ = ٩٠\text{)}$$

ويمكن إيجاد مراكز الفئات التالية بنفس الطريقة، ولكن بما أن الفئات هنا متساوية وطول كل منها ٢٠. فيمكننا الحصول على مراكز الفئات التالية بإضافة ٢٠ لمركز الفئة السابقة. وسيكون لدينا ٩٠ + ٢٠ = ١١٠ ، ١١٠ + ٢٠ = ١٣٠ وهاهكذا ...

٢ - نوجد حاصل ضرب س في ك أي حاصل ضرب عمود (٢) × عمود (٣) للحصول على عمود (٤) وهو س ك ثم نوجد مجموع هذا العمود.

٣ - $\bar{س} = \frac{مجـ\ س\ ك}{مجـ\ ك} = \frac{١٢٩٦٠}{١٠٠} = ١٢٩٫٦٠$ جنيهاً.

ملحوظة :

هذه الطريقة تتضمن عمليات حسابية كثيرة لذلك استخدم الاحصائيون طرق مختصرة أخرى تكون العمليات الحسابية فيها أكثر سهولة . ونجمل هذه الطرق المختصرة في طريقتين :

أ - طريقة الانحرافات .

ب - طريقة الانحرافات المختصرة.

وفى كل طريقة سنعالج أولاً حالة القيم غير المبوبة ثم حالة القيم المبوبة.

أ- طريقة الانحرافات.

أولا : حالة القيم غير المبوبة:

طبقا لطريقة الانحرافات نختار عدد معين يسمى بالوسط الفرضى (أ) ، ثم نوجد الانحرافات (ح) عن الوسط الفرضى أى أن :

$$ح = س - أ \quad (٣)$$

ويمكننا اختيار أى قيمة كوسط فرضى. إلا أن القيم الأكثر ملاءمة هى التى تسهل العمليات الحسابية أكثر من غيرها. وعموماً يمكن القول أن الوسط الفرضى يكون مناسباً إذا توافر فيه شرطاً أو أكثر من الشروط التالية:

١ - أن يكون سهلاً بحيث يسهل طرحه من قيم س.

٢- أن يكون عدد القيم التى أصغر منه لايختلف كثيراً عن عدد القيم التى أكبر منه، وبالتالى يكون هناك انحرافات سالبة وانحرافات موجبة.

٣ - أن يكون مساوياً لاحدى القيم وبالتالي فاحدى الانحرافات تكون مساوية للصفر مما يؤدي إلى تقليل العمليات الحسابية، وطبقاً لطريقة الانحرافات إذا كان لدينا القيم: $س_1$، $س_2$، ......، $س_ن$ وبطرح الوسط الفرضي أ من جميع القيم نحصل على الانحرافات $ح_1$، $ح_2$، ....، $ح_ن$.

ويكون مجموع الانحرافات

$$مجـ ح = ح_1 + ح_2 + ... + ح_ن$$

وبالتعويض عن $ح_1$، $ح_2$، ....، $ح_ن$ بقيمتها ينتج أن:

$$مجـ ح = (س_1 - أ) + (س_2 - أ) + ... + (س_ن - أ)$$

$$= (س_1 + س_2 + ... + س_ن) - ن أ$$

$$= مجـ س - ن أ$$

وبنقل أ إلى الطرف الأيمن يصبح لدينا:

$$ن أ + مجـ ح = مجـ س$$

أي:

$$مجـ س = ن أ + مجـ ح$$

وبقسمة طرفي المعادلة على ن يكون لدينا:

$$\frac{مجـ س}{ن} = \frac{ن أ}{ن} + \frac{مجـ ح}{ن}$$

وبما أن $\frac{مجـ س}{ن} = \bar{س}$

إذن:

$$\bar{س} = أ + \frac{مجـ ح}{ن} \quad (٤)$$

ومن الجدير بالذكر أن الهدف من طريقة الانحرافات هو تسهيل العمليات الحسابية، فإذا كان اتباع هذه الطريقة لا يؤدي إلى ذلك، فمن الأفضل في هذه الحالة إيجاد الوسط الحسابي بالطريقة العادية أي من معادلة (١).

ولإيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات في حالة القيم غير المبوبة نتبع الخطوات التالية:

١ ـ نختار وسطاً فرضياً مناسباً (أ).

٢ ـ نوجد الانحرافات ح عن الوسط الفرضي أي: ح = س ـ أ ثم نوجد مجموع الانحرافات.

٣ ـ تطبق القانون: $\bar{س} = أ + \frac{مجـ ح}{ن}$

وفي مثال (١) إذا أردنا إيجاد الوسط الحسابي لأجر العمال العشرة بطريقة الانحرافات نتبع ما يلي:

١ ـ قبل اختيار الوسط الفرضي المناسب أ، يفضل ترتيب القيم تصاعدياً، ولقد اخترنا كوسط فرضي أ القيمة ٢٠٠ لسببين: لأنها قيمة سهلة الطرح ولأنها تتوسط القيم أي هناك ٤ قيم أقل منها و٤ قيم أكبر منها.

٢ - نوجد الانحرافات ح عن الوسط الفرضى أ ، أى ح = س - ٢٠٠ ثم نوجد مجموعها.

٣ - نطبق القانون : $\bar{س} = أ + \frac{مجـ ح}{ن} = ٢٠٠ + \frac{٥٠}{١٠} = ٢٠٥$ جنيها وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها بتطبيق القانون الأساسى.

جدول (٢)

إيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات

س	ح = س - ٢٠٠
١٢٠	- ٨٠
١٥٠	- ٥٠
١٥٠	- ٥٠
١٧٠	- ٣٠
٢٠٠	.
٢٠٠	.
٢٣٠	٣٠
٢٧٠	٧٠
٢٧٠	٧٠
٢٩٠	٩٠
المجموع	٥٠

ثانيا : حالة القيم المبوبة:

في حالة التوزيعات التكرارية توجد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات عن طريق القانون التالي:

$$\bar{س} = أ + \frac{مجـ ح ك}{مجـ ك} \qquad (٥)$$

ويمكننا تلخيص الخطوات الواجب اتباعها لإيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات فيمايلي:

أولاً : توجد مراكز الفئات س.

ثانيا: نختار وسطاً فرضيا مناسباً ويفضل أن يكون مساوياً لأحد مراكز الفئات. وعادة مايختار الوسط الفرضي مساوياً لمركز الفئة التي لها أكبر تكرار .ثم نوجد الانحرافات (ح) عن الوسط الفرضي (أ). أي أن : ح : = س - أ.

ثالثاً : توجد حاصل ضرب الانحراف × التكرار المناظر أي حاصل ضرب ح × ك ثم توجد مجموعه.

رابعاً : تطبق القانون : $\bar{س} = أ + \frac{مجـ ح ك}{مجـ ك}$

وإذا أخذنا مثال (٢) ولإيجاد الوسط الحسابي لأجور المائة عامل بطريقة الانحرافات نتبع الخطوات التالية:

أولاً : نوجد مراكز الفئات س كما سبق وفعلنا في حل المثال باتباع القانون الأساسي.

ثانيا: نختار كوسط فرضي ١٣٠ وهو مركز الفئة ذات الأكبر تكرار. ثم نوجد الانحرافات عن الوسط الفرضي أي : ح = س - ١٣٠.

ثالثاً: نوجد حاصل ضرب (ح × ك) أي عمود (٤) × عمود (٢) للحصول على عمود (٥). ثم نوجد مجموعه.

رابعاً: تطبق القانون: $\bar{س} = أ + \frac{مجـ ح ك}{مجـ ك} = ١٣٠ + \frac{-٤٠}{١٠٠} = ١٣٠ - ٠٫٤٠ = ١٢٩٫٦٠$ جنيها

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها بالحل طبقا للقانون الأساسي .

جدول (٣)

الوسط الحسابى بطريقة الانحرافات لتوزيع أجور مائة عامل

(١) فئات الأجر (بالجنيهات)	(٢) التكرار ك	(٣) مراكز الفئات س	(٤) ح = س - ١٣٠	(٥) ح ك
٨٠-	١٥	٩٠	-٤٠	-٦٠٠
١٠٠-	٢٠	١١٠	-٢٠	-٤٠٠
١٢٠-	٣٠	١٣٠	٠	٠
١٤٠-	٢٥	١٥٠	٢٠	٥٠٠
١٦٠-	٧	١٧٠	٤٠	٢٨٠
١٨٠ وأقل من ٢٠٠	٣	١٩٠	٦٠	١٨٠
المجموع	١٠٠			-٤٠

ب - طريقة الانحرافات المختصرة:

أولاً : حالة القيم غير المبوبة:

إذا ما كان هناك عاملاً مشتركاً (ل) بين قيم ح ، فيمكننا كتابة:

$$ح' = \frac{ح}{ل} \qquad (٦)$$

حيث ح' هى الانحرافات المختصرة.

وبالتالى تصبح معادلة (٤) كمايلى :

$$\bar{س} = أ + \left(\frac{مج\, ح'}{ن} \times ل\right) \qquad (٧)$$

ويمكن إيجاد الخطوات الواجب اتباعها لإيجاد الوسط الحسابى بطريقة الانحرافات المختصرة فى حالة القيم غير المبوبة فيمايلى :

١ ـ نختار وسطاً فرضياً مناسباً (أ).

٢ ـ نوجد الانحرافات ح عن الوسط الفرضي أي: ح = س ـ أ.

٣ ـ إذا كان هناك عامل مشترك (ل) نوجد الانحرافات المختصرة (حَ) بقسمة (ح) على (ل)، ثم نوجد مجموع الانحرافات المختصرة.

٤ ـ نطبق القانون: $\bar{س} = أ + (\frac{مج حَ}{ن} \times ل)$

وإذا أخذنا مرة أخرى مثال (١) لإيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات يكون لدينا جدول (٤):

جدول (٤)

إيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة في حالة القيم غير المبوبة

س	ح = س ـ ٢٠٠	$حَ = \frac{ح}{١٠}$
١٢٠	ـ ١٨٠	ـ ٨
١٥٠	ـ ٥٠	ـ ٥
١٥٠	ـ ٥٠	ـ ٥
١٧٠	ـ ٣٠	ـ ٣
٢٠٠	..	..
٢٠٠	..	..
٢٣٠	٣٠	٣
٢٧٠	٧٠	٧
٢٧٠	٧٠	٧
٢٩٠	٩٠	٩
المجموع		٥

يلاحظ في جدول (٤) إننا حصلنا على عمود (١) وعمود (٢) بنفس الطريقة التي اتبعناها في جدول (٢). ومن الملاحظ أن هناك عامل مشترك قدره ١٠ بين قيم ح. نوجد الانحرافات المختصرة حَ بقسمة ح على ١٠، ثم نوجد مجموعها (وهو ٥ في هذه الحالة).

نطبق القانون:

$$\bar{\text{س}} = \text{أ} + \left(\frac{\text{مجـ حَ}}{\text{ن}} \times \text{ل}\right)$$

$$= ٢٠٠ + \left(\frac{٥}{١٠} \times ١٠\right) = ٢٠٥ \text{ جنيهاً.}$$

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها في حالة تطبيق القانون الأساسي وقانون الانحرافات.

ثانياً: حالة القيم المبوبة:

إذا كان هناك عاملاً مشتركاً (ل) بين قيم ح فإننا نوجد الانحرافات المختصرة حَ بقسمة ح على ل. ومن الجدير بالذكر أنه إذا كانت الفئات متساوية فإن العامل المشترك يكون هو نفسه طول الفئة. ولإيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة نستخدم القانون التالي:

$$\bar{\text{س}} = \text{أ} + \left(\frac{\text{مجـ حَ ك}}{\text{مجـ ك}} \times \text{ل}\right)$$

ويمكن تلخيص الخطوات الواجب اتباعها لإيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة فيما يلي:

أولاً: نوجد مراكز الفئات س.

ثانياً: نختار وسطاً فرضياً مناسباً (أ)، وعادة ما يكون مركز الفئة ذات الأكبر تكرار، ثم نوجد الانحرافات (ح) عن الوسط الفرضي(أ) أي: ح = س - أ.

ثالثاً: إذا كانت الفئات متساوية نأخذ طول الفئة (ل) كعامل مشترك، إذا لم تكن الفئات متساوية نبحث عن عامل مشترك آخر (ل)، إذا لم يكن هناك ثمة عامل مشترك فلا يمكن تطبيق طريقة الانحرافات المختصرة ونلجأ إلى طريقة الانحرافات فقط أو إلى القانون الأساسي. ثم نوجد الانحرافات المختصرة (حَ) بقسمة الانحرافات (ح) على العامل المشترك (ل).

رابعاً: نوجد حاصل ضرب حَ × ك ثم نوجد مجوع حَ ك.

خامساً: نطبق القانون:

$$\bar{\text{س}} = \text{أ} + \left(\frac{\text{مجـ حَ ك}}{\text{مجـ ك}} \times \text{ل}\right)$$

ويأخذ المثال الثانى لأجور ١٠٠ عامل ولإيجاد الوسط الحسابى بطريقة الانحرافات المختصرة نحصل على جدول (٥). ومن الملاحظ فى هذا الجدول أن الفئات متساوية وطول كل منها ٢٠ وبالتالى سنتخذ كعامل مشترك ل = ٢٠. ونحصل علي عمود (٥) بقسمة عمود (٤) على ٢٠. أما عمود (٦) فهو حاصل ضرب عمود (٥) فى عمود(٢) أى : $ح̄ \times ك$ ومجموعه يساوى (-٢) .

وبتطبيق القانون يصبح الوسط الحسابى لأجور العمال في المصنع هو :

$$\bar{س} = أ + \left(\frac{مجـ\ ح̄ك}{مجـ\ ك} \times ل \right)$$

$$= ١٣٠ + \left(\frac{-٢}{١٠٠} \times ٢٠ \right) = ١٣٠ - ٠٫٤٠ = ١٢٩٫٦٠ \text{ جنيها}$$

وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها باستخدام القانون الأساسى وباستخدام قانون الانحرافات.

جدول (٥)

ايجاد الوسط الحسابى بطريقة الانحرافات المختصرة لتوزيع أجور مائة عامل

(١) فئات الأجر (بالجنيهات)	(٢) التكرار ك	(٣) مراكز الفئات س	(٤) ح = س - ١٣٠	(٥) $ح̄ = \frac{ح}{٢٠}$	(٦) ح̄ك
-٨٠	١٥	٩٠	- ٤٠	- ٢	- ٣٠
-١٠٠	٢٠	١١٠	- ٢٠	- ١	- ٢٠
-١٢٠	٣٠	١٣٠	.	.	.
-١٤٠	٢٥	١٥٠	٢٠	١	٢٥
-١٦٠	٧	١٧٠	٤٠	٢	١٤
١٨٠ وأقل من ٢٠٠	٣	١٩٠	٦٠	٣	٩
المجموع					٢-

٢ - الوسيط

تعريف :الوسيط هو القيمة التى تقسم القيم إلى قسمين بحيث يكون عدد القيم التى أقل منها أو تساويها يساوى عدد القيم التى أكبر منها أو تساويها.

أولاً : حالة القيم غير المبوبة:

لإيجاد الوسيط في حالة القيم غير المبوبة نتبع الخطوات التالية:

١ - ترتب القيم تصاعدياً.

٢ - إذا كان عدد القيم (ن) عدد فردي يكون الوسيط هو القيمة التى ترتيبها $\frac{ن + ١}{٢}$.

مثال : نفرض أن لدينا القيم الآتية:

٢٠ ، ٢٥ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٢

نبدأ بترتيب القيم تصاعدياً:

١٢ ، ١٣ ، ١٥ ، ٢٠، ٢٥

بما أن عدد القيم هو عدد فردى (٥) ، فإن :

ترتيب الوسيط = $\frac{ن + ١}{٢} = \frac{٥ + ١}{٢} = ٣$

أى الوسيط هو القيمة الثالثة:

أى أن الوسيط = ١٥.

٣ - إذا كان عدد القيم (ن) عدد زوجى فيكون لدينا قيمتين وسيطتين، ويكون الوسيط هو الوسط الحسابي لهاتين القيمتين.

وعكننا هنا إيجاد ترتيب الوسيط بنفس القانون أي أن :

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{ن + ١}{٢} \qquad (٨)$$

إلا أن في هذه الحالة سيكون ترتيب الوسيط به كسر.

مثال: نفرض أن لدينا القيم الآتية:

٥٠ ، ١٨ ، ١٥، ٢٢ ، ٨ ، ٣٠

نرتب هذه القيم تصاعدياً:

٨ ، ١٥ ، ١٨، ٢٢ ، ٣٠ ، ٥٠

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{ن + ١}{٢} = \frac{٦ + ١}{٢} = ٣,٥$$

أي أن هناك قيمتين وسيطتين وهما : القيمة الثالثة والقيمة الرابعة (لأن ٣,٥ بين ٣و٤).

أي : ١٨ ، ٢٢.

ويكون الوسيط هو الوسط الحسابي لهاتين القيمتين:

$$\text{الوسيط} = \frac{١٨ + ٢٢}{٢} = ٢٠$$

ثانيا : حالة القيم المبوبة:

أ - ايجاد الوسيط بالحساب:

لإيجاد الوسيط في حالة التوزيعات التكرارية نتبع الخطوات التالية:

١ - نكون جدول التكرار المتجمع الصاعد [١]

٢ - نوجد ترتيب الوسيط بقسمة مجموع التكرارات على ٢. أي أن :

$$\boxed{\text{ترتيب الوسيط} = \frac{مجـ ك}{٢}} \qquad (٩)$$

---

(١) يمكن إيجاد الوسيط باستخدام جدول التكرار المتجمع النازل أيضاً ولكن باستخدام قانون اخر لن تستخدمه في دراستنا .

٣ -نحدد الفئة الوسيطية وهي الفئة التي يكون التكرار المتجمع الصاعد فيها هو أول تكرار متجمع صاعد أكبر من ترتيب الوسيط.

٤ - نطبق القانون التالي:

$$\text{الوسيط} = \text{الحد الأدنى للفئة الوسيطية} + \left(\frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية}}{\text{التكرار الأصلي للفئة الوسيطية}} \times \text{طول الفئة الوسيطية} \right)$$

وباستخدام التوزيع التكراري لأجور مائة عامل الموجودة في مثال (٢)،(١٠) يكون لدينا جدول (٦) حيث اتبعنا الخطوات التالية:

جدول (٦)

حساب الوسيط لتوزيع أجور مائة عامل

فئات الأجر (بالجنيه)	التكرار ك	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	
٨٠ -	١٥	أقل من ١٠٠	١٥	
١٠٠ -	٢٠	أقل من ١٢٠	٣٥	
١٢٠ -	٣٠	أقل من ١٤٠	٦٥	الفئة الوسطية
١٤٠ -	٢٥	أقل من ١٦٠	٩٠	
١٦٠ -	٧	أقل من ١٨٠	٩٧	
١٨٠ وأقل من ٢٠٠	٣	أقل من ٢٠٠	١٠٠	
المجموع	١٠٠			

١ - كوّنا جدول التكرار المتجمع الصاعد

٢ - ترتيب الوسيط $= \frac{\text{مجـ ك}}{٢} = \frac{١٠٠}{٢} = ٥٠$

٣ - نحدد الفئة الوسيطية، وهي الفئة التي يكون فيها التكرار المتجمع الصاعد هو أول تكرار متجمع صاعد أكبر من ٥٠ أي أمام ٦٥. وتكون الفئة الوسيطية هي الفئة (١٢٠ -)، وبتطبيق قانون (١):

$$\text{الوسيط} = ١٢٠ + \left(\frac{٥٠ - ٣٥}{٣٠} \times ٢٠\right) = ١٢٠ + \left(\frac{١٥}{٣٠} \times ٢٠\right) = ١٢٠ + ١٠ = ١٣٠ \text{ جنيه}$$

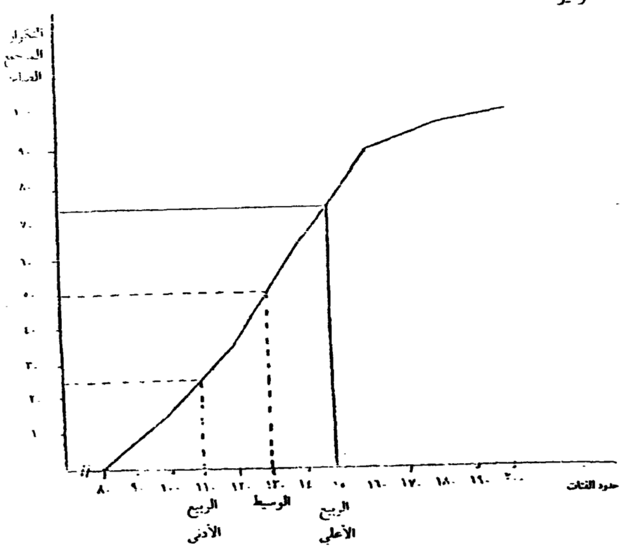
(ب) إيجاد الوسيط بالرسم :

يمكن إيجاد الوسيط برسم منحنى المجتمع الصاعد والمنحنى المتجمع الهابط ويكون الوسيط هو الاحداثى الأفقى لنقطة تقاطع المنحنيين .

هذا ويمكن إيجاد الوسيط من المنحنى المتجمع الصاعد فقط أو المنحنى النازل فقط وسنقتصر فى دراستنا هنا على استخدام المنحنى المتجمع الصاعد لإيجاد الوسيط .

فنأخذ على المحور الرأسى ترتيب الوسيط ، ثم نرسم خطأ أفقياً يقابل المنحى المتجمع الصاعد فى نقطة معينة . ثم نسقط عموداً من هذا النقطة على المحور الأفقى ، والنقطة التى يتقابل فيها هذا العمود مع المحور الأفقى هى قيمة الوسيط وهى فى مثالنا هنا ١٣٠ جنيهاً .

وهناك قيم أخرى شبيهة بالوسيط من حيث طريقة حسابها ، إلا أنها ليست من مقاييس النزعة المركزية . ومن هذه القيم : الربيع الأدنى والربيع الأعلى والعشير والمنين وغيرها .



الربيع الأدنى :Lower Quartile

الربيع الأدنى هى القيمة التى تقسم القيم إلى قسمين بحيث يكون عدد القيم التى أقل منها تساوى $\frac{١}{٤}$ القيم ، وعدد القيم التى أكثر منها تساوى $\frac{٣}{٤}$ القيم.

ويمكن إيجاد الربيع الأدنى بالحساب باتباع نفس الخطوات المتبعة لإيجاد الوسيط أى :

١ - نوجد جدول التكرار المتجمع الصاعد.

٢ - نوجد ترتيب الربيع الأدنى بقسمة مجموع التكرارات على ٤ أى :

$$\text{ترتيب الربيع الأدنى} = \frac{\text{مجـ ك}}{٤} \qquad (١١)$$

ففى المثال السابق الخاص بتوزيع أجور مائة عامل، ترتيب الربيع الأدنى $= \frac{١٠٠}{٤} = ٢٥$

٣ - نحدد فئة الربيع الأدنى وهى الفئة التى يكون فيها التكرار المتجمع الصاعد هو أول تكرار متجمع صاعد أكبر من ٢٥. أى أمام ٣٥ وتكون فئة الربيع الأدنى هى الفئة (١٠٠ -)

٤ - نطبق القانون التالى :

$$\text{الربيع الأدنى} = \text{الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى} + \left(\frac{\text{ترتيب الربيع الأدنى} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأصلى لفئة الربيع الأدنى}} \times \text{طول فئة الربيع الأدنى} \right) \qquad (١٢)$$

وفى مثالنا هذا:

$$\text{الربيع الأدنى} = ١٠٠ + \left(\frac{٢٥ - ١٥}{٢٠} \times ٢٠ \right) = ١٠٠ + \left(\frac{١٠}{٢٠} \times ٢٠ \right) = ١١٠ \text{ جنيها}$$

كما يمكن إيجاد الربيع الأدنى بالرسم عن طريق المنحنى المتجمع الصاعد. كما فعلنا بالنسبة للوسيط. ومن الرسم فى شكل (١) يتضح أن الربيع الأدنى = ١١٠

الربيع الأعلى: Upper Quartile

الربيع الأعلى هو القيمة التى تقسم القيم إلى قسمين بحيث تكون عدد القيم التى أقل منها تساوى $\frac{٣}{٤}$ القيم وعدد القيم التى أكبر منها تساوى $\frac{١}{٤}$ القيم.

وبالتالى فإن:

$$\text{ترتيب الربيع الأعلى} = \frac{\text{مجـ ك} \times ٣}{٤}$$

ففى مثالنا السابق : ترتيب الربيع الأعلى = $١٠٠ \times \frac{٣}{٤} = ٧٥$

وتكون فئة الربيع الأعلى هى الفئة (١٤٠ -)

وبالتالى فإن :

الربيع الأعلى = $١٤٠ + (\frac{٧٥ - ٦٥}{٢٥} \times ٢٠) = ١٤٠ + ٨ = ١٤٨$ جنيها

ومن الرسم فى شكل (١) - يتضح أن الربيع الأعلى = ١٤٨ جنيها

٣ - المنوال

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعاً، أى القيمة التى تتكرر أكثر من غيرها.

أولا: حالة القيم غير المبوبة:

إذا كان لدينا القيم الآتية:

١٥، ٥، ٢٠ ، ١٥، ٣ ، ١٥ ، ٧ ، ٥

نجد أن القيمة ١٥ تكررت ثلاث مرات، فى حين أن القيمة ٥ تكررت مرتين وباقى القيم لم تتكرر، اذن المنوال = ١٥

وقد تكون لمجموعة من القيم منوال واحد أو أكثر من منوال أو قد لا يكون لها منوال على الاطلاق. فإذا كان لدينا مجموعة القيم الآتية :

٦ ، ١٧ ، ٥ ، ٦ ، ٣ ، ١٧ ، ٢ ، ٤ ، ٢٠

نلاحظ أن العدد ٦ تكرر مرتين، والعدد ١٧ تكرر مرتين. إذن هناك منوالين: ٦ ، ١٧.وإذا كان لدينا مجموعة القيم الآتية:

٥، ١٤، ١٢، ٢٠، ٣٠، ٤٥، ٧٠، ٩٠

نلاحظ عدم تكرار أي قيمة، وبالتالي فليس لهذه المجموعة من القيم منوال.

ثانياً: حالة القيم المبوبة:

١ ـ إيجاد المنوال بالحساب:

في التوزيعات التكرارية يقع المنوال في الفئة ذات الأكبر تكرار، وتسمى هذه الفئة بالفئة المنوالية. ويتوقف المنوال على تكرار الفئة السابقة وتكرار الفئة اللاحقة. وباستخدام الرموز التالية:

Δ_1 = تكرار الفئة المنوالية ـ التكرار السابق.

Δ_2 = تكرار الفئة المنوالية ـ التكرار اللاحق.

ل = طول الفئة المنوالية.

يمكننا الحصول على المنوال باستخدام قانون بيرسون وهو:

$$\text{المنوال} = \text{الحد الأدنى للفئة المنوالية} + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_1} \times \text{ل}\right)$$

ولإيجاد المنوال من التوزيع التكراري لأجور مائة عامل:

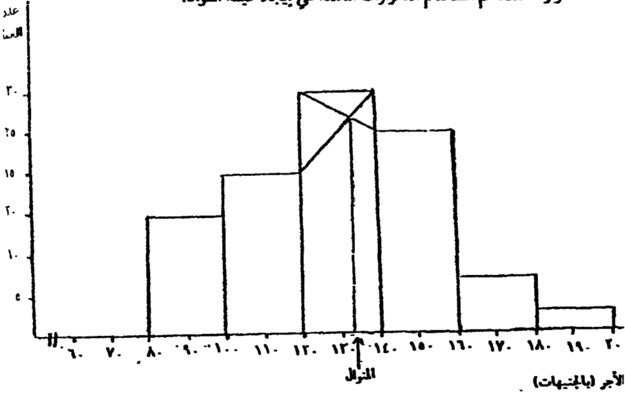
$$\text{المنوال} = \text{١٢٠} + \left(\frac{\text{٣٠ ـ ٢٠}}{(\text{٣٠ ـ ٢٠}) + (\text{٣٠ ـ ٢٥})} \times \text{٢٠}\right)$$

$$= \text{١٢٠} + \left(\frac{\text{١٠}}{\text{١٠} + \text{٥}} \times \text{٢٠}\right) = \text{١٢٠} + \text{١٣,٣٣}$$

= ١٣٣,٣٣ جنيهاً.

٢- إيجاد المنوال بالرسم:

يمكن إيجاد المنوال عن طريق رسم المدرج التكرارى. فإذا قمنا بتوصيل الركن الأيمن العلوى لمستطيل الفئة المنوالية بالركن الأيمن العلوى لمستطيل الفئة السابقة، وإذا قمنا بتوصيل الركن الأيسر العلوى لمستطيل الفئة المنوالية بالركن الأيسر العلوى لمستطيل الفئة التالية، كما هو واضح في شكل (٢) - الذى يمثل المدرج التكرارى لتوزيع أجور المائة عامل - وعند تقاطع المستقيمين ، نسقط عموداً على المحور الأفقى . ونقطة تقاطع هذا العمود مع المحور الأفقى تعطى لنا قيمة المنوال وهى هنا ١٢٣ جنيها. وفى حالة وجود فئات غير متساوية يجب إيجاد التكرار المعدل، ثم استخدام التكرارات المعدلة في إيجاد قيمة المنوال.



شكل(٢): ايجاد المنوال بالرسم

٤ - الوسط الهندسى

تعريف : الوسط الهندسى هو الجذر النونى لحاصل ضرب مجموعة من القيم عددها ن .

أولاً : حالة القيم غير المبوبة:

إذا كان لدينا عدد ن من القيم :

$$س_١ ، س_٢ ، ..... ، س_ن$$

فإن :

$$\text{الوسط الهندسى} = \sqrt[ن]{س_١ \times س_٢ \times ... \times س_ن} \qquad (١٤)$$

ويمكن اختصار العمليات الحسابية المعقدة عن طريق استخدام اللوغاريتمات. فاذا رمزنا إلى الوسط الهندسى بالرمز هـ ، يمكننا كتابة العلاقة (١٤) كالآتى :

$$هـ = (س_١ \times س_٢ \times ... \times س_ن)^{\frac{١}{ن}}$$

وبأخذ لوغاريتم الطرفين:

$$لو\ هـ = لو\ (س_١ \times س_٢ \times ... \times س_ن)^{\frac{١}{ن}}$$

وباستخدام قوانين اللوغاريتمات :

$$لو\ هـ = \frac{١}{ن}\ لو\ (س_١ \times س_٢ \times ... \times س_ن)$$

$$= \frac{١}{ن}\ [\ لو\ س_١ + لو\ س_٢ + ... + لو\ س_ن\ ]$$

$$= \frac{١}{ن}\ مجـ\ لو\ س$$

$$\therefore\ لو\ هـ = \frac{مجـ\ لو\ س}{ن} \qquad (١٥)$$

وبمعنى آخر فإن لوغاريتم الوسط الهندسي لمجموعة من القيم يساوي الوسط الحسابي للوغاريتمات هذه القيم.

وبالتالي لإيجاد الوسط الهندسي لمجموعة من القيم نتبع الخطوات التالية :

١ - نوجد لوغاريتم كل قيمة من هذه القيم.

٢ - تطبيق القانون : لو هـ = $\frac{1}{ن}$ مجـ لو س .

٣ - بالنظر في جداول الأعداد المقابلة نحصل على قيمة هـ (أو باستخدام الآلة الحاسبة)

مثال (٣) :

اذا كان لدينا القيم الآتية :

٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٧٥، ٩٠

المطلوب : إيجاد الوسط الهندسي لهذه القيم.

الحل :

أولاً نوجد لوغاريتم هذه الاعداد.

جدول (٧) : يبين لوغاريتمات القيم

س	٣٠	٤٥	٦٠	٧٥	٩٠	المجموع
لو س	١,٤٧٧١	١,٦٥٣٢	١,٧٧٨١	١,٨٧٥١	١,٩٥٤٢	٨,٧٣٧٧

$$لو\ هـ = \frac{مجـ\ لو\ س}{ن} = \frac{٨,٧٣٧٧}{٥} = ١,٧٤٧٥$$

وبالنظر في جداول الاعداد المقابلة نجد أن :

هـ = ٥٥,٩١٧

ثانيا : حالة القيم المبوبة:

إذا كان لدينا القيم:

س_1 مكررة ك_1 من المرات .

س_2 مكررة ك_2 من المرات

. .

. .

. .

. .

$\text{س}_\text{ن}$ مكررة $\text{ك}_\text{ن}$ من المرات.

فإن :

$$\text{هـ} = \sqrt[\text{مجـ ك}]{\text{س}_1^{\text{ك}_1} \times \text{س}_2^{\text{ك}_2} \times \dots \times \text{س}_\text{ن}^{\text{ك}_\text{ن}}} \qquad (١٦)$$

وبأخذ لوغاريتم الطرفين :

$$\text{لو هـ} = \text{لو} \left[\text{س}_1^{\text{ك}_1} \times \text{س}_2^{\text{ك}_2} \times \dots \times \text{س}_\text{ن}^{\text{ك}_\text{ن}} \right]^{\frac{1}{\text{مجـ ك}}}$$

وباستخدام خصائص اللوغاريتمات :

$$\text{لو هـ} = \frac{1}{\text{مجـ ك}} \text{لو} \left[\text{س}_1^{\text{ك}_1} \times \text{س}_2^{\text{ك}_2} \times \dots \times \text{س}_\text{ن}^{\text{ك}_\text{ن}} \right]$$

$$= \frac{1}{\text{مجـ ك}} \left[\text{لو س}_1^{\text{ك}_1} \times \text{لو س}_2^{\text{ك}_2} \times \dots \times \text{لو س}_\text{ن}^{\text{ك}_\text{ن}} \right]$$

$$= \frac{1}{\text{مجـ ك}} \left[\text{ك}_1 \text{ لو س}_1 + \text{ك}_2 \text{ لو س}_2 + \dots + \text{ك}_\text{ن} \text{ لو س}_\text{ن} \right]$$

$$= \frac{1}{\text{مجـ ك}} \left[\text{مجـ ك لو س} \right]$$

$$\text{لو هـ} = \frac{\text{مجـ ك لو س}}{\text{مجـ ك}} \qquad (١٧)$$

ولايجاد الوسط الهندسي في حالة القيم المبوبة نتبع الخطوات التالية:

١- نوجد مراكز الفئات س

٢ - نوجد لو س.

٣ - نوجد حاصل ضرب التكرار (ك) فى لو س ثم نوجد مجموعه .

٤ - نطبق القانون : لو هـ = $\frac{١}{مجـ ك}$ (مجـ ك لو س)

٥ - نوجد قيمة هـ من جداول الأعداد المقابلة أو باستخدام الآلة الحاسبة وفى مثال التوزيع التكرارى لأجور ١٠٠ عامل نحصل على الوسط الهندسى كما هو واضح من جدول (٨).

جدول (٨)

ايجاد الوسط الهندسى للتوزيع التكرارى لأجور ١٠٠ عامل

فئات الأجر (بالجنيهات)	التكرار ك	س	لو س	ك لو س
٨٠ -	١٥	٩٠	١,٩٥٤٢	٢٩,٣١٣
١٠٠ -	٢٠	١١٠	٢,٠٤١٤	٤٠,٨٢٨
١٢٠ -	٣٠	١٣٠	٢,١١٣٩	٦٣,٤١٧
١٤٠ -	٢٥	١٥٠	٢,١٧٦١	٥٤,٤٠٣
١٦٠ -	٧	١٧٠	٢,٢٣٠٤	١٥,٦١٣
١٨٠ وأقل من ٢٠٠	٣	١٩٠	٢,٢٧٨٨	٦,٨٣٦
المجموع	١٠٠			٢١٠,٤١٠

∴ لو هـ = $\frac{٢١٠,٤١٠}{١٠٠}$ = ٢,١٠٤١

وبالنظر في جداول الأعداد المقابلة (أو باستخدام الآلة الحاسبة) نحصل على قيمة هـ :

هـ = ١٢٧,٠٩ جنيها

٥ - الوسط الحسابى المرجح

مى حالة القيم غير المبوبة، فإن الوسط الحسابى لمجموعة من القيم يعطى نفس الأهمية أى نفس الوزن لكل القيم على السواء.

فاذا ماكانت بعض القيم تأخذ وزناً أكثر من غيرها وإردنا أخذ هذه الأهمية النسبية في الاعتبارعند حساب الوسط الحسابى، فيجب استخدام الوسط الحسابى المرجح.

فاذا كان لدينا القيم:

$س_1$ ولها وزن $و_1$

$س_2$ ولها وزن $و_2$

. .

. .

. .

. .

$س_ن$ ولها وزن $و_ن$

فيمكننا الحصول علي الوسط الحسابى المرجح باستخدام العلاقة التالية :

$$\text{الوسط الحسابى المرجح} = \frac{س_1 و_1 + س_2 و_2 + \dots + س_ن و_ن}{و_1 + و_2 + \dots + و_ن} = \frac{مج س و}{مج و} \qquad (18)$$

ويذكرنا هذا القانون بالقانون الأساسى للوسط الحسابى فى حالة التوزيعات التكرارية:

$$\bar{س} = \frac{مج س ك}{مج ك}$$

وفى الواقع الوسط الحسابى في حالة التوزيعات التكرارية هو وسط حسابى مرجح بالتكرارات.

مثال (٤) :

يبيع أحد المحلات حقائب جلدية بثلاث أسعار : ٣٠ جنيه، ٥٠ جنيه، ١٠٠ جنيه.

إذا حسبنا متوسط سعر الحقيبة فى هذا المتجر باستخدام الوسط الحسابى، فسيكون لدينا:

$$\bar{س} = \frac{٣٠ + ٥٠ + ١٠٠}{٣} = ٦٠ \text{ جنيه.}$$

ولكن إذا علمنا أن عدد الوحدات المباعة من النوع الأول ١٠٠٠ وحدة ، ومن النوع الثانى ٥٠٠ وحدة، ومن النوع الثالث ٢٠٠ وحدة، فمن الأفضل ربط سعر كل نوع من الحقائب بالكمية المباعة منه، وهو مايسمى بترجيح الأسعار بالكميات المباعة.

$$\text{الوسط الحسابى المرجح} = \frac{\text{مجـ س و}}{\text{مجـ و}} = \frac{٢٠٠ \times ١٠٠ + ٥٠٠ \times ٥٠ + ١٠٠٠ \times ٣٠}{٢٠٠ + ٥٠٠ + ١٠٠٠} = \frac{٧٥٠٠٠}{١٧٠٠}$$

= ٤٤ر١٢ جنيه

٦ - الوسط التوافقى

تعريف : الوسط التوافقى هو مقلوب الوسط الحسابى لمقلوبات القيم .

ويستخدم الوسط التوافقى لايجاد متوسط معدلات زمنية مثل: كيلو متر / الساعة، عدد الوحدات المنتجة يومياً، عدد الصفقات المبرمة في السنة.

فاذا كان لدينا القيم : $س_١$، $س_٢$ ، ..... $س_ن$ ، فإن :

$$\text{الوسط التوافقى} = \frac{ن}{\frac{١}{س_١} + \frac{١}{س_٢} + ... + \frac{١}{س_ن}} = \frac{ن}{\text{مجـ } \frac{١}{(س)}} \qquad (١٩)$$

مثال (٥):

يستخدم أحد المصانع ٥ آلات مختلفة لانتاج قطعة غيار معينة، ولكل آلة سرعة مختلفة عن سرعة الآلات الأخرى ، وفيمايلي عدد الوحدات المنتجة في الساعة على الآلات الخمس:

الآلـــــة :	أ	ب	جـ	د	هـ
عدد الوحدات المنتجة/الساعة :	١٥	٢٥	٤٠	٥٠	٦٠

والمطلوب : حساب متوسط عدد الوحدات المنتجة في الساعة.

الحل : المطلوب هنا إيجاد متوسط معدلات زمنية لذلك نلجأ إلى الوسط التوافقى :

$$\text{الوسط التوافقى} = \frac{ن}{\text{مجـ } \frac{١}{(س)}} = \frac{٥}{\frac{١}{١٥} + \frac{١}{٢٥} + \frac{١}{٤٠} + \frac{١}{٥٠} + \frac{١}{٦٠}}$$

$$= \frac{٥}{٠٦٧ر٠ + ٠٤ر٠ + ٠٢٥ر٠ + ٠٢ر٠ + ٠١٧ر٠} = \frac{٥}{١٦٩ر٠}$$

٢٩٫٥٨٦ وحدة / الساعة.

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

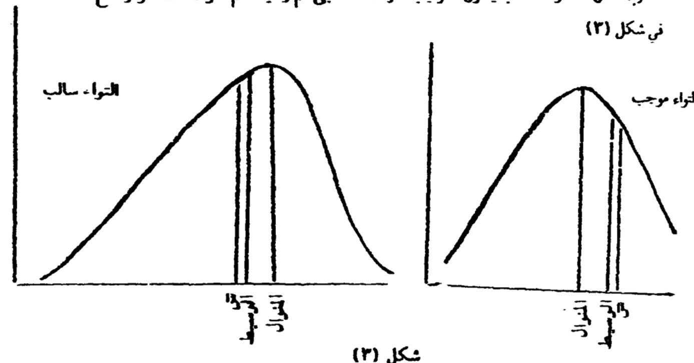
يعتبر كل من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال من المتوسطات الأكثر استخداماً. فالوسط الحسابي يمثل نقطة توازن التوزيع، والوسيط هو القيمة التي تقسم التوزيع إلى نصفين متساويين، والمنوال هي القيمة التي توجد عندها قمة المنحنى.

وإذا كان التوزيع متماثلاً، فإن الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.

وإذا كان التوزيع ملتوياً التواءا معقولا فإن الوسيط يكون عادة في ثلث المسافة بين الوسط الحسابي والمنوال.

فإذا كان الالتواء موجب يكون الترتيب : منوال ثم وسيط ثم وسط حسابي.

وإذا كان الالتواء سالب يكون الترتيب : وسط حسابي ثم وسيط ثم منوال. كما هو واضح في شكل (٣)



شكل (٣)

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال في التوزيعات الملتوية

ويمكن التعبير عن هذه العلاقة جبرياً كالآتي :

$$\bar{س} - \text{المنوال} \simeq ٣ (\bar{س} - \text{الوسيط}) \qquad (٢٠)$$

بالنسبة للوسط الحسابي فله عدة خصائص يمكن تلخيصها فيمايلي:

١ - يمكن تعريف الوسط الحسابي جبرياً ($\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$) ومن ثم فهو يخضع للعمليات الجبرية فإذا كان لدينا مجموعة كبيرة تضم عدة مجموعات صغيرة، فإن :

الوسط الحسابي للمجموعة الكبيرة = الوسط الحسابي المرجح لمتوسطات تلك المجموعات الصغيرة

فإذا كان لدينا مجموعة كبيرة تضم عدد م من المجموعات الصغيرة، أوساطها الحسابية: $\bar{س}_1$ ، $\bar{س}_2$ ، ..... ، $\bar{س}_م$

وحجمها : $ن_1$ ، $ن_2$ ، .... ، $ن_م$ = على التوالى .

وإذا رمزنا للوسط الحسابي للمجموعة الكبيرة بالرمز $\bar{\bar{س}}$ ، فإن :

$$\bar{\bar{س}} = \frac{ن_1 \bar{س}_1 + ن_2 \bar{س}_2 + ... + ن_م \bar{س}_م}{ن_1 + ن_2 + ... + ن_م} \quad (٢١)$$

وهذه الميزة ينفرد الوسط الحسابي بها ولايتمتع بها الوسيط ولا المنوال.

مثال(٦): فى أحد المدارس كان الوسط الحسابي لدرجة الطالب في امتحان الرياضية فى الثلاث فصول كالآتى:

٦٥ درجة في الفصل الأول.

٧٠ درجة في الفصل الثانى.

٧٥ درجة في الفصل الثالث

فإذا كان عدد الطلب في الفصل الأول ٤٠ طالب ، وفى الفصل الثانى ٤٥ طالب، وفي الفصل الثالث ٣٠ طالب، فماهو الوسط الحسابي لدرجة الطالب في الفصول الثلاث مجتمعة؟

الحل :

$\bar{س}_1$ = ٦٥ درجة $\bar{س}_2$ = ٧٠ درجة $\bar{س}_3$ = ٧٥ درجة

$ن_1$ = ٤٠ طالب $ن_2$ = ٤٥ طالب $ن_3$ = ٣٠ طالب

الوسط الحسابي لدرجة الطالب في الفصول الثلاث مجتمعة :

$$\bar{\bar{س}} = \frac{ن_1 \bar{س}_1 + ن_2 \bar{س}_2 + \dots + ن_م \bar{س}_م}{ن_1 + ن_2 + \dots + ن_م}$$

$$= \frac{٧٥ \times ٣٠ + ٧٠ \times ٤٥ + ٦٥ \times ٤٠}{٣٠ + ٤٥ + ٤٠}$$

$$= \frac{٢٢٥٠ + ٣١٥٠ + ٢٦٠٠}{١١٥} = \frac{٨٠٠٠}{١١٥} = ٦٩٫٥٧ \text{ درجة}$$

٢ - إذا كان لدينا عدد ن من القيم لمتغير ما ، فإذا عرفنا مجموع القيم (مجـ س) يمكننا الحصول على الوسط الحسابي بدون معرفة شكل التوزيع التكراري. في حين أن الوسيط والمنوال لايمكن حسابهما إلا بمعرفة شكل التوزيع التكراري.

٣ - مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوي صفر، أي مجـ (س - $\bar{س}$) = ٠ .

٤ - مجموع مربعات انحرافات القيم عن الوسط الفرضي تكون أصغر مايمكن حينما يكون الوسط الفرضي هو الوسط الحسابي.

إلا أن من عيوب الوسط الحسابي أنه يتأثر بالقيم الشاذة، كما أنه لايمكن حسابه في التوزيعات المفتوحة.وفي هذه الحالة نلجأ إلى الوسيط أو المنوال.

أما الوسيط فأفضل استخداماته تكون في توزيعات الدخل لأنها عادة ما تكون ملتوية التواء موجب. والدخل الوسيط هو أكثر ترجمة للواقع لأن نصف الحاصلين على دخول يجب أن يحصلوا على الأقل على الدخل الوسيط. ويتميز الوسيط بأنه لايتأثر بالقيم الشاذة.

وبالنسبة للمنوال فإن أهميته تتضح في حالة بعض التوزيعات لمتغيرات وثابة. وفي بعض الأحيان يكون المنوال أكثر تمثيلاً للواقع من الوسط الحسابي. فمثلا قديكون الوسط الحسابي لحجم أطفال الأسرة هو ٢٫٨ طفلاً في حين أن المنوال قد يكون طفلين .

أما الوسط الهندسي هو أفضل متوسط لحساب متوسطات النسب ومعدلات النمو، والأرقام القياسية للمناسيب.

أما الوسط التوافقي فهو مفيد في ايجاد متوسط المعدلات الزمنية.

تمارين

١ - البيانات التالية توضح أوزان ١٠ من الطرود (بالكيلوجرام) التى وصلت لأحد المصانع:

٦٥٠ ، ٦٢٠ ، ٧٠٠ ، ٧٢٠ ، ٦٧٠ ، ٦٦٠ ، ٦٤٠ ، ٨٠٠ ، ٨٢٠ ، ٦٩٠

والمطلوب

أ - ايجاد الوسط الحسابى لوزن الطرد الواحد باستخدام طريقة الانحرافات المختصرة.

ب - ايجاد الوسيط.

٢ - يمثل الجدول التكرارى التالى الدرجات التى حصل عليها ٥٠ طالباً فى أحد الامتحانات:

الدرجات	٥٠ -	٦٠ -	٧٠ -	٨٠ -	٩٠ وأقل من ١٠٠	المجموع
عدد الطلبة	٣	٧	٢٠	١١	٩	٥٠

والمطلوب :

أ - حساب الوسط الحسابى.

ب - حساب الوسيط.

جـ - حساب المنوال.

٣ - يوضح الجدول التكرارى التالى أوزان مجموعة من الطلاب بالرطل:

الوزن	١١٨-	١٢٧-	١٣٦ -	١٤٥-	١٥٤-	١٦٣-	١٧٢وأقل من ١٨١	المجموع
عدد الطلاب	٣	٥	٩	١٢	٥	٤	٢	٤٠

والمطلوب:

أ - ايجاد الوسيط والربيعين حسابياً وبيانياً.

ب - ايجاد المنوال حسابياً وبيانياً.

٤ - احسب الوسط الهندسى للقيم الآتية:

١١٠ ، ١٣٦ ، ١٥٤ ، ١٧٦ ، ١٧٢

٥ - سافر شخص من القاهرة إلى الاسكندرية بسيارة تسير بسرعة ثابتة قدرها ٦٠ كيلومتر في الساعة وعاد إلى القاهرة بالقطار الذى يسير بسرعة ثابتة قدرها ١٠٠ كيلومتر في الساعة . أوجد متوسط السرعة في الرحلة كلها بمتوسط مناسب علماً بأن المسافة من القاهرة إلى الاسكندرية هي ٢٠٠ كيلومتر وكذلك المسافة من الاسكندرية إلي القاهرة.

٦ - فيمايلى توزيع ٢٠٠ مصنع حسب عدد العمال الذين يستخدمهم كل مصنع:

فئات العمال	١ -	٣ -	٥	١٠ -	٢٠ -	٥٠ وأقل من ١٠٠
عدد المصانع	١٠	٢٠	٨٠ -	٤٥	٣٠	١٥

والمطلوب :

أ - رسم المدرج التكرارى .

ب - ايجاد الوسيطين والربيعين بالرسم والحساب .

جـ - ايجاد الوسط الحسابى.

٧ - الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لخمسين طالباً حسب أوزانهم:

فئات الوزن (بالكيلو جرام)	٥٠-	٥٥-	٦٠-	٦٥-	٧٠-	٧٥-	٨٠ فأكثر
عدد الطلبة	٣	٥	١١	١٦	٩	٤	٢

والمطلوب إيجاد :

أ - الوسيط والمنوال.

ب - الوسط الحسابى للتوزيع باستخدام العلاقة بين المتوسطات.

٨ - أذكر أهم خواص كل من الوسط الحسابى والوسيط والمنوال.

الفصل السادس

مقاييس التشتت

Measures Of Dispersion

مقدمة:

بعد أن درسنا فى الفصل السابق مقاييس النزعة المركزية وعرفنا كيف أن القيم تميل الى التمركز نحو قيم معينه تسمى بالمتوسطات، يثار التساؤل حول ما إذا كان المتوسط بمفرده يكفى لوصف مجموعة من القيم أم لا. لإيضاح ذلك نفرض أن لدينا مجموعتين من القيم:

المجموعة الأولى: ١٢ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢٠

المجموعة الثانية: ٢ ، ٧ ، ١١ ، ٢٠ ، ٤٠

لوحسبنا الوسط الحسابى للمجموعتين لوجدنا أن:

$$\text{الوسط الحسابى للمجموعة الأولى} = \frac{١٢ + ١٤ + ١٦ + ١٨ + ٢٠}{٥} = \frac{٨٠}{٥} = ١٦$$

$$\text{الوسط الحسابى للمجموعة الثانية} = \frac{٢ + ٧ + ١١ + ٢٠ + ٤٠}{٥} = \frac{٨٠}{٥} = ١٦$$

أى أن المجموعتين لهما نفس الوسط الحسابى، ولكن بالنظر إلى ارقام المجموعتين نلاحظ أن المدى (أى الفرق بين أكبر وأصغر قيمة) فى المجموعتين كمايلى:

المدى فى المجموعة الأولى = ٢٠ − ١٢ = ٨

المدى فى المجموعة الثانية = ٤٠ − ٢ = ٣٨

وهذا يعنى أن القيم فى المجموعة الأولى قريبة من بعضها البعض بينما القيم فى المجموعة الثانية أكثر بعداً عن بعضها للبعض، أو بمعنى آخر أن القيم فى المجموعة الأولى أقل تشتتاً عن القيم فى المجموعة الثانية.

ومما سبق يتضح لنا أنه لا يكفى اتخاذ متوسط لوصف مجموعة من القيم بل يجب أن

نرفق به مقياساً من مقياس «التشتت».

تعريف: ويمكننا تعريف التشتت بأنه بعد القيم عن بعضها البعض أو بعد القيم عن أحد المتوسطات.

مقاييش التشتت:

وسندرس في هذا الفصل مقاييس التشتت الآتية:

١ ـ المدى	The Range
٢ ـ شبيهات المدى	Quasi Ranges
٣ ـ المدى الربيعي	Quartile Range
٤ ـ الانحراف المتوسط	Mean Deviation
٥ ـ التباين والانحراف المعياري	Variance and Standard Deviation
٦ ـ معامل الاختلاف	Coefficient of Variations.

وفي نهاية الفصل سنعطي نبذة سريعة عن مقاييس الالتواء.

١ ـ المدى:

كما سبق وذكرنا فإن المدى هو الفرق بين أكبر وأصغر قيمة أي أن:

المدى = أكبر قيمة ـ أصغر قيمة (١)

وفي حالة التوزيعات التكرارية، يكون المدى هو الفرق بين الحدى الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى.

ويتميز المدى بأنه مقياس بسيط وسهل الحساب، ويعتبر مقياساً جيداً لقياس تشتت عدد صغير من المشاهدات، ولكن كلما زاد حجم العينة كلما قل الاعتماد عليه. لذلك يستخدم المدى في الرقابة على جودة الإنتاج حيث يكتفي بأربع أو خمس مشاهدات.

ولكن من عيوب المدى أنه أقل دقة من المقاييس الأخرى للأسباب التالية:

١- لأنه يهتم بالقيمة الأولى والقيمة الأخيرة فقط دون باقى القيم داخل المجموعة مما يجعله يتأثر بالقيم الشاذه أكثر من غيره من المقاييس.

٢- لأنه يزداد بازدياد القيم داخل المجموعة، ومن ثم لايجوز استخدامه لمقارنه تشتت مجموعتين من القيم إلا إذا كان عدد المشاهدات فى كل منها متساوي.

٣- لأنه أقل مقاييس التشتت استقراراً بمعنى إذا حسبنا المدى لعينات مختلفة مأخوذة من نفس المجتمع، فإن المدى المحسوب فى كل عينة يختلف من عينة إلى أخرى بقدر أكثر مما يحدث فى باقى مقاييس التشتت.

٢- شبيهات المدى:

لقد رأينا أن من عيوب المدى تأثره بالقيم الشاذه التى تكون فى أول المجموعة أو آخرها، لذلك لجأ الاحصائيون إلى استخدام شبيهات المدى فى قياس التشتت، ووفقاً لطرق شبيهات المدى تستبعد نسبة مئوية معينة من القيم فى أول المجموعة وكذلك فى آخر المجموعة فمثلا:

المدى العشيرى = العشير التاسع - العشير الأول	(٢)

أو قد يؤخذ الفرق بين الربيع الأدنى والربيع الأعلى:

المدى الربيعى = الربيع الأعلى - الربيع الأدنى	(٣)

٣- الانحراف الربيعى أو نصف المدى الربيعى:

وهو يقيس نصف الفرق بين الربيع الأعلى والربيع الأدنى . أى أن:

$$\text{نصف المدى الربيعى} = \frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{٢}$$

وإذا رمزنا للربيع الأدنى بالرمز $ر_١$، والربيع الأعلى بالرمز $ر_٣$، يمكننا كتابة القانون السابق كمايلي:

$$\text{نصف المدى الربيعى} = \frac{ر_٣ - ر_١}{٢} \qquad (٤)$$

ويتميز نصف المدى الربيعى بأنه سهل الحساب ويعاب عليه أنه لايأخذ كل القيم فى الحسبان، مثاله فى ذلك مثال كل شبيهات المدى.

٤- الانحراف المتوسط:

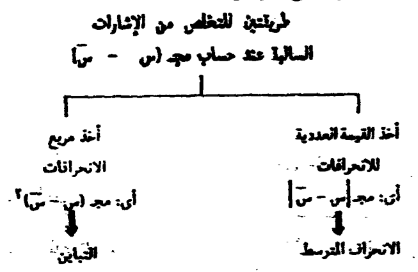
بتعريفنا للتشتت ذكرنا أنه بعد القيم عن بعضها البعض أو بعدها عن أحد المتوسطات، وفى دراستنا لمقاييس التشتت السابقة استخدمنا الجزء الأول من التعريف، أما فى دراستنا لباقى مقاييس التشتت فسنستخدم الجزء الثانى من التعريف وهو الخاص ببعد القيم عن أحد المتوسطات.

ومن ثم يمكننا استخدام متوسط انحرافات القيم عن وسطها الحسابى لقياس التشتت، إلا أننا قد رأينا فى الفصل السابق أن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابى تساوى صفر، أى أن متوسط هذه الانحرافات يساوى صفر وبالتالى لا يمكن استخدامها كمقياس بشكلها هذا. ولابد من إيجاد طريقة تمنع الانحرافات الموجبة والانحرافات السالبة من أن تحذف بعضها البعض، وبمعنى آخر يجب إيجاد طريقة تأخذ فى الحسبان مجموع الانحرافات فقط بصرف النظر عن إشارته، ويمكن أن يحدث ذلك بأحدى طريقتين:

الطريقة الأولى: بإهمال الإشارة أى إيجاد القيمة العددية للانحرافات وهذا يعطينا الانحراف المتوسط.

الطريقة الثانية: بتربيع الانحرافات وهذا يعطينا التباين.

ويلخص الشكل التالى الطريقتين:



تعريف: مما سبق يمكننا تعريف الانحراف المتوسط بوصفه متوسط القيمة العددية لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي:

فى حالة القيم غير المبوبة:

باستخدام نفس الرموز المستخدمة فى الفصل السابق، وطبقاً للتعريف السابق فأن:

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{1}{ن} \text{مجـ} \left| س - \bar{س} \right| \qquad (5)$$

مثال (١):

فيمايلى ايرادات عينة من ٨ تجار فى أحد الشهور (بالاف الجنيهات)

٣٠، ٥٠، ٥٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٠، ٨٠

والمطلوب حساب الانحراف المتوسط لإيرادات هؤلاء التجار.

الحل:

لإيجاد الانحراف المتوسط نوجد أولاً الوسط الحسابى $\bar{س}$:

$$\bar{س} = \frac{٣٠ + ٥٠ + ٥٥ + ٦٠ + ٦٥ + ٧٠ + ٧٠ + ٨٠}{٨} = \frac{٤٨٠}{٨} = ٦٠ \text{ الف جنيه}$$

ثم نوجد الانحرافات عن الوسط الحسابى أى س - $\bar{س}$، ثم بعد ذلك نوجد القيم المطلقة لكل انحراف من هذه الانحرافات، ثم نوجد مجموع هذه الانحرافات. ويبين جدول (١) هذه الخطوات.

جدول (١)

ايجاد الانحراف المتوسط لايرادات ٨ تجار

س	٣٠	٥٠	٥٥	٦٠	٦٥	٧٠	٧٠	٨٠	المجموع
س - $\bar{س}$	-٣٠	-١٠	-٥	٠	٥	١٠	١٠	٢٠	
$\left| س - \bar{س} \right|$	٣٠	١٠	٥	٠	٥	١٠	١٠	٢٠	٩٠

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{1}{ن} \text{ مجـ } |س - \bar{س}|$$

$$= \frac{1}{8} (90) = 11,25 \text{ ألف جنيه}$$

فى حالة القيم المبوبة

نحصل على الانحراف المتوسط بتطبيق القانون التالى:

$$\boxed{\text{الانحراف المتوسط} = \frac{1}{\text{مجـ ك}} = \text{مجـ } (|س - \bar{س}| ك)} \qquad (6)$$

ولحساب الانحراف المتوسط نتبع الخطوات التالية:

أولاً : نحدد مراكز الفئات.

ثانياً: نوجد الوسط الحسابى.

ثالثاً نوجد الانحرافات عن الوسط الحسابى $(س - \bar{س})$

رابعاً: نوجد القيمة العددية لكل انحراف من هذه الانحرافات أى: $|س - \bar{س}|$

خامساً: نضرب القيمة العددية لكل انحراف فى التكرار المناظر، ثم نوجد المجموع أى: مجـ $(|س - \bar{س}| ك)$

سادساً: نطبق القانون: الانحراف المتوسط $= \frac{1}{\text{مجـ ك}}$ مجـ $(|س - \bar{س}| ك)$

مثال (٢)

فيمايلى درجات امتحان ١٠٠ طالب فى أحد الامتحانات.

فئات الدرجات	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠ وأقل من ١٠٠
عدد الطلبة	١٠	١٥	٢٠	٣٥	١٥	٥

والمطلوب : حساب الانحراف المتوسط لدرجات هؤلاء الطلاب.

جدول (٢) حساب الانحراف المتوسط لدرجات ١٠٠ طالب

فئات الدرجات	التكرار ك	س	ح	ح'	ح'ك	س - س̄	|س - س̄|	|س - س̄|ك
-٤٠	١٠	٤٥	-٣٠	-٣	-٣٠	-٢٤٫٥	٢٤٫٥	٢٤٥
-٥٠	١٥	٥٥	-٢٠	-٢	-٣٠	-١٤٫٥	١٤٫٥	٢١٧٫٥
-٦٠	٢٠	٦٥	-١٠	-١	-٢٠	-٤٫٥	٤٫٥	٩٠
-٧٠	٣٥	٧٥	٠	٠	٠	٥٫٥	٥٫٥	١٩٢٫٥
-٨٠	١٥	٨٥	١٠	١	١٥	١٥٫٥	١٥٫٥	٢٣٢٫٥
٩٠ وأقل من ١٠٠	٥	٩٥	٢٠	٢	١٠	٢٥٫٥	٢٥٫٥	١٢٧٫٥
	١٠٠				-٥٥			١١٠٥

توجد أولاً الوسيط الحسابي $= أ + \left(\frac{مجـ ح'ك}{مجـ ك} \times ك \right)$

$= ٧٥ + \left(\frac{-٥٥}{١٠٠} \times ١٠ \right) =$ ٦٩٫٥ درجة

الانحراف المتوسط $= \frac{١}{مجـ ك}$ مجـ (|س - س̄| ك)

$= \frac{١}{١٠٠} (١١٠٥) =$ ١١٫٠٥ درجة

من المثال السابق يتضح لنا أن حساب الانحراف المتوسط ليس سهلاً، لذلك يقل استخدامه احصائياً.

٥- التباين والانحراف المعيارى.

من دراستنا فى المبحث السابق ذكرنا أنه يمكننا التخلص من الاشارات السالبة

عند حساب مجـ (س ـ $\bar{س}$) بتربيعها. ومن ثم يمكننا وضع التعريف الآتي للتباين:

تعريف: التباين هو متوسط مجموع مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي.

وبتربيع الانحرافات نجد أن التباين يقيس التشتت بوحدات أخرى غير الوحدات الموجودة في مجموعة البيانات نفسها، فمثلاً إذا كنا نقيس أطوال مجموعة من الأفراد مقاساً بالسنتيمتر، فعند حساب التباين تكون الوحدات المقاس بها التشتت مقاسة بالسنتيمتر تربيع. وللرجوع إلى المقاس الأصلي (أي السنتيمتر هنا) نوجد الانحراف المعياري حيث:

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\text{التباين}} \qquad (٧)$$

ويرمز للانحراف المعياري بالحرف الإغريقي σ (ويقرأ سيجما). ومن ثم يمكننا كتابة العلاقة السابقة كما يلي:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

أما الانحراف المعياري في العينة فيرمز له بالرمز ع[1]

أ ـ القانون الأساس للتباين:

وفقاً لتعريف التباين السابق ذكره، وهو متوسط مجموع مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي، نحصل على التباين من المعادلة التالية:

$$\sigma^2 = \frac{1}{ن} \text{مجـ} (س - \mu)^2 \qquad (٨)$$

حيث ن عدد المشاهدات.

س المشاهدات

μ الوسط الحسابي للمجتمع.

---

(١) جرى العرف على استخدام الحروف الإغريقية كرموز لمعالم المجتمع. فبالنسبة للوسط الحسابي المجتمع فيرمز له بالحرف الإغريقي μ (يقرأ ميو) في حين أن الوسط الحسابي في العينة فيرمز له بالرمز $\bar{س}$ كما سبق ورأينا. ولكن ليس هناك اختلاف بين القانون الذي يعطي μ والقانون الذي يعطي $\bar{س}$.

ولتطبيق هذه المعادلة نتبع الخطوات التالية:

أولاً : نوجد الوسط الحسابي μ

ثانياً: نوجد انحرافات القيم عن الوسط الحسابي أي (س − μ)

ثالثاً: نربع كل انحراف من هذه الانحرافات، ثم نوجد مجموعها أى مجـ (س − μ)^2

رابعاً: نطبق القانون: بقسمة مجـ (س − μ)^2 على ن.

مثال

لو أخذنا مثال (١) الخاص بإيرادات ٨ تجار ولو أعتبرنا أن هؤلاء التجار يمثلوا المجتمع ككل، والمطلوب حساب التباين والانحراف المعيارى.

جدول (٣) : حساب التباين لايرادات ٨ تجار

س	س − μ	(س − μ)^2
٣٠	٣٠ −	٩٠٠
٥٠	١٠ −	١٠٠
٥٥	٥ −	٢٥
٦٠	٠	٠
٦٥	٥	٢٥
٧٠	١٠	١٠٠
٧٠	١٠	١٠٠
٨٠	٢٠	٤٠٠
المجموع		١٦٥٠

وإذا حسبنا الوسط الحسابي لبيانات هذا المجتمع نجد أن: μ = ٦٠ ألف جنيه.

$$\sigma^2 = \frac{1}{ن} \text{مجـ} (س - \mu)^2$$

$$= \frac{1}{8} (١٦٥٠٫٠) = ٢٠٦٫٢٥$$

$$= \sqrt{٢٠٦٫٢٥} = ١٤٫٣٦$$ ألف جنيه

في حالة القيم المبوبة :

في حالة القيم المبوبة نحصل على التباين من المعادلة التالية:

$$ع^2 = \frac{1}{مجـ ك} \, مجـ (س - م)^2 \, ك \qquad (٩)$$

حيث ك التكرار.

ولتطبيق هذه المعادلة نتبع الخطوات التالية:

أولاً : تحدد مراكز الفئات س.

ثانيا: نوجد الوسط الحسابي م

ثالثا: نوجد الانحرافات عن الوسط الحسابي (س - م)

رابعاً: تربيع هذه الانحرافات $(س - م)^2$

خامساً: نضرب مربع كل انحراف في التكرار المناظر أي : $(س - م)^2$ ك، ونوجد المجموع أي: مجـ $(س - م)^2$ ك.

سادسا: نحصل على $ع^2$ بقسمة مجـ $(س - م)^2$ ك على مجـ ك.

مثال:

بأخذ المثال السابق الخاص بدرجات ١٠٠ طالب

جدول (٤) : حساب التباين لدرجات ١٠٠ طالب

فئات الدرجات	ك	س - م	(س - م)^2	(س - م)^2 ك
٤٠ -	١٠	- ٢٤٫٥	٦٠٠٫٢٥	٦٠٠٢٫٥٠
٥٠ -	١٥	- ١٤٫٥	٢١٠٫٢٥	٣١٥٣٫٧٥
٦٠ -	٢٠	- ٤٫٥	٢٠٫٢٥	٤٠٥
٧٠ -	٣٥	٥٫٥	٣٠٫٢٥	١٠٥٨٫٧٥
٨٠ -	١٥	١٥٫٥	٢٤٠٫٢٥	٣٦٠٣٫٧٥
٩٠ وأقل من ١٠٠	٥	٢٥٫٥	٦٥٠٫٢٥	٣٢٥١٫٢٥
المجموع	١٠٠			١٧٤٧٥

ولقد سبق وحسبنا الوسط الحسابي ووجدناه أنه ٦٩٫٥ درجة وبتطبيق المعادلة:

$$\sigma^2 = \frac{1}{ن} مج (س - م)^2 ك$$

$$= \frac{1}{100} (17475) = 174.75$$

$$\sigma = \sqrt{174.75} = 13.22 \text{ درجة}$$

وبحساب التباين والانحراف المعياري إتضح لنا أن العمليات الحسابية لإيجادهما ليست بالعمليات السهلة، لذلك حاول الاحصائيون اشتقاق معادلة تسهل العمليات الحسابية بقدر الإمكان.

ب- القانون المشتق للتباين:

حالة القيم غير المبوبة:

طبقاً للقانون الأساسي للتباين فإن:

$$ع^2 = \frac{1}{ن} مجـ (س - \mu)^2$$

وبفك المربع الكامل فى الطرف الأيسر:

$$ع^2 = \frac{1}{ن} مجـ (س^2 - 2\mu س + \mu^2)$$

وبادخال مجـ بداخل القوس يصبح لدينا:

$$ع^2 = \frac{مجـ س^2}{ن} - \frac{2 مجـ س}{ن} \cdot \mu + \frac{ن}{ن} \mu^2$$

$$\because \mu = \frac{مجـ س}{ن}$$

$$\therefore ع^2 = \frac{مجـ س^2}{ن} - 2\mu^2 + \mu^2$$

$$= \frac{مجـ س^2}{ن} - \mu^2$$

وبالتعويض عن μ بقيمتها أى $\frac{مجـ س}{ن}$ يصبح لدينا:

$$ع^2 = \frac{مجـ س^2}{ن} - \left(\frac{مجـ س}{ن}\right)^2 \qquad (10)$$

وبأخذ $\frac{1}{ن}$ مشترك تصبح المعادلة:

$$ع^2 = \frac{1}{ن} \left[مجـ س^2 - \frac{(مجـ س)^2}{ن}\right] \qquad (11)$$

ولتطبيق هذا القانون المشتق نتبع الخطوات التالية:

أولاً: نجمع المشاهدات لإيجاد مجـ س.

ثانياً: نربع كل واحدة من المشاهدات لإيجاد س ٢، ثم نوجد مجموعها للحصول على مجـ س ٢.

ثالثاً: نطبق القانون.

ويأخذ مثال (١) الخاص بإيرادات ٨ تجار يكون لدينا الجدول التالي:

جدول (٥): إيجاد التباين لإيرادات ٨ تجار (بألاف الجنيهات)
بتطبيق القانون المشتق

س	س ٢
٣٠	٩٠٠
٥٠	٢٥٠٠
٥٥	٣٠٢٥
٦٠	٣٦٠٠
٦٥	٤٢٢٥
٧٠	٤١٠٠
٧٠	٤٩٠٠
٨٠	٦٤٠٠
٤٨٠	٣٠٤٥٠

$$\sigma^2 = \frac{1}{\text{ن}} \left(\text{مجـ س}^2 - \frac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}} \right)$$

$$= \frac{1}{8} \left(30450 - \frac{(480)^2}{8} \right)$$

$= \frac{1}{8} [3040 - 28800]$ ... كما في الأصل:

$= \frac{١}{٨} [٣٠٤٥٠ - ٢٨٨٠٠]$

$= \frac{١}{٨} (١٦٥٠)$

$= ٢٠٦٫٢٥$

$= \sqrt{٢٠٦٫٢٥} = ١٤٫٣٦$ الف جنيه

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها بتطبيق القانون الأساسي.

في حالة القيم المبوبة :

في حالة التوزيعات التكرارية يصبح قانون (١٠) وقانون (١١) كمايلي:

$$\sigma^2 = \frac{\text{مجـ س}^2\text{ ك}}{\text{مجـ ك}} - \left(\frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}}\right)^2 \qquad (١٢)$$

أو

$$\sigma^2 = \frac{١}{\text{مجـ ك}} \left\{ \text{مجـ س}^2\text{ ك} - \frac{(\text{مجـ س ك})^2}{\text{مجـ ك}} \right\} \qquad (١٣)$$

ولايجاد التباين والانحراف المعياري طبقاً للقانون المشتق نتبع الخطوات التالية:

أولاً : نوجد مراكز الفئات س.

ثانياً: تضرب مراكز كل فئة في التكرار المناظر، ثم نجمع لإيجاد مجـ س ك.

ثالثاً: تضرب س ك في س لايجاد س^2ك، ثم نوجد مجموعها أي مجـ س^2 ك.

رابعاً: نطبق القانون.

وبأخذ المثال السابق الخاص بدرجات ١٠٠ طالب في أحد الامتحانات يكون لدينا جدول (٦).

جدول (٦): حساب التباين لدرجات ١٠٠ طالب في أحد الامتحانات طبقاً للقانون المشتق

الفئات	ك	س	س ك	س² ك
٤٠-	١٠	٤٥	٤٥٠	٢٠٢٥٠
٥٠-	١٥	٥٥	٨٢٥	٤٥٣٧٥
٦٠-	٢٠	٦٥	١٣٠٠	٨٤٥٠٠
٧٠-	٣٥	٧٥	٢٦٢٥	١٩٦٨٧٥
٨٠-	١٥	٨٥	١٢٧٥	١٠٨٣٧٥
٩٠ وأقل من ١٠٠	٥	٩٥	٤٧٥	٤٥١٢٥
المجموع	١٠٠		٦٦٥٠	٥٠٠٥٠٠

وبتطبيق قانون (١٣):

$$\sigma^2 = \frac{1}{\text{مجـ ك}} \left[\text{مجـ س}^2\text{ ك} - \frac{(\text{مجـ س ك})^2}{\text{مجـ ك}} \right]$$

$$= \frac{١}{١٠٠} \left[٥٠٠٥٠٠ - \frac{(٦٦٥٠)^2}{١٠٠} \right]$$

$$= \frac{١}{١٠٠} (١٧٤٧٥)$$

$$= ١٧٤٫٧٥$$

$$\sigma = \sqrt{١٧٤٫٧٥} = ١٣٫٢٢ \text{ درجة}$$

وواضح أن العمليات الحسابية هنا صعبة، لذلك لجأ الاحصائيون لإيجاد طريقة أسهل في الحساب.

حـ - طريقة الانحرافات :

في حالة القيم غير المبوبة:

لقد سبق واستخدمنا فكرة الانحرافات عند دراسة الوسط الحسابي في الفصل السابق. وباستخدام نفس الرموز، فإن:

$$ح = س - أ \qquad (١٤)$$

حيث:

ح الانحراف

أ الوسط الفرضي

ويمكن كتابة معادلة (١٤) كمايلي:

$$س = أ + ح \qquad (١٥)$$

ولقد سبق ورأينا في الفصل السابق أن الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات هو:

$$\mu = أ + \frac{مجـ ح}{ن} \qquad (١٦)$$

وبما أن $\frac{مجـ ح}{ن}$ هو الوسط الحسابي للانحرافات أي:

$$\bar{ح} = \frac{مجـ ح}{ن} \qquad (١٧)$$

∴ معادلة (١٦) تصبح .

$$\mu = أ + \bar{ح} \qquad (١٨)$$

ويأخذ القانون الأساسي للتباين :

$$\sigma^2 = \frac{1}{\text{ن}} \text{ مجـ } (\text{س} - \mu)^2 \qquad (8)$$

وإذا عوضنا عن س من معادلة (١٥)، وعن μ من معادلة (١٨) يصبح لدينا:

$$\sigma^2 = \frac{1}{\text{ن}} \text{ مجـ } [\, (\text{أ} + \text{ح}) - (\text{أ} + \bar{\text{ح}}) \,]^2$$

$$= \text{ مجـ } (\text{ح} - \bar{\text{ح}})^2 \qquad (19)$$

وهذا يعني أن استخدام وسط فرضي لا يؤثر على القانون الأساسي للتباين، فبمقارنة معادلة (٨) ومعادلة (١٩) نجد أن ح أخذ مكان س، $\bar{\text{ح}}$ أخذ مكان μ. ومن ثم يمكن اشتقاق معادلة أخرى على النحو الذي فعلناه للحصول على معادلة (١٠)، (١١) فيصبح لدينا:

$$\sigma^2 = \frac{\text{مجـ ح}^2}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مجـ ح}}{\text{ن}}\right)^2 \qquad (20)$$

أو

$$\sigma^2 = \frac{1}{\text{ن}} \left[\text{ مجـ ح}^2 - \frac{(\text{مجـ ح})^2}{\text{ن}} \right] \qquad (21)$$

ولتطبيق هذا القانون نتبع الخطوات التالية:

أولاً : نختار وسطاً فرضياً

ثانياً: نوجد انحرافات القيم ح عن الوسط الفرضي، ثم نوجد مجموعها.

ثالثاً: نربع كل انحراف، ثم نجمع مربعات الانحراف لإيجاد مجـ ح^2.

رابعاً: نطبق القانون.

جدول (٧) : حساب التباين لايرادات ٨ تجار
بتطبيق قانون الانحرافات

س	ح = س - ٦٥	ح٢
٣٠	- ٣٥	١٢٢٥
٥٠	- ١٥	٢٢٥
٥٥	- ١٠	١٠٠
٦٠	- ٥	٢٥
٦٥	.	.
٧٠	٥	٢٥
٧٠	٥	٢٥
٨٠	١٥	٢٢٥
	- ٤٠	١٨٥٠

وبتطبيق معادلة (٢١) يصبح لدينا:

$$\sigma^2 = \frac{١}{ن} \left[\text{مجـ ح}^2 - \frac{(\text{مجـ ح})^2}{ن} \right]$$

$$= \frac{١}{٨} \left[١٨٥٠ - \frac{(-٤٠)^2}{٨} \right]$$

$$= \frac{١}{٨} \left[١٨٥٠ - ٢٠٠ \right]$$

$$= \frac{١}{٨} (١٦٥٠) = ٢٠٦,٢٥$$

$$\sigma = \sqrt{٢٠٦,٢٥} = ١٤,٣٦$$

فى حالة القيم المبوبة:

فى حالة التوزيعات التكرارية يصبح قانونى (٢٠) ، (٢١) كالآتى:

$$\sigma^2 = \frac{\text{مجـ } ح^2 \text{ ك}}{\text{مجـ ك}} - \left(\frac{\text{مجـ ح ك}}{\text{مجـ ك}}\right)^2 \qquad (٢٢)$$

أو

$$\sigma^2 = \frac{1}{\text{مجـ ك}} \left[\text{مجـ } ح^2 \text{ ك} - \frac{(\text{مجـ ح ك})^2}{\text{مجـ ك}} \right] \qquad (٢٣)$$

ولايجاد التباين والانحراف المعيارى طبقاً لقانون الانحرافات تتبع الخطوات التالية:

أولاً : نوجد مراكز الفئات س

ثانياً: نختار وسطاً فرضياً ثم نوجد انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الفرضى.

ثالثاً نوجد حاصل ضرب الانحراف فى التكرار لايجاد ح ك ثم نوجد مجموعه.

رابعاً: نوجد حاصل ضرب الانحراف فى ح ك للحصول على ح² ك ثم نوجد مجموعه.

خامساً: نطبق القانون.

وفى مثال (٢) الخاص بدرجات ١٠٠ طالب، ولايجاد التباين والانحراف المعيارى بطريقة الانحرافات نكون جدول (٨):

جدول (٨) : إيجاد التباين لدرجات ١٠٠ طالب

بتطبيق قانون الانحرافات

الفئات	ك	س	ح	ح ك	ح² ك
٤٠ -	١٠	٤٥	٣٠ -	٣٠٠ -	٩٠٠٠
٥٠ -	١٥	٥٥	٢٠ -	٣٠٠ -	٦٠٠٠
٦٠ -	٢٠	٦٥	١٠ -	٢٠٠ -	٢٠٠٠
٧٠ -	٣٥	٧٥	.	.	.
٨٠ -	١٥	٨٥	١٠	١٥٠	١٥٠٠
٩٠ وأقل من ١٠٠	٥	٩٥	٢٠	١٠٠	٢٠٠٠
المجموع	١٠٠			٥٥٠ -	٢٠٥٠٠

$$\sigma^2 = \frac{1}{\text{مجـك}} \left[\text{مجـح}^2\text{ك} - \frac{(\text{مجـحك})^2}{\text{مجـك}} \right]$$

$$= \frac{\text{١}}{\text{١٠٠}} \left[\text{٢٠٥٠٠} - \frac{(\text{٥٥٠})^2}{\text{١٠٠}} \right]$$

$$= \frac{\text{١}}{\text{١٠٠}} \left[\text{٢٠٥٠٠} - \text{٣٠٢٥} \right]$$

$$= \frac{\text{١}}{\text{١٠٠}} (\text{١٧٤٧٥})$$

$$= \text{١٧٤٫٧٥}$$

$$\sigma = \sqrt{\text{١٧٤٫٧٥}} = \text{١٣٫٢٢ درجة}$$

د- قانون الانحرافات المختصرة:

فى حالة القيم المبوبة:

إذا كان هناك عاملاً مشتركاً (ل) بين قيم الانحرافات (ح)، يمكننا تسهيل العمليات الحسابية باستخدام فكرة الانحرافات المختصرة على النحو المبين فى الفصل السابق عند حساب الوسط الحسابى، وباتخاذ الرمز حَ للدلالة على الانحرافات المختصرة فإن:

$$\text{حَ} = \frac{\text{ح}}{\text{ل}} \qquad (\text{٢٤})$$

وبالتالى يصبح قانونى (٢٠) ، (٢١) كالآتى:

$$\sigma^2 = \left[\frac{\text{مجـحَ}^2}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مجـحَ}}{\text{ن}} \right)^2 \right] \times \text{ل}^2 \qquad (\text{٢٥})$$

أو

$$\sigma^2 = \frac{\text{١}}{\text{ن}} \left[\text{مجـحَ}^2 - \frac{(\text{مجـحَ})^2}{\text{ن}} \right] \times \text{ل}^2 \qquad (\text{٢٦})$$

أولاً: نختار وسطاً فرضياً.

ثانياً: توجد انحرافات القيم عن الوسط الفرضي.

ثالثاً: توجد الانحرافات المختصرة حَ بقسمة الانحرافات على ل.

رابعاً: تربع الانحرافات المختصرة $ح^{2}$.

خامساً: نطبق القانون.

ويبين جدول (٩) طريقة حساب التباين لايرادات ٨ تجار بتطبيق قانون الانحرافات المختصرة.

وبتطبيق معادلة (٢٦):

$$ع^{2} = \frac{١}{ن} [مجـ حَ^{2} - \frac{(مجـ حَ)^{2}}{ن}] \times ل^{2}$$

$$= \frac{١}{٨} [٧٤ - \frac{(-٨)^{2}}{٨}] \times ٥^{2}$$

$$= \frac{١}{٨} (٦٦) \times ٥^{2}$$

$$= ٨٫٢٥ \times ٥^{2}$$

جدول (٩): حساب التباين لايرادات ٨ تجار بتطبيق قانون الانحرافات المختصرة

س	ح = س - ٦٥	حَ = ح/٥	$ح^{2}$
٣٠	- ٣٥	- ٧	٤٩
٥٠	- ١٥	- ٣	٩
٥٥	- ١٠	- ٢	٤
٦٠	- ٥	- ١	١
٦٥	٠	٠	٠
٧٠	٥	١	١
٧٠	٥	١	١
٨٠	١٥	٣	٩
		- ٨	٧٤

$σ = ٥ \sqrt{٨,٢٥} = ١٤,٣٦$ ألف جنيه.

في حالة القيم المبوبة:

في حالة القيم المبوبة قانوني (٢٠)، (٢١) يصبحان كالآتي:

$$σ^٢ = [\frac{مجـ حَ^٢ ك}{مجـ ك} - (\frac{مجـ حَ ك}{مجـ ك})^٢] \times ل^٢ \qquad (٢٧)$$

أو:

$$σ^٢ = \frac{١}{مجـ ك} [مجـ حَ^٢ ك - \frac{(مجـ حَ ك)^٢}{مجـ ك}] \times ل^٢ \qquad (٢٨)$$

ولإيجاد التباين والانحراف المعياري بطريقة الانحرافات المختصرة نتبع الخطوات التالية:

أولاً: نوجد مراكز الفئات س.

ثانياً: نختار وسطاً فرضياً ثم نوجد الانحرافات (ح) عن الوسط الفرضي.

ثالثاً: نوجد الانحرافات المختصرة (حَ) وذلك عن طريق قسمة الانحرافات على طول الفئة (ل) إذا كانت الفئات متساوية، أو على عامل مشترك (ل) إذا كانت الفئات غير متساوية.

رابعاً: نوجد حاصل ضرب حَ × ك ونوجد مجموعه.

خامساً: نوجد حاصل ضرب (حَ ك) × حَ لإيجاد حَ^{٢}ك ونوجد مجموعه.

سادساً: نطبق القانون.

ويبين جدول (١٠) طريقة إيجاد التباين لدرجات المائة طالب بتطبيق قانون الانحرافات المختصرة.

جدول (٩) : ايجاد التباين لدرجات ١٠٠ طالب

بتطبيق قـانون الانحرافات المختصرة

الفئات	ك	س	ح	حَ	حَ ك	حَ٢ ك
٤٠ -	١٠	٤٥	-٣٠	-٣	-٣٠	٩٠
٥٠ -	١٥	٥٥	-٢٠	-٢	-٣٠	٦٠
٦٠ -	٢٠	٦٥	-١٠	-١	-٢٠	٢٠
٧٠ -	٣٥	٧٥	٠	٠	٠	٠
٨٠ -	١٥	٨٥	١٠	١	١٥	١٥
٩٠ وأقل من ١٠٠	٥	٩٥	٢٠	٢	١٠	٢٠
المجموع	١٠٠				-٥٥	٢٠٥

وبتطبيق قانون (٢٨) ينتج أن

$$\sigma^{٢} = \frac{١}{١٠٠} \left[٢٠٥ - \frac{(-٥٥)^{٢}}{١٠٠} \right] \times ١٠^{٢}$$

$$= \sqrt{١٧٤,٧٥} = ١٣,٢٢$$ درجة .

التباين والانحراف المعياري في العينات:

لقد فرقنا في مستهل هذا الفصل بين متوسط المجتمع μ ومتوسط العينة $\bar{س}$، ولكن هذا الفرق في استخدام الرموز لا يؤثر على طريقة حساب الوسط الحسابي، فهي طريقة واحدة لا تتغير سواء حسبت للمجتمع أو للعينة.

كما فرقنا أيضاً بين الانحراف المعياري للمجتمع σ والانحراف المعياري للعينة ع. ورأينا أنه إذا كانت البيانات المستخدمة تكوّن المجتمع محل البحث، فلإيجاد الانحراف المعياري نستخدم العلاقة:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{ن} \text{مجـ} (س - \mu)^2} \qquad (٢٩)$$

أو أي من العلاقات المشتقة التي سبق ودرسناها.

أما إذا كانت البيانات المستخدمة تكوّن عينة ونريد إيجاد الانحراف المعياري، فإننا سنحسب متوسط العينة $\bar{س}$، ونوجد الانحراف المعياري للعينة بالقانون الآتي:

$$ع = \sqrt{\frac{١}{ن - ١} \text{مجـ} (س - \bar{س})^2} \qquad (٣٠)$$

والفرق بين قانون (٢٩) وقانون (٣٠) هو:

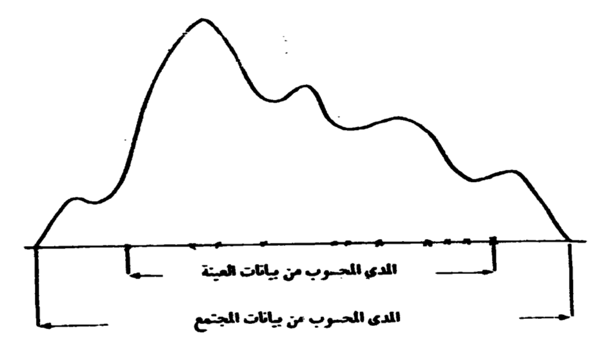
أولاً: عند حساب الانحراف المعياري للمجتمع رمزنا للوسط الحسابي بالرمز μ وعند حساب الانحراف المعياري للعينة رمزنا للوسط الحسابي بالرمز $\bar{س}$.

ثانياً: عند حساب الانحراف المعياري للمجتمع قسمنا مربع الانحرافات على ن، في حين أن عند حساب الانحراف المعياري للعينة قسمنا مربع الانحرافات على ن - ١.

والفرق الأول هو فرق في الرموز فقط يدل على ما إذا كنا نتعامل مع مجتمع أو مع عينة، ولكنه لا يؤثر على طريقة الحساب. أما الفرق الثاني فهو فرق جوهري، فعندما نقسم على ن - ١ نحصل على نتيجة مختلفة عما سنحصل عليها عند القسمة على ن.

والسبب في قسمة مربع الانحرافات على ن - ١ بدلاً من ن يرجع إلى أن اختلاف القيم عن بعضها البعض في العينة أقل من اختلاف القيم عن بعضها البعض في المجتمع. ويوضح شكل (١) هذه الفكرة. فشكل (١) يبين لنا شكل مجتمع معين والمدى الذي تنتشر فيه جميع مفرداته. كما يبين الشكل مفردات عينة عشوائية والتي رمزنا لها بالرمز x. ومن الملاحظ أن المدى الذي

تنتشر فيه مفردات العينة أصغر من المدى الذي تنتشر فيه مفردات المجتمع. فالعينة التي تحتوي على أكبر قيمة وأصغر قيمة في المجتمع تعتبر عينة غير عادية. ومن ثم فإن درجة التشتت في العينة تكون أقل من درجة التشتت في المجتمع.



شكل (١): المدى المحسوب من بيانات المجتمع، والمدى المحسوب من بيانات العينة

فإذا كنا نستخدم بيانات عينة لتقدير الانحراف المعياري للمجتمع، فيجب علينا تعديل طريقة الحساب لتعويض صغر التشتت في العينة، ويتم ذلك عن طريق قسمة مربع الانحرافات على ن – ١ بدلاً من ن.

وقد يتساءل البعض عن سبب القسمة على ن – ١ وليس ن – ٢ أو ن – ٣ مثلاً. والسبب هو إن القسمة على ن – ١ تعطي تقدير أفضل لتباين المجتمع ومن ثم للانحراف المعياري، عن القسمة على أي مقام آخر. وتسمى ن – ١ بدرجات الحرية.

ويعرف البعض درجات الحرية بأنها عدد العناصر التي يمكن اختيارها بحرية، أو عدد المتغيرات التي يمكن أن تتغير بحرية، أو عدد المتغيرات المستقلة[1].

---

(١) Yamane T., «Statistics an introductory analysis», Harper & Row, N.Y. 1961 .p. 506

ففي حالة وجود مجموع مربعات كميات معينة، فإن درجات الحرية تعرف بأنها عدد المربعات ناقص عدد المتغيرات المستقلة المفروضة على الكميات محل البحث. فعند ن من المشاهدات لدينا ن من مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي، ولكن هناك ن - ١ فقط منها هي المستقلة، بمعنى أنه إذا عرفنا ن - ١ من هذه الانحرافات نستطيع تحديد الانحراف النوني. والسبب يرجع إلى أن لدينا قيداً وهو: أن مجموع الانحرافات عن الوسط الحسابي يجب أن تكون صفراً. ومن ثم فإن مجموع مربعات انحرافات ن من القيم عن وسطها الحسابي لها ن - ١ درجات حرية[٢].

وعند تطبيق الانحراف المعياري للعينة يمكن تطبيق القانون المعدل، وقانون الانحرافات، وقانون الانحرافات المختصرة السالفة الذكر، مع الفارق في استخدام درجات الحرية ن - ١ بدلاً من ن.

وبالتالي سيكون لدينا القوانين الآتية:

في حالة القيم الغير مبوبة:

القانون المعدل:

$$ع = \sqrt{\frac{١}{ن - ١}\left[مجـ س^٢ - \frac{(مجـ س)^٢}{ن} \right]} \qquad (٣١)$$

قانون الانحرافات:

$$ع = \sqrt{\frac{١}{ن - ١}\left[مجـ ح^٢ - \frac{(مجـ ح)^٢}{ن} \right]} \qquad (٣٢)$$

قانون الانحرافات المختصرة:

$$ع = ل \sqrt{\frac{١}{ن - ١}\left[مجـ حَ^٢ - \frac{(مجـ حَ)^٢}{ن} \right]} \qquad (٣٣)$$

---

(٢) Hustsberger D., Croft. D., Billingsley P: «Statistical Inference For Management and Economics». Allyn and Bacon, Inc. pp 50-53.

في حالة القيم المبوبة:

القانون المعدل:

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{1}{\text{مجـ ك} - 1}\left[\text{مجـ س}^2\text{ك} - \frac{(\text{مجـ س ك})^2}{\text{مجـ ك}}\right]} \quad (34)$$

قانون الانحرافات:

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{1}{\text{مجـ ك} - 1}\left[\text{مجـ ح}^2\text{ك} - \frac{(\text{مجـ ح ك})^2}{\text{مجـ ك}}\right]} \quad (35)$$

قانون الانحرافات المختصرة.

$$\text{ع} = \text{ل}\sqrt{\frac{1}{\text{مجـ ك} - 1}\left[\text{مجـ ح}'^2\text{ك} - \frac{(\text{مجـ ح}'\text{ك})^2}{\text{مجـ ك}}\right]} \quad (36)$$

وإجمالاً فإن الانحراف المعياري أصبح أهم مقاييس التشتت استخداماً، وهو يستخدم كل المشاهدات، ولكن لا يمكن حسابه في حالة الفئات المفتوحة حيث لا يمكن إيجاد مراكز الفئات.

مقاييس التشتت النسبي: Relative Dispersion

مقاييس التشتت السابق دراستها لا تمكن من المقارنة بين مجموعتين من القيم، فقد تختلف وحدات القياس من مجموعة عن الأخرى فمثلاً عند مقارنة تشتت أطوال مجموعة من التلاميذ بتشتت أوزانهم، الأولى مقاسة بالأمتار والثانية بالكيلوجرامات فلا يمكن إجراء مثل هذه المقارنة باستخدام مقاييس التشتت المطلق. وحتى إذا كانت وحدات القياس واحدة، وكان هناك اختلاف بين متوسطي المجموعتين، أو بين حجم البيانات من مجموعة عن الأخرى، فلا يمكن استخدام مقاييس التشتت المطلق. لإيضاح ذلك نفرض أن المطلوب مقارنة تشتت درجات مجموعة من الطلبة في امتحانين، وكان متوسط درجة الامتحان الأول ٦٠ درجة بانحراف معياري ٦ درجات، والدرجة النهائية ١٠٠. بينما كان متوسط

درجة الامتحان الثاني هي ٧٠٠ درجة بانحراف معياري ٧ درجات والدرجة النهائية هي ١٠٠٠ درجة.

فإذا نظرنا إلى درجة التشتت المطلق، فيمكن لأول وهلة القول بأن درجة التشتت في الامتحان الثاني، أكبر منها في الأول؛ ولكن إذا أخذنا في الحسبان أن هذه الدرجة مقاسة بالنسبة لمتوسطين مختلفين، فإن النتيجة قد تكون مغايرة. ففي مثل هذه الحالة يجب قياس ما يسمى بالتشتت النسبي أو معامل الاختلاف.

ويمكن تعريف معامل الاختلاف بأنه نسبة مقياس التشتت الى المتوسط المرتبط به مضروبة في ١٠٠.

أي: $$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{مقياس التشتت}}{\text{المتوسط المناظر}} \times ١٠٠ \qquad (٣٧)$$

فمثلاً إذا أخذنا الانحراف المعياري فهو يقيس التشتت حول الوسط الحسابي، وبالتالي:

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times ١٠٠ \qquad (٣٨)$$

وبالمثل فإن نصف المدى الربيعي يقيس التشتت حول الوسيط، وبالتالي:

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{نصف المدى الربيعي}}{\text{الوسيط}} \times ١٠٠ \qquad (٣٩)$$

وإذا رمزنا للربيع الأدنى بالرمز ر_1 والربيع الأعلى بالرمز ر_3، والوسيط بالرمز ر_2 فإن:

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\frac{\text{ر}_3 - \text{ر}_1}{2}}{\text{ر}_2} \times ١٠٠ \qquad (٤٠)$$

ولكن في معظم الحالات يمكن النظر إلى الوسيط على أنه متوسط الربيعين

أي، $$\text{ر}_2 = \frac{\text{ر}_3 + \text{ر}_1}{2} \qquad (٤١)$$

وبالتعويض في (٤٠) ينتج أن:

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{ر_3 - ر_1}{2} \div \frac{ر_3 + ر_1}{2} \times 100$$

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{ر_3 - ر_1}{ر_3 + ر_1} \times 100 \qquad (42)$$

وهذه الصيغة تكون مفيدة في حالة الفئات المفتوحة حيث لا يمكن إيجاد كل من الوسط الحسابي ولا الانحراف المعياري.

وفي المثال السابق نوجد معامل الاختلاف بالنسبة للامتحانين.

$$\text{معامل الاختلاف بالنسبة للامتحان الأول} = \frac{6}{60} \times 100 = 10$$

$$\text{ومعامل الاختلاف بالنسبة للامتحان الثاني} = \frac{7}{700} \times 100 = 1$$

$\therefore$ تشتت درجات الامتحان الأول أكثر من تشتت درجات الامتحان الثاني.

مقاييس الإلتواء

مما سبق يتضح أن مقاييس التشتت تقيس درجة بعد القيم عن بعضها البعض أو عن أحد المتوسطات، ولكنها لا توضح الطريقة التي تتوزع بها المفردات داخل التوزيع. فهل هي متماثلة حول المتوسط؟ أم تتمركز نحو اليسار؟ أم ناحية اليمين؟ وهذا دور مقاييس الألتواء التي تقيس درجة عدم التماثل في التوزيع التكراري وتبين الإتجاه الذي يتجه إليه الإلتواء.

وبالتالي فإن التواء التوزيع يقيس شيئين: إتجاه الإلتواء ودرجته. ويعتمد إتجاه الألتواء على قمة التوزيع، فإذا كانت في المنتصف كان التوزيع متماثلاً، وإذا كانت قمة التوزيع تتجه إلى اليسار يكون التوزيع موجباً، وإذا كانت قمة التوزيع تتجه إلى اليمين يكون التوزيع سالباً.

أما بالنسبة لدرجة الإلتواء، فلقد سبق وأن ذكرنا في الفصل السابق ـ عند دراسة العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال ـ، أنه في حالة التوزيعات المتماثلة فإن:

الوسط الحسابي = المنوال = الوسيط

وفي هذه الحالة تكون درجة الألتواء صفر .

ويمكن استخدام هذه الظاهرة لقياس درجة الالتواء، فكلما زادت درجة الإلتواء كلما ابتعد الوسط الحسابي عن المنوال. ويقيس برسون Pearson درجة الإلتواء بإيجاد الفرق بين الوسط الحسابي والمنوال وقسمته على الانحراف المعياري. وبالتالي فإن:

$$\text{الإلتواء} = \frac{\text{الوسط الحسابي} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعياري}} \qquad (٤٣)$$

وبما إن قياس المنوال ليس دقيق في التوزيعات التكرارية فيفضل البعض استخدام الوسيط بدلاً منه، ولقد رأينا في الفصل السابق أن:

$$\text{الوسط الحسابي} - \text{المنوال} \simeq ٣ \,(\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط}) \qquad (٤٤)$$

بتعويض معادلة (٤٤) في معادلة (٤٣) ينتج أن:

$$\text{الإلتواء} = \frac{٣\,(\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}} \qquad (٤٥)$$

ولو أخذ كمثال توزيع درجات ١٠٠ طالب في امتحان الاحصاء، نجد أن:

الوسط الحسابي = ٦٣,٨٥ درجة، الوسيط = ٦٣,٥٧ درجة، المنوال = ٦٢,٨٦ درجة والانحراف المعياري = ٩,٠٥ درجة.

وبتطبيق معادلة (٤٣) ينتج أن.

$$\text{الإلتواء} = \frac{٦٣,٨٥ - ٦٢,٨٦}{٩,٠٥} = ٠,١٠٩$$

وبالتالي فإن الالتواء ضعيف وموجب.

وبتطبيق معادلة (٤٥) ينتج أن:

$$\text{الإلتواء} = \frac{٣\,(٦٣,٨٥ - ٦٣,٥٧)}{٩,٠٥} = ٠,٠٩٢$$

هنا أيضاً الألتواء ضعيف وموجب، ولو أن النتيجة تختلف إختلافاً طفيفاً بين القياسين، وهذا راجع إلى العلاقة (٤٤) حيث الفرق بين الوسط الحسابي والمنوال يساوي تقريباً ٣ أضعاف الفرق بين الوسط الحسابي والوسيط. ويجب ملاحظة أن درجة الإلتواء تكون دائماً كسراً.

أما في حالة التوزيعات المفتوحة حيث لا يمكن حساب الوسط الحسابي أو الانحراف المعياري، يقترح بولى مقياساً آخر للالتواء يقوم على أساس أنه إذا كان التوزيع متماثل فإن الفرق بين الربيع الأعلى والوسيط يساوي الفرق بين الوسيط والربيع الأدنى. وكلما زادت درجة التماثل كلما اقترب الفرق بين الربيع الأعلى والوسيط إلى الفرق بين الوسيط والربيع الأدنى. وفيما يلي معادلة بولى للإلتواء: (باستخدام الرموز السابق استخدامها).

$$\text{معامل الإلتواء} = \frac{(\text{ر}_٣ - \text{ر}_٢) - (\text{ر}_٢ - \text{ر}_١)}{(\text{ر}_٣ - \text{ر}_٢) + (\text{ر}_٢ - \text{ر}_١)} \qquad (٤٦)$$

$$= \frac{\text{ر}_٣ - ٢\,\text{ر}_٢ + \text{ر}_١}{\text{ر}_٣ - \text{ر}_١} \qquad (٤٧)$$

ومن توزيع درجات ١٠٠ طالب كان الربيع الأدنى = ٥٧,٠٦ درجة، والربيع الأعلى = ٧٠,٢٨ درجة. والوسيط = ٦٣,٥٧ درجة. وبتطبيق معادلة (٤٦) ينتج أن:

$$\text{معامل الإلتواء} = \frac{(٥٧,٠٦ - ٦٣,٥٧) - (٦٣,٥٧ - ٧٠,٢٨)}{(٥٧,٠٦ - ٦٣,٥٧) + (٦٣,٥٧ - ٧٠,٢٨)}$$

$$= \frac{٦,٥١ - ٦,٧١}{٦,٥١ + ٦,٧١}$$

$$= \frac{٠,٢}{١٣,٢٢} = ٠,٠١٥$$

والإلتواء هنا أيضاً موجب وضعيف. ولكن لا يساوي معامل إلتواء بيرسون لأن أساس الحساب مختلف.

تمارين

١) فيما يلي درجات ١٠٠ طالب في أحد الامتحانات:

١٩، ٢٢، ٢٧، ٣٠، ٣٢، ٣٢، ٣٥، ٣٥، ٣٦، ٣٧

٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٤، ٤٥، ٤٥، ٤٥

٤٦، ٤٦، ٤٧، ٤٧، ٤٨، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥٠، ٥١

٥١، ٥١، ٥٢، ٥٢، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٤، ٥٥، ٥٦

٥٧، ٥٧، ٥٨، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦٠، ٦٠، ٦١، ٦٢

٦٢، ٦٢، ٦٣، ٦٣، ٦٤، ٦٤، ٦٥، ٦٥، ٦٥، ٦٥

٦٥، ٦٦، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧٠، ٧١، ٧١

٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٦، ٧٧، ٧٧

٧٧، ٧٨، ٧٨، ٧٩، ٧٩، ٧٩، ٨٠، ٨٠، ٨١، ٨١

٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٦، ٨٧، ٨٧، ٩٠، ٩٠، ٩١، ٩٣

والمطلوب:

أولاً بإيجاد المدى.

ثانياً: تكوين جدول توزيع تكراري ملائم (خذ الفئات: ١٥ –، ٢٥ –، ٣٥ –، ....) ثم أوجد الانحراف المعياري للتوزيع.

٢) فيما يلي عدد مخالفات المرور التي وقع فيها مجموعة من السائقين في فترة زمنية معينة:

عدد مخالفات المرور	٠	١	٢	٣	٤	٥ أو أكثر
عدد السائقين	٢٧	٢٥	١٢	٥	٦	٠

والمطلوب:

أولاً: إيجاد الانحراف المعياري لهذا التوزيع

ثانياً: إيجاد الانحراف المتوسط.

٣) فيما يلي الأجور الشهرية لموظفي أحد الشركات

الاجور	٥٥ -	٦٥ -	٧٥ -	٨٥ -	٩٥ -	١٠٥ -	١١٥ وأقل من ١٢٥
عدد الموظفين	١٠	١٢	١٥	٢٠	١٧	١٤	١٢

والمطلوب:

أولاً: إيجاد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع.

ثانياً: حساب معامل الاختلاف.

٤) الآتي توزيع مجموعة من الطلبة تبعاً لأطوالهم بالبوصة:

أقل من ٦٨	صفر
أقل من ٧٠	٢١
أقل من ٧٢	١٢٢
أقل من ٧٤	٢٣٢
أقل من ٧٦	٢٨٩
أقل من ٧٨	٣٢٠

والمطلوب:

أ - حساب معامل الاختلاف.

ب - حساب الوسيط ومعامل الاختلاف الربيعي.

حـ - حساب المنوال ونسبة الطلبة الذين يقل طولهم عنه.

ء - حساب التواء هذا التوزيع.

٥) إذا علمت أن متوسط دخل الفرد في بلد (أ) يساوي ٦٠٠٠ دولار

سنوياً بانحراف معياري ٢٠ دولار ، وأن متوسط دخل الفرد في بلد (ب) يساوي ١٠٠٠ جنيه استرليني بانحراف معياري ٢٠٠ جنيه استرليني ففي أي البلدين تكون فيه الدخول أكثر عدالة في التوزيع؟

٦) قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية من ١٠٠ عاملة فوجد أن متوسط الأجر الشهري للعاملة هو ٥٥ جنيه بانحراف معياري ١٠ ج، وبسحب عينة من عمال نفس المصنع وجد أن أجورهم الشهرية تتوزع كالآتي:

فئات الأجر (بالجنيه)	٤٠ –	٤٥ –	٥٠ –	٥٥ –	٦٠ –	٦٥ –	٧٠ –	٧٥ –	٨٠ –	٨٥ وأقل من ٩٠
عدد العمال	٢	٥	١٠	١٥	٢٠	١٨	١٢	٨	٦	٤

ومن واقع هذه البيانات استنتج الباحث أن أجور العمال أكثر عدالة في التوزيع من أجور العاملات. فهل كان استنتاج الباحث صحيحاً؟

٧) قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية من ١٠٠ عاملة وكان توزيع أجورهن الشهرية كالآتي:

فئات الأجر	٤٠ –	٤٥ –	٥٠ –	٥٥ –	٦٠ –	٦٥ –	٧٠ –	٧٥ –	٨٠ فأكثر
عدد العاملات	٣	٦	٨	١٢	١٥	٢٠	١٨	١٢	٦

فإذا علمت أن متوسط الأجر الشهري للعمال هو ٦٠ جنيه بانحراف معياري ١٠ جنيه، وأن الربيع الأعلى لأجور العمال هو ٨٠ جنيه والربيع الأدنى هو ٤٠ جنيه. فأيهما أكثر عدالة في التوزيع أجور العمال أم اجور العاملات؟

٨) فيما يلي قائمة الأجور الشهرية بالجنيهات لمجموعتين من العمال يعملون في مصنعين مختلفين:

أجور المجموعة الأولى (بالجنيهات)	٢٨	٣٥	١٥	٣٠	٢٠	٢٥	٢٢	٢٧	١٨	٣٠
أجور المجموعة الثانية (بالجنيهات)	٢٤	٣٥	٢٠	٣٥	٢٥	٢٢	١٨	٢٢	٣٠	٢٢

والمطلوب:

معرفة أي من المجموعتين تتوزع فيها الأجور أكثر عدالة.

الوحدات المعيارية : (Standard units)

إذا كانت لدينا مجموعة من المفردات ثم حسبنا الوسط الحسابى $\bar{س}$ والانحراف المعيارى ع لهذه المجموعة ثم طرحنا قيمة الوسط الحسابى من كل مفردة من مفردات المجموعة وقسمنا الناتج على قيمة الانحراف المعيارى فإن القيم الجديدة التى نحصل عليها تكون مقيسة بوحدات تعرف بالوحدات المعيارية. فإذا رمزنا القيم الجديدة بالرمز سَ نجد أن .

$$سَ = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

حيث الوسط الحسابى لقيم سَ يساوى صفراً والانحراف المعيارى لها يساوى الوحدة .

وتفيدنا الصيغة المعيارية فى أنها تمكننا من مقارنة قيم المجموعات المختلفة وذلك بتحويل الوحدات المستخدمة فى كل مجموعة إلى وحدات معيارية وذلك باستخدام الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لكل مجموعة منها .

الفصل السابع
الارتبـاط والانحدار

الارتباط : (Correlation)

فى دراستنا السابقة تعرضنا لبعض المقاييس الاحصائية التى تصف متغير واحد منها الوسط الحسابى والوسيط والمنوال والوسط الهندسى كمقاييس للمركزية ، والانحراف الربيعى والانحراف المعيارى كمقاييس لتشتت القيم . وسنهتم الآن بدراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر بهدف معرفة الإرتباط بين هذه المتغيرات .

ولدراسة الإرتباط بين متغيرين نحتاج لمقياس يقيس لنا درجة العلاقة بينها واتجاه هذه العلاقة فإذا وجدنا أن الزيادة فى المتغير الأول تصاحبها زيادة فى المتغير الثانى وأن النقص فى المتغير الأول يصاحبه نقص فى المتغير الثانى نقول أنه يوجد ارتباط طردى (موجب) بين هذين المتغيرين أما لو كانت الزيادة فى المتغير الأول يصاحبها نقص فى المتغير الثانى وأن النقص فى المتغير الأول يصاحبه زيادة فى المتغير الثانى نقول إنه يوجد إرتباط عكسى (سالب) بين هذين المتغيرين.

وقد تقابلنا حالات نجد فيها أن الارتباط يكون تاما (سواء كان طرديا أم عكسيا) وفى هذه الحالات نستطيع معرفة أحد المتغيرين لو عرفنا المتغير الآخر والأمثلة على ذلك عديدة منها العلاقة بين مساحة الدائرة ونصف قطرها وطول ضلع المربع ومساحته و .. ألخ . وقد تقابلنا أيضا حالات ينعدم فيها الإرتباط مثل دراسة العلاقة بين طول الفرد ودخله . أما الحالات الشائعة والتى تقابلنا كثيرا فى الدراسات المختلفة فهى التى لايكون الارتباط فيها تاما ولايكون منعدما ولكن بين هذا وذاك . مثل دراسة العلاقة بين الطول والوزن أوالعلاقة بين التقدير الذى حصل عليه بعض الطلبة فى مادتين أو ... ألخ.

ومما يجب ملاحظته أن وجود إرتباط بين متغيرين لا يبين ما إذا كان أحدهما تابع الآخر فإذا كان لدينا متغيرين س ، ص ووجدنا بينهما إرتباطاً قوياً فإن هذا لا يوضح ما إذا كانت س تؤثر فى ص أو أن ص تؤثر فى س أم أن هناك عامل مشترك يؤثر فى كل منهما وهو الذى أدى إلى زيادة الارتباط بينهما .

معامل الارتباط (coefficient of correlation)

يعنى وجود الارتباط بين ظاهرتين أن التغير (بالنقص أو الزيادة) فى أحدهما يكون مصحوباً بتغير فى الظاهرة الأخرى (ويكون هذا التغير فى نفس الاتجاه فى حالة الارتباط الطردى وفى الاتجاه المخالف فى حالة الارتباط العكسى) أى أن الارتباط يمكن قياسه بواسطة التغيرات التى تحدث فى الظاهرتين .

فإذا كان لدينا المتغيرين س ، ص يعبران عن ظاهرتين معينتين فإن أفضل طريقة لمقارنة التغير فى هاتين الظاهرتين هى مقارنة القيم المعيارية لهما أى :

$$\left(\frac{س - \bar{س}}{ع_س}\right) ، \left(\frac{ص - \bar{ص}}{ع_ص}\right)$$

حيث $ع_س$ ، $ع_ص$ هما الانحرافان المعياريان لقيم س ، ص على الترتيب وهنا نلاحظ أن حاصل ضرب القيم المعيارية للظاهرتين يكون كبيراً عددياً (بغض النظر عن الإشارة موجبة كانت أم سالبة) فى حالة وجود إرتباط قوى بين الظاهرتين وعليه فقد اتفق على إتخاذ متوسط حاصل ضرب القيم المعيارية كقياس لدرجة الارتباط بين المتغيرين ويطلق عليه اسم معامل الارتباط (ر) حيث :

$$ر = \frac{1}{ن} \sum \left(\frac{س - \bar{س}}{ع_س}\right)\left(\frac{ص - \bar{ص}}{ع_ص}\right)$$

حيث ن هى عدد أزواج المفردات . ونجد أن معامل الارتباط (ر) يتمتع بالخصائص التالية :

١ - تتراوح قيمته العددية بين الصفر والواحد الصحيح .

٢ - هذا المقياس يساوى صفرا فى حالة إنعدام الارتباط ويساوى الوحدة فى حالة الارتباط التام .

٣ - تكون قيمة هذا المقياس موجبة حينما يكون الارتباط طردى وتكون سالبة فى حالة الارتباط العكسى .

٤ - قيمة هذا المقياس العددية تزداد كلما إزدادت درجة الارتباط .

حساب معامل الارتباط :

تعرف الصيغة السابقة بمعامل بيرسون للارتباط ويمكن كتابتها على الصورة

$$\text{ر} = \frac{\frac{1}{\text{ن}}\ \text{مج}\,(\text{س} - \overline{\text{س}})\,(\text{ص} - \overline{\text{ص}})}{\text{ع}_{\text{س}}\ \ \text{ع}_{\text{ص}}}$$

حيث أن كلا من $\text{ع}_{\text{س}}$ ، $\text{ع}_{\text{ص}}$ مقدار ثابت ويمكن أخذه كعامل مشترك فى المقام . وهذه الصيغة وإن كانت أسهل فى حسابها من الصيغة السابقة إلا أنهـا أيضا تتطلب الكثير من العمليات الحسابية وخاصة إذا احتوى كل من $\overline{\text{س}}$ ، $\overline{\text{ص}}$ على كسور وما يترتب على ذلك من صعوبة العمليات الحسابية والبسط فى الصيغة الأخيرة هو :

$$\frac{1}{\text{ن}}\ \text{مج}\,(\text{س} - \overline{\text{س}})\,(\text{ص} - \overline{\text{ص}})$$

$$= \frac{1}{\text{ن}} \text{مج} \left(\text{س ص} - \text{س} \, \overline{\text{ص}} - \overline{\text{س}} \, \text{ص} + \overline{\text{س}} \, \overline{\text{ص}} \right)$$

$$= \frac{1}{\text{ن}} \text{مج س ص} - \overline{\text{ص}} \, \frac{\text{مج س}}{\text{ن}} - \overline{\text{س}} \, \frac{\text{مج ص}}{\text{ن}} + \frac{\text{ن} \, \overline{\text{س}} \, \overline{\text{ص}}}{\text{ن}}$$

$$= \frac{1}{\text{ن}} \text{مج س ص} - \overline{\text{س}} \, \overline{\text{ص}} - \overline{\text{س}} \, \overline{\text{ص}} + \overline{\text{س}} \, \overline{\text{ص}}$$

$$= \frac{1}{\text{ن}} \text{مج س ص} - \overline{\text{س}} \, \overline{\text{ص}}$$

$$\therefore \text{ر} = \frac{\frac{\text{مج س ص}}{\text{ن}} - \overline{\text{س}} \, \overline{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}} \, \text{ع}_{\text{ص}}}$$

$$\text{حيث } \overline{\text{س}} = \frac{\text{مج س}}{\text{ن}} \text{ ، } \overline{\text{ص}} = \frac{\text{مج ص}}{\text{ن}}$$

$$\text{، } \text{ع}_{\text{س}} = \sqrt{\frac{\text{مج س}^2}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مج س}}{\text{ن}} \right)^2}$$

$$\text{، } \text{ع}_{\text{ص}} = \sqrt{\frac{\text{مج ص}^2}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مج ص}}{\text{ن}} \right)^2}$$

مثال (أ) : أحسب معامل الارتباط بين قيم المتغيرين س ، ص من البيانات الآتية :

س	٦٩	٧١	٦٨	٦٤	٦٧	٦٦	٧٠	٦٢	٦٨	٦٥
ص	٢٨	٣٠	٣١	٢٥	٢٨	٢٥	٢٨	٢٦	٢٩	٢٨

ولحساب معامل الإرتباط باستخدام الصيغة السابقة يلزمنا معرفة كل من مج س ، مج ص ، مج س٢ ، مج ص٢ ، مج س ص وهــــذه يمكن حسابها كما فى جدول (٢٠) .

جدول (٢٠)

إيجاد معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص

س	ص	س٢	ص٢	س ص
٦٩	٢٨	٤٧٦١	٧٨٤	١٩٣٢
٧١	٣٠	٥٠٤١	٩٠٠	٢١٣٠
٦٨	٣١	٤٦٢٤	٩٦١	٢١٠٨
٦٤	٢٥	٤٠٩٦	٦٢٥	١٦٠٠
٦٧	٢٨	٤٤٨٩	٧٨٤	١٨٧٦
٦٦	٢٥	٤٣٥٦	٦٢٥	١٦٥٠
٧٠	٢٨	٤٩٠٠	٧٨٤	١٩٦٠
٦٢	٢٦	٣٨٤٤	٦٧٦	١٦١٢
٦٨	٢٩	٤٦٢٤	٨٤١	١٩٧٢
٦٥	٢٨	٤٢٢٥	٧٨٤	١٨٢٠
٦٧٠	٢٠٨	٤٤٩٦٠	٧٧٦٤	١٨٦٦٠

$$\therefore \bar{س} = \frac{٦٧٠}{١٠} = ٦٧$$

$$، \bar{ص} = \frac{٢٧٨}{١٠} = ٢٧٫٨$$

$$، ع_س = \sqrt{\frac{٤٤٩٦٠}{١٠} - \left(\frac{٦٧٠}{١٠}\right)^٢}$$

$$= \sqrt{٤٤٩٦ - ٤٤٨٩} = \sqrt{٧}$$

$$، ع_ص = \sqrt{\frac{٧٧٦٤}{١٠} - \left(\frac{٢٧٨}{١٠}\right)^٢}$$

$$= \sqrt{٧٧٦٫٤٠ - ٧٧٢٫٨٤} = \sqrt{٣٫٥٦}$$

$$ر = \frac{\frac{١٨٦٦٠}{١٠} - (٦٧)(٢٧٫٨)}{\sqrt{٧}\ \sqrt{٣٫٥٦}} = \frac{١٨٦٦ - ١٨٦٢٫٦}{\sqrt{٢٤٫٩٢}}$$

$$= \frac{٣٫٤}{٤٫٩٩} = ٠٫٦٨$$

ايجاد معامل الارتباط باستخدام وسط فرضى :

واضح من حل المثال السابق أن الصيغة التى إستخدمناها تتطلب الكثير من العمليات الحسابية وأن الحل سيسهل كثيراً إذا إستخدمنا وسطين فرضين لقيم س ، ص فإذا حسبنا انحرافات (س) عن الوسط الفرضى (أ) وإنحرافات (ص) عن الوسط الفرضى (ب) نجد أن : $ح_س = (س - أ)$ ، $ح_ص = (ص - ب)$

وسبق ان رأينا أن البسط فى صيغة معامل الارتباط هو :

$$\frac{1}{\text{ن}} \sum (\text{س} - \bar{\text{س}}) (\text{ص} - \bar{\text{ص}})$$

$$= \frac{1}{\text{ن}} \sum [(\text{س} - \text{أ}) - (\bar{\text{س}} - \text{أ})] \times$$

$$[(\text{ص} - \text{ب}) - (\bar{\text{ص}} - \text{ب})]$$

$$= \frac{1}{\text{ن}} \sum (\text{ح}_{\text{س}} - \bar{\text{ح}}_{\text{س}}) (\text{ح}_{\text{ص}} - \bar{\text{ح}}_{\text{ص}})$$

حيث $\bar{\text{ح}}_{\text{س}} (\bar{\text{س}} - \text{أ})$ ، $\bar{\text{ح}}_{\text{ص}} = (\bar{\text{ص}} - \text{ب})$

(أنظر صيغة حساب الوسط الحسابى باستخدام وسط فرضى)

والنتيجة الأخيرة لبسط معامل الارتباط يمكن كتابتها على الصورة :

$$\frac{\sum \text{ح}_{\text{س}} \text{ح}_{\text{ص}}}{\text{ن}} - \bar{\text{ح}}_{\text{س}} \bar{\text{ح}}_{\text{ص}}$$

وبالتالى نحصل على الصيغة التى تمكننا من حساب معامل الارتباط باستخدام وسطين فرضيين لقيم س ، قيم ص وهى :

$$\text{ر} = \frac{\frac{\sum \text{ح}_{\text{س}} \text{ح}_{\text{ص}}}{\text{ن}} - \bar{\text{ح}}_{\text{س}} \bar{\text{ح}}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}} \text{ع}_{\text{ص}}}$$

حيث $\bar{ح}_س = \frac{مج ح_س}{ن}$ ، $\bar{ح}_ص = \frac{مج ح_ص}{ن}$

$$، ع_س = \sqrt{\frac{مج ح^2_س}{ن} - \left(\frac{مج ح_س}{ن}\right)^2}$$

$$، ع_ص = \sqrt{\frac{مج ح^2_ص}{ن} - \left(\frac{مج ح_ص}{ن}\right)^2}$$

ويمكن حساب معامل الإرتباط بين قيم س ، ص في المثال السابق باستخدام هذه الصيغة وذلك باختيار القيمة ٦٨ كوسط فرضي لقيم س ، القيمة ٢٨ كوسط فرضي لقيم ص وقد اخترنا هاتين القيمتين نظرا لتكرارهما مما يسهل الحل كما يتضح من جدول (٢١) .

جدول (٢١)

إيجاد معامل الارتباط بين قيم س ، ص باستخدام وسطين فرضيين

س	ص	ح س (س - ٦٨)	ح ص (ص - ٢٨)	ح²س	ح²ص	ح س ح ص
٦٩	٢٨	١	—	١	—	—
٧١	٣٠	٣	٢	٩	٤	٦
٦٨	٣١	—	٣	—	٩	—
٦٤	٢٥	٤-	٣-	١٦	٩	١٢
٦٧	٢٨	١-	—	١	—	—
٦٦	٢٥	٢-	٣-	٤	٩	٦
٧٠	٢٨	٢	—	٤	—	—
٦٢	٢٦	٦-	٢-	٣٦	٤	١٢
٦٨	٢٩	—	١	—	١	—
٦٥	٢٨	٣-	—	٩	—	—
المجموع		١٠-	٢-	٨٠	٣٦	٣٦

$$\therefore \bar{ع}_{س} = \frac{مج\ ع_{س}}{ن} = \frac{-١٠}{١٠} = -١$$

$$، \bar{ع}_{ص} = \frac{مج\ ع_{ص}}{ن} = \frac{-٢}{١٠} = -٠٫٢$$

$$ع_س = \sqrt{\frac{مج س^2}{ن} - \left(\frac{مج س}{ن}\right)^2} = \sqrt{\frac{8}{10} - \left(\frac{-10}{10}\right)^2}$$

$$= \sqrt{8 - 1} = \sqrt{7}$$

$$ع_ص = \sqrt{\frac{مج ص^2}{ن} - \left(\frac{مج ص}{ن}\right)^2} = \sqrt{\frac{36}{10} - \left(\frac{-2}{10}\right)^2}$$

$$= \sqrt{3.60 - 0.04} = \sqrt{3.56}$$

$$ر = \frac{\frac{36}{10} - (-1)\quad(-0.2)}{\sqrt{7}\quad\sqrt{3.56}} = \frac{3.6 - 0.2}{\sqrt{24.92}}$$

$$= \frac{3.4}{4.99} = 0.68$$

وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها من قبل مع ملاحظة تقليل العمليات الحسابية ولذلك يجب استخدام هذه الصيغة الأخيرة لتسهيل العمل الحسابى فإذا طلب منا حساب معامل بيرسون للارتباط فيجب إستخدام هذه الصيغة نظراً لسهولة حسابها كما رأينا .

مثال (٢):

احسب معامل الارتباط (بيرسون) بين قيم س ، ص من البيانات الآتية:

س	١٦٥	١٧٠	١٧٠	١٦٩	١٧٠	١٥٤	١٦٤
ص	٦١	٧٠	٧٢	٦٥	٨٣	٥٦	٦٢

الحـل :

باستخدام القيمة ١٧٠ كوسط فرضى لقيم س ، والقيمة ٦٥ كوسط فرضى لقيم ص يمكن تكوين الجدول التالى :

س	ص	ح س (س - ١٧٠)	ح ص (ص - ٦٥)	ح² س	ح² ص	ح س ح ص
١٦٥	٦١	-٥	-٤	٢٥	١٦	٢٠
١٧٠	٧٠	—	٥	—	٢٥	—
١٧٠	٧٢	—	٧	—	٤٩	—
١٦٩	٦٥	-١	—	١	—	—
١٧٠	٨٣	—	١٨	—	٣٢٤	—
١٥٤	٥٦	-١٦	-٩	٢٥٦	٨١	١٤٤
١٦٤	٦٢	-٦	-٣	٣٦	٩	١٨
المجموع		-٢٨	١٤	٣١٨	٥٠٤	١٨٢

$$\bar{\text{ح}}_{\text{س}} = \frac{\text{مج ح}_{\text{س}}}{\text{ن}} = \frac{-٢٨}{٧} = -٤$$

$$\bar{\text{ح}}_{\text{ص}} = \frac{\text{مج ح}_{\text{ص}}}{\text{ن}} = \frac{١٤}{٧} = ٢$$

$$ع_س = \sqrt{\frac{مجـ\ ح_س^{2}}{ن} - \left(\frac{مجـ\ ح_س}{ن}\right)^{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{٢١٨}{٧} - (-٤)^{2}} = \sqrt{٢٩٫٠٢}$$

$$ع_ص = \sqrt{\frac{مجـ\ ح_ص^{2}}{ن} - \left(\frac{مجـ\ ح_ص}{ن}\right)^{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{٥٠٤}{٧} - (٢)^{2}} = \sqrt{٦٨}$$

$$ر = \frac{\frac{مجـ\ ح_س\ ح_ص}{ن} - \bar{ح}_س\ \bar{ح}_ص}{ع_س\ ع_ص}$$

$$= \frac{\frac{١٨٢}{٧} - (-٤)(٢)}{\sqrt{٢٩٫٤٣}\ \sqrt{٦٨}} = \frac{٢٦ + ٨}{\sqrt{٢٠٠١٫٢٤}}$$

$$= \frac{٢٤}{٤٤٫٥٥} = ٠٫٧٦$$

∴ يوجد ارتباط طردى قوى

حساب معامل الارتباط من البيانات المبوبة :

عندما يكبر حجم العينة يصعب حساب معامل الارتباط بالطريقة السابقة لذلك يمكن تبويب البيانات فى شكل جدول تكرارى مزدوج (راجع طريقة تكوين الجدول التكرارى المزدوج فى الفصل الثالث من هذا الكتاب) ونوجد معامل الارتباط باستخدام العلاقة :

$$ر = \frac{\frac{\text{مجـ } ح_س ح_ص ك}{ن} - \bar{ح_س} \; \bar{ح_ص}}{ع_س \quad ع_ص}$$

حيث $ن = \text{مجـ } ك$ ، $\bar{ح_س} = \frac{\text{مجـ } ح_س ك}{\text{مجـ } ك}$ ، $\bar{ح_ص} = \frac{\text{مجـ } ح_ص ك}{\text{مجـ } ك}$

، $ع_س = \sqrt{\frac{\text{مجـ } ح^2_س ك}{\text{مجـ } ك} - \left(\frac{\text{مجـ } ح_س ك}{\text{مجـ } ك}\right)^2}$

، $ع_ص = \sqrt{\frac{\text{مجـ } ح^2_ص ك}{\text{مجـ } ك} - \left(\frac{\text{مجـ } ح_ص ك}{\text{مجـ } ك}\right)^2}$

حيث $ح_س$ ، $ح_ص$ هى إنحرافات مراكز فئات المتغيرين س ، ص عن وسطيها الفرضيين .

وفى حالة تساوى أطوال فئات كل من المتغيرين فإن استخدام الانحرافات المختصرة بدلا من الانحرافات لن يؤثر على النتيجة وبذلك تستخدم الصيغة :

$$ر = \frac{\frac{\text{مجـ } ح'_س ح'_ص ك}{\text{مجـ } ك} - \left(\frac{\text{مجـ } ح'_س ك}{\text{مجـ } ك}\right)\left(\frac{\text{مجـ } ح'_ص ك}{\text{مجـ } ك}\right)}{\sqrt{\frac{\text{مجـ } ح'^2_س ك}{\text{مجـ } ك} - \left(\frac{\text{مجـ } ح'_س ك}{\text{مجـ } ك}\right)^2}\sqrt{\frac{\text{مجـ } ح'^2_ص ك}{\text{مجـ } ك} - \left(\frac{\text{مجـ } ح'_ص ك}{\text{مجـ } ك}\right)^2}}$$

مثال (٣) : الجدول التكرارى المزدوج الآتى يبين العلاقة بين الطول والوزن لعينة مكونة من ١٠٠ طالب من إحدى المدارس والمطلوب حساب معامل الارتباط (بطريقة بيرسون)

الطول / الوزن	١٥٠ -	١٥٥ -	١٦٠ —	١٦٥ —	١٧٠ وأقل من ١٧٥	المجموع
٤٠ -	٥	٣				٨
٥٠ -	١	٢	١٤			٢٧
٦٠ -		١٢	٢٨	٢٢		٥٢
٧٠ وأقل من ٨٠			٣	٨	٢	١٣
المجموع	٦	١٧	٤٥	٣٠	٢	١٠٠

نلاحظ هنا تساوى أطوال الفئات بالنسبة للطول(٥سم) والوزن (١٠ كجم) وبذلك يمكننا استخدام الصيغة السابقة . ولحسابها نضيف إلى الجـــدول سبعة صفوف وسبعة أعمدة كما فى جدول (٢٢) ففى العمود الأول نحسب مراكز فئات المتغير (ص) ثم نختار من بينها وسطا فرضيا ونحسب الإنحرافات عنه ح س فى العمود الثانى وحيث أن أطوال الفئات متساوية نقسم كل من الإنحرافات ح س على طول الفئة (١٠) فنحصل على ح َس فى العمود الثالث . ونلاحظ أنها تساوى صفر أمام الفئة التى أختير مركزها كوسط فرضى ، — ١ ، — ٢ ... فى الفئات السابقة لها ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ... فى الفئات اللاحقة لها ، وفى العمود الرابع نضرب كل إنحراف مختصر فى التكرار المناظر فنحصل على ح َس ك وفى العمود الخامس نضرب كل إنحراف مختصر ح َس (العمود الثالث) فى ح َس ك (العمود الرابع) فنحصل على ح ٢َس ك وبتكرار نفس الخطوات بالنسبة الصفوف نحصل على مراكز فئات المتغير س،ح س ، ح َس ، ح َس ك، ح ٢َس ك فى الخمسة صفوف التى أضفناها ، والبيانات التى حسبناها حتى الآن تكفى لحساب القام فى صيغة معامل الارتباط . وقبل حساب بيانات العمود السادس والسابع تنقل بيانات الإنحرافات المختصرة

ح َ ص خارج الجدول الأصلى (إلى يمين الفئات ص) والانحرافات المختصرة ح َ س خارج الجدول (فوق الفئات س) ونحسب قيم العمود السادس بأن نضرب التكرارات فى كل صف (من الجدول الأصلى) فى الإنحرافات المناظرة والتى كتبناها بأعلى الجدول ثم نجمع النتائج . فأول قيمة فى العمود السادس تكون : (٥)(-٢)+ (٣) (-١) = -١٣ وثانى قيمة تكون (١)(-٢)+(١٢)(-١) + (١٤)(صفر) = -١٤ وهكذا ... وبذلك نحصل على بيانات العمود السادس التى تعطى لنا ع ح َ س ك أما بيانات العمود السابع فنحصل عليها بضرب كل قيمة من قيم العمود السادس فى الانحراف المناظر ح َ ص فنحصل على ع ح َ ص ح َ س ك. وبذلك يمكننا حساب معامل الارتباط . أما الصفين السادس والسابع فيمكن تكملة الحل بدونهما ولكن الهدف منها هو التأكد من صحة العمليات الحسابية السابقة . فالصف السادس (نحسبه بنفس الطريقة التى حسبت بها بيانات العمود السادس) ونحصل على قيمه بأن نضرب التكرارات فى كل عمود (من الجدول الأصلى) فى الانحرافات المناظرة والتى كتبناها إلى يمين الجدول ثم نجمع النتائج . فأول قيمة فى الصف السادس تكون : (٥)(-٢) + (١) (-١) = -١١ وثانى قيمة فيه تكون : (٣)(-٢) + (١٢)(-١) + (٢)(صفر) = -١٨ وهكذا ... وبذلك نحصل على بيانات الصف السادس وتعطى لنا ع ح َ س ك أما بيانات الصف السابع فنحصل عليها بضرب كل قيمة من قيم الصف السادس فى الانحراف المناظر ح َ س فنحصل على ع ح َ س ح َ ص ك . وهنا نلاحظ أن مجموع الصف الرابع لابد وأن يساوى مجموع العمود السادس وأن مجموع الصف السادس لا بد وأن يساوى مجموع العمود الرابع وأن مجموع الصف السابع يساوى مجموع العمود السابع كما يتضح من الأسهم فى جدول (٢٢) .

جدول (٢٢) إيجاد معامل الارتباط من الجدول التكراري المزدوج

	ص / س	١٥٠-	١٥٥-	١٦٠-	١٦٥-	١٧٠ وأقل من ١٧٥	ك ص
		-٢	-١	–	١	٢	
-٢	٥٠-	٥	٣				٨
-١	٦٠-	١	١٢	١٤			٢٧
–	٧٠-		٢	٢٨	٢٢		٥٢
١	٨٠ وأقل من ٩٠			٣	٨	٢	١٣
	ك س	٦	١٧	٤٥	٣٠	٢	١٠٠

مركز الفئة س	١٥٢/٥	١٥٧/٥	[١٦٢/٥]	١٦٧/٥	١٧٢/٥	
ح س	-١٠	-٥	–	٥	١٠	
حَ س	-٢	-١	–	١	٢	
حَ س ك	-١٢	-١٧	–	٣٠	٤	٥
حَ² س ك	٢٤	١٧	–	٣٠	٨	٧٩
مج حَ س ك	-١١	-١٨	-١١	٨	٢	-٣٠
مج حَ حَ ك	٢٢	١٨	–	٨	٤	٥٢

مركز الفئة ص	ح ص	حَ ص	حَ ك	حَ² ك	مج حَ ك	مج حَ حَ ك
٥٥	-٢٠	-٢	-١٦	٣٢	-١٣	٢٦
٦٥	-١٠	-١	-٢٧	٢٧	-١٤	١٤
[٧٥]	–	–	–	–	٢٠	–
٨٥	١٠	١	١٣	١٣	١٢	١٢
			-٣٠	٧٢	٥	٥٢

وبعد تكملة الجدول بالشكل الذى شرحناه نحسب معامل الارتباط :

$$ر = \frac{\frac{٥٢}{١٠٠} - \left(\frac{٥}{١٠٠}\right)\left(\frac{-٣٠}{١٠٠}\right)}{\sqrt{\frac{٧٩}{١٠٠} - \left(\frac{٥}{١٠٠}\right)^٢}\sqrt{\frac{١٢}{١٠٠} - \left(\frac{-٣٠}{١٠٠}\right)^٢}}$$

$$= \frac{٠,٥٢ - (٠,٠٥)(-٠,٣)}{\sqrt{٠,٧٨٧٥}\sqrt{٠,٠٦٣}}$$

$$= \frac{٠,٢٠ + ٠,١٥}{\sqrt{٠,٢٩٦١٢٥}} = \frac{٠,٥٣٥}{٠,٧٠٤٢} = ٠,٧٦$$

∴ يوجد إرتباط طردى قوى بين الطول والوزن لعينة الطلبة المدروسة .

ملاحظة :

يمكن اختصار الحل فى حالة تساوى أطوال الفئات وذلك بعدم إضافة كل من العمودين الأول والثانى والصفين الأول والثانى فى جدول (٢٢) وذلك بأن نكتب الانحرافات المختصرة مباشرة وذلك بوضع صفر أمام الفئـــة التى كنا سنختار مركزها كوسط فرضى (ويفضل أن تكون فى منتصف الجدول وأمام أكبر تكرار) ثم نكتب -١ ، -٢ ، ... للانحرافات المختصرة للفئات السابقة لها ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ... للانحرافات المختصرة للفئات اللاحقة لها . ثم نكمل الحل .

مثال (٤) :

أحسب معامل الارتباط بين قيم س ، ص من البيانات الآتية :

ص / س	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ -	٧٠ -	٨٠ وأقل من ٩٠	المجموع
٤٠ -	٦					٦
٥٠ -	٦	١٢	٤			٢٢
٦٠ -		١٠	٣٠	٢		٤٢
٧٠ وأقل من ٨٠			١٢	١٦	٢	٣٠
المجموع	١٢	٢٢	٤٦	١٨	٢	١٠٠

الحل :

نضيف إلى الجدول خمسة صفوف وخمسة أعمدة ونتبع نفس خطوات المثال السابق نجد أن :

مجـ حَس حَص ك = ٦٨

، مجـ حَس ك = - ٢٤

، مجـ حَص ك = - ٤

، مجـ ح^٢َس ك = ٩٦

، مجـ ح^٢َص ك = ٧٦

كما يتضح من جدول (٣٢) :

	ص / س	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	٨٠ وأقل من ٩٠	ك ص	ح ص	ح ص ك	ح² ص ك	ح س ح ص ك	ح س ح ص ك
		-٢	-١	-	١	٢						
-٢	-٤٠	٦					٦	-٢	-١٢	٢٤	-١٢	٢٤
-١	-٥٠	٦٠	١٢	٤			٢٢	-١	-٢٢	٢٢	-٢٤	٢٤
-	-٦٠		١٠	٣٠	٢		٤٢	-	-	-	-٨	-
	٧٠ وأقل من ٨٠			١٢	١٦	٢	٣٠	١	٣٠	٣٠	٢٠	٢٠
	ك س	١٢	٢٢	٤٦	١٨	٦	١٠٠		-٤	٧٦	-٢٤	٦٨

ح س	-٢	-١	-	١	٢	
ح س ك	-٢٤	-٢٢	-	١٨	٤	-٢٤
ح² س ك	٤٨	٢٢	-	١٨	٨	٩٦
ح س ح ص ك	-١٨	-١٢	٨	١٦	٢	-٤
ح س ح ص ك	٣٦	١٢	-	١٦	٤	٦٨

$$\therefore r = \frac{\frac{68}{100} - \left(\frac{-24}{100}\right)\left(\frac{-4}{100}\right)}{\sqrt{\frac{96}{100} - \left(\frac{-24}{100}\right)^2}\ \sqrt{\frac{76}{100} - \left(\frac{-4}{100}\right)^2}}$$

$$= \frac{0.68 - (-0.24)(-0.04)}{\sqrt{0.9024}\ \sqrt{0.7584}} = \frac{0.68 - 0.0096}{\sqrt{0.68038}}$$

$$= \frac{0.6704}{0.8272} = 0.81$$

∴ يوجد إرتباط طردى قوى بين قيم س ، ص

معامل ارتباط الرتب : (سبيرمان)

يستخدم هـــذا المعامل لدراسة الارتباط بين البيانات النوعية أى تلك التى لا يمكن قياسها كميا. وتعتمد هذه الطريقة على إعطاء المتغيرات رتبا لتحل محل القياس العددى فإذا رتبنا مفردات المتغير س ترتيبا تصاعديا ووجـــدنا أن مفردات المتغير ص المناظرة لها مرتبة ترتيبا تصاعديا أيضاً نستنتج وجود إرتباط طردى تام بين المتغيرين س ، ص أما إذا رتبنا مفردات المتغير س ترتيبا تصاعديا ووجدنا أن مفردات المتغير ص المناظرة لها مرتبة ترتيبا تنازليا نستنتج وجود إرتباط عكسى تام بين المتغيرين س ، ص غير أن هذا الارتباط التام نادرا ما يصادفنا فى الدراسات الاجتماعية والاقتصادية .

ولقياس الارتباط بين مفردات المتغيرين س ، ص نرتب كلا منهما حسب

أفضليته ثم نحسب الفرق ف بين كل رتبتين متقابلتين (فنجد أن مجـ ف = صفر) وبحساب مربعات هذه الفروق يمكن إيجاد معامل الارتباط باستخدام العلاقة :

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ ف}^٢}{ن (ن^٢ - ١)}$$

مثال(٥) : فيما يلي تقديرات ستة من الطلبة في إمتحان مادتي الرياضة والاحصاء والمطلوب حساب معامل الارتباط (سبيرمان) بين تقديرات المادتين :

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦
تقدير الرياضة	ضعيف	ممتاز	جيد	ضعيف جدا	مقبول	جيد جدا
تقدير الاحصاء	مقبول	جيد جدا	جيد	ضعيف	ضعيف جدا	ممتاز

ولحساب معامل الارتباط من هذه البيانات نرتب تقديرات كل من المادتين ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً وذلك بإعطاء التقدير ممتاز الرتبة (١) والتقدير الذى يليه الرتبة (٢) و ... هكذا ثم نحسب الفروق بين كل رتبتين متناظرتين كما في جدول (٢٤) فنجد أن :

جدول (٢٤)

حساب معامل الارتباط (سبيرمان) بين تقديرات مادتي الرياضة والإحصاء

تقدير الرياضة	تقدير الاحصاء	رتب تقدير الرياضة	رتب تقدير الاحصاء	الفروق ف	ف٢
ضعيف	مقبول	٥	٤	١	١
ممتاز	جيد جدا	١	٢	−١	١
جيد	جيد	٣	٣	صفر	صفر
ضعيف جدا	ضعيف	٦	٥	١	١
مقبول	ضعيف جدا	٤	٦	−٢	٤
جيد جدا	ممتاز	٢	١	١	١
					٨

$$ر = ١ - \frac{٦ مج ف^{٢}}{ن(ن^{٢} - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٦ \times ٨}{٦ \times ٣٥} = \frac{٢٧}{٣٥} = ٠.٧٧$$

∴ يوجد ارتباط طردي قوي بين تقديرات الطلبة الست في هاتين المادتين.

حساب معامل الارتباط (سبيرمان) في حالة الرتب المتكررة :

في المثال السابق لم تتكرر أي من التقديرات التي حصل عليها الطلبة . فإذا لاحظنا مثالا آخر تتكرر فيه بعض التقديرات فإننا نعطي القيم المتكررة رتبا تساوي متوسط الرتب التي كانت ستعطى لو لم تتكرر التقديرات .

مثال (٦) فيما يلي تقديرات عشرة من الطلبة في إمتحان مادتي الاحصاء والاقتصاد والمطلوب حساب معامل الارتباط بين تقديرات المادتين .

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
تقدير الإحصاء	ضعيف جدا	مقبول	ممتاز	مقبول	ضعيف	جيد جدا	جيد	ضعيف	مقبول	مقبول
تقدير الاقتصاد	مقبول	جيد	جيد جدا	مقبول	جيد	مقبول	ممتاز	ضعيف جدا	ضعيف	جيد جدا

عند إعطاء رتب لتقدير مادة الإحصاء نجد أن الطالب رقم ٣ يأخذ الرتبة (١) والطالب رقم ٦ يأخذ الرتبة (٢) والطالب رقم ٧ يأخذ الرتبة (٣) بينما الطلبة رقم ٢ ، ٤ ، ٩ ، ١٠ لهم نفس التقدير ويستحقون الرتب (٤) ، (٥) ، (٦) ، (٧) ونظراً لتساويهم فى التقدير تعطى كلا منهم متوسط هذه الرتب

وهو $\frac{٤ + ٥ + ٦ + ٧}{٤} = ٥,٥$ ويلى ذلك الطالبان رقم ٥ ، ٨ وهما يستحقان

الرتب (٨) ، (٩) ولما كان لكل منها أيضاً نفس التقدير فتعطى لكل منهما

متوسط الرتبتين أى $\frac{٨ + ٩}{٢} = ٨,٥$ ويلى ذلك الطالب رقم ١ حيث يأخذ

الرتبة (١٠) ، وبإتباع نفس الطريقة عند إعطاء رتب لتقدير مادة الاقتصاد يمكن أن نحسب الفروق كما فى جدول (٢٥) ثم نكمل الحل بالطريقة المعتادة فنجد أن :

$$ر = ١ - \frac{٦ مج ف^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٦ \times ٨٣}{١٠ \times ٩٩} = ١ - \frac{٤٩٨}{٩٩٠} = ١ - ٠,٥٠٣$$

$$= ٠,٤٩٧$$

وهذه القيمة لمعامل الارتباط تبين أن هناك إرتباطا طرديا ليس بالقوى وليس بالضعيف .

جدول (٢٥)

حساب معامل الارتباط (سبيرمان) فى حالة الرتب المتكررة

رقم الطالب	تقدير الاحصاء	تقدير الاقتصاد	رتب تقدير الاحصاء	رتب تقدير الاقتصاد	الفروق ف	ف٢
١	ضعيف جداً	مقبول	١٠	٧	٣	٩
٢	مقبول	جيد	٥,٥	٤,٥	١	١
٣	ممتاز	جيد جداً	١	٢,٥	—١,٥	٢ ٢٥
٤	مقبول	مقبول	٥,٥	٧	—١,٥	٢,٢٥
٥	ضعيف	جيد	٨,٥	٤,٥	٤	١٦
٦	جيد جداً	مقبول	٢	٧	—٥	٢٥
٧	جيد	ممتاز	٣	١	٢	٤
٨	ضعيف	ضعيف جداً	٨,٥	١٠	—١,٥	٢,٢٥
٩	مقبول	ضعيف	٥,٥	٩	—٣,٥	١٢,٢٥
١٠	مقبول	جيد جداً	٥,٥	٢,٥	٣	٩
المجموع						٨٣,٠٠

ملاحظة :

لا يقتصر إستخدام معامل سبيرمان للإرتباط على المتغيرات الغير قابلة القياس الكمى (كما أوضحنا فى المثالين السابقين) ولكن قد يستخدم أيضا لحساب الارتباط بين المتغيرات القابلة للقياس الكمى وذلك رغبة فى تقليل واختصار العمليات الحسابية كما يتضح من المثال التالى :

مثال (٧)

أحسب معامل الإرتباط (سبيرمان) بين قيم س ، ص من البيانات الآتية :

س	١١	١٤	١٣	١٤	١٥
ص	١٢	١٣	١٤	١٣	١٨

الحل :

نعطى المتغيرين س ، ص رتبا ثم نحسب الفروق بين الرتب المتقابلة ونوجد مربعاتها كما يلي .

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف٢
١١	١٢	٥	٥	—	—
١٤	١٣	٢,٥	٣,٥	١—	١
١٣	١٤	٤	٢	٢	٤
١٤	١٣	٢,٥	٣,٥	١—	١
١٥	١٨	١	١	—	—
المجموع					٦

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$$

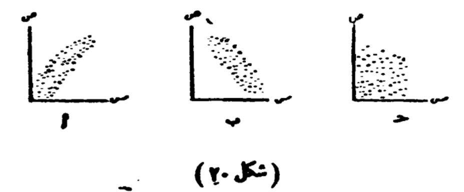
$$= ١ - \frac{٦ \times ٦}{٥ \times ٢٤} = ١ - \frac{٣}{١٠}$$

$$= ٠٫٧$$

∴ يوجد إرتباط طردى قوى بين س ، ص

الانحدار : (Regression)

لدراسة العلاقة بين ظاهرتين يمكن تكوين فكرة مبدئية عن نوع العلاقة وقوتها باستخدام مايعرف بشكل الإنتشار(Scatter Diagram)فإذا مثلنا أزواج المشاهدات الخاصة بالظاهرتين بيانياً نحصل على عدد من النقط فى مستوى محورين كما فى شكل (٢٠) حيث يتضح من الشكل (أ) أنه توجد علاقة طردية بين المتغيرين بينما العلاقة فى الشكل (ب) علاقة عكسية ويظهر شكل الإنتشار (حـ) أنه لا توجد علاقة بين المتغيرين حيث نجد أن النقط مبعثرة بطريقة غير منتظمة .



(شكل ٢٠)

وواضح من الشكلين أ ، ب أن النقط تقع على مسار خط مستقيم ، بمعنى أنه توجد علاقة خطية بين المتغيرين يمكن وضعها فى شكل معادلة من الدرجة الأولى على الصورة :

ص = م س + ح (١)

حيث ص المتغير التابع (Dependent variable) الذى نريد تقديره ، س هى المتغير المستقل (Indepenent variable) ، م ، ح مقادير ثابتة يمكن حسابها من واقع البيانات المشاهدة . وبمعرفة قيمة كل من م ، ح يمكن استنتاج قيم ص عندما تأخذ س قيما معينة لذلك تعرف هذه المعادلة بمعادلة خط إنحدار ص على س حيث م تعطى ميـــل الخط ، ح تبين الجزء المقطوع من محور الصادرات .

ولتوفيق خط مستقيم يتوسط النقط فى شكل الإنتشار (خير توسط) ليمثل العلاقة بين المتغيرين س ، ص يمكن أن نمهد هذا الخط باليد . ولكن هذا التمهيد يكون تقريبيا ويختلف من شخص لآخر لذلك نلجأ لاستخدام طريقة جبرية تعرف بطريقة المربعات الصغرى ، وهى طريقة دقيقة تمكننا من تحديد أفضل موضع لهذا الخط .

طريقة المربعات الصغرى :

من المعلوم أن الخط الذى نريد توفيقه سوف لايمر بجميع النقط فى شكل الانتشار ولكن بعض هذه النقط سيقع فوقه وبعضها سيقع تحته وبالتالى إذا اخترنا أى قيمة للتغير س وقدرنا قيمة ص المناظرة لها من واقع معادلة هذا الخط فان قيمة ص المقدرة سوف تختلف عن قيمة ص الفعلية (المشاهدة) فى حالة عدم انطباق النقطة على الخط تماما وهذا الاختلاف يعطى لنا انحراف النقطة (البعد الرأسى لها) عن خط الإنحدار . وتهدف طريقة المربعات الصغرى إلى إيجاد معادلة لهـــذا الخط بحيث يكون مجموع مربعات الانحرافات

(الأبعاد الرأسية) للنقط عنه أصغر ما يمكن (نهاية صغرى) .

ولايجاد معادلة هذا الخط على الصورة (١) حيث حـ هـو الجزء المقطوع من محور الصادات ، م هو ميل خط الانحدار ويسمى أيضا بمعامل إنحـــدار ص على س نجد أن قيم م ، حـ التى تحقق هـذا الشرط يمكن الحصول عليهما بحـل المعادلتين :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مج ص} = \text{م مج س} + \text{ن حـ} \qquad (٢) \\ \text{مج س ص} = \text{م مج س}^{2} + \text{حـ مج س} \qquad (٣) \end{array} \right.$$

وبقسمة المعادلة (٢) على ن (عدد المفردات) نجد أن :

$$\frac{\text{مج ص}}{\text{ن}} = \frac{\text{م مج س}}{\text{ن}} + \text{حـ}$$

$$\therefore \text{حـ} = \frac{\text{مج ص}}{\text{ن}} - \text{م} \frac{\text{مج س}}{\text{ن}} \qquad (٤)$$

أى أن :

$$\text{حـ} = \bar{\text{ص}} - \text{م } \bar{\text{س}} \qquad (٥)$$

حيث $\bar{\text{ص}}$ هى الوسط الحسابى لقيم ص ، $\bar{\text{س}}$ هى الوسط الحسابى لقيم س وبالتعويض عن قيمة حـ من المعادلة (٢) فى المعادلة (٣) ينتج أن :

$$\text{مج س ص} = \text{م مج س}^{2} + \text{مج س} \left(\frac{\text{مج ص}}{\text{ن}} - \text{م} \frac{\text{مج س}}{\text{ن}} \right)$$

$$\text{مج س ص} = \text{م مج س}^2 + \frac{(\text{مج س})(\text{مج ص})}{\text{ن}} - \text{م} \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}}$$

$$\text{مج س ص} - \frac{(\text{مج س})(\text{مج ص})}{\text{ن}} = \text{م} \left(\text{مج س}^2 - \frac{(\text{مج س})^2}{\text{ن}} \right)$$

وبقسمة الطرفين على ن :

$$\frac{\text{مج س ص}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مج س}}{\text{ن}}\right)\left(\frac{\text{مج ص}}{\text{ن}}\right)$$

$$= \text{م} \left[\frac{\text{مج س}^2}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مج ص}}{\text{ن}}\right)^2 \right]$$

$$\therefore \text{م} = \frac{\frac{\text{مج س ص}}{\text{ن}} - \bar{\text{س}}\,\bar{\text{ص}}}{\text{ع}^2_{\text{س}}} \qquad (٦)$$

أى أنه يمكن معرفة م ، حـ من المعادلتين (٥) ، (٦) لكى نحصل على معادلة خط إنحدار ص على س .

مثال (٨) : أوجد معادلة خط إنحدار ص على س من البيانات الآتية :

س	٣	٦	٥	٤	٥	٢	١٠
ص	٣	٤	٢	٦	٥	١	٧

الحل:

لإيجاد هذه المعادلة يلزمنا معرفة مجـ س ، مجـ ص ، مجـ $س^٢$ ، مجـ س ص وهذه يمكن الحصول عليها كما يلي :

س	ص	$س^٢$	س ص
٣	٣	٩	٩
٦	٤	٣٦	٢٤
٥	٢	٢٥	١٠
٤	٦	١٦	٢٤
٥	٥	٢٥	٢٥
٢	١	٤	٢
١٠	٧	١٠٠	٧٠
٣٥	٢٨	٢١٥	١٦٤

حيث $\overline{س} = \frac{٣٥}{٧} = ٥$ ، $\overline{ص} = \frac{٢٨}{٧} = ٤$

$$ع^٢_س = \frac{٢١٥}{٧} - \left(\frac{٣٥}{٧}\right)^٢ = ٣٠٫٧ - ٢٥ = ٥٫٧$$

$$\therefore أ = \frac{\frac{١٦٤}{٧} - (٥)(٤)}{٥،٧} = \frac{٢٣،٤٣ - ٢٠}{٥،٧}$$

$$= \frac{٣،٤٣}{٥،٧} = ٠،٦$$

$$ج = \overline{ص} - أ\,\overline{س}$$

$$= ٤ - ٠،٦\,(٥) = ٤ - ٣ = ١$$

∴ معادلة خط انحدار ص على س:

$$ص = ٠،٦\,س + ١$$

مثال (٩):

أوجد معادلة خط انحدار ص على س من البيانات الآتية :

س	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
ص	٤٥	٥٠	٥٣	٥٦	٦٠	٦٤	٧٠	٧٥	٧٨	٨٥	٩١

ولاختصار العمليات الحسابية يمكن نقل نقطة الأصل وذلك بأخذ وسطين فرضيين لقيم س ، ص فإذا أختيرت القيم ١٠ ، ٦٠ لهذا الغرض ينتج أن :

س	ص	سَ (س − ١٠)	صَ (ص − ٦٠)	سَ٢	سَ صَ
٥	٤٥	−٥	−١٥	٢٥	٧٥
٦	٥٠	−٤	−١٠	١٦	٤٠
٧	٥٣	−٣	−٧	٩	٢١
٨	٥٦	−٢	−٤	٤	٨
٩	٦٠	−١	صفر	١	صفر
١٠	٦٤	صفر	٤	صفر	صفر
١١	٧٠	١	١٠	١	١٠
١٢	٧٥	٢	١٥	٤	٣٠
١٣	٧٨	٣	١٨	٩	٥٤
١٤	٨٥	٤	٢٥	١٦	١٠٠
١٥	٩١	٥	٣١	٢٥	١٥٥
		صفر	٦٧	١١٠	٤٩٣

$$م = \frac{\frac{٤٩٣}{١١} - (صفر)\left(\frac{٦٧}{١١}\right)}{\frac{١١٠}{١١} - (صفر)} = \frac{٤٩٣}{١١٠} = ٤٫٤٨٢$$

ح = ٦٧/١١ (٠,٤٨٢) (صفر) = ٦,٠٩١

∴ صَ = ٤,٤٨٢ سَ + ٦,٠٩١

ولحساب معادلة خط الانحدار بدلالة القيم الأصلية نضع :

صَ = (ص − ٦٠) ، سَ = (س − ١٠) فنحصل على :

(ص − ٦٠) = ٤,٤٧٢ (س − ١٠) + ٦,٠٩١

∴ ص = ٤,٤٨٢ س + ٢١,٢٧

<u>معادلة خط انحدار س على ص :</u>

إذا إستخدمنا ص كمتغير مستقل و س كمتغير تابع فإنه يمكن إيجاد معادلة تمكننا من تقدير قيمة س عندما تكون قيمة ص معلومة وتسمى بمعادلة خط إنحدار س على ص ويمكن كتابتها على الصورة .

س = مَ ص + ى

حيث ى هو الجزء المقطوع من محور السينات ، مَ هى ميل خط الانحدار وتسمى أيضاً بمعامل انحدار س على ص . ويمكن ايجاد هذه المعادلة باستخدام طريقة المربعات الصغرى وذلك بجعل مجموع مربعات الأبعاد الأفقية للنقط عن خط الانحدار أصغر ما يمكن . وفى هذه الحالة يمكن حساب قيم مَ ، ى من المعادلتين .

مجـ س = مَ مجـ ص + ن ى
مجـ ص س = مَ مجـ ص^2 + ى مجـ ص

ومن هاتين المعادلتين نجد أن :

$$م' = \frac{\frac{مجـ ص س}{ن} - \bar{ص}\,\bar{س}}{ع^{2}_{س}}$$

$$،\ ى = \bar{س} - م'\bar{ص}$$

مثال (١٠) :

أوجد معادلة خط انحدار س على ص من البيانات الآتية :

س	ص	$ص^{2}$	س ص
٣	٣	٩	٩
٦	٤	١٦	٢٤
٥	٢	٤	١٠
٤	٦	٣٦	٢٤
٥	٥	٢٥	٢٥
٢	١	١	٢
١٠	٧	٤٩	٧٠
٣٥	٢٨	١٤٠	١٦٤

الحل:

$$\bar{ص} = \frac{٣٥}{٧} = ٥ \quad ، \quad \bar{س} = \frac{٢٨}{٧} = ٤$$

$$ع^{٢}_{س} = \frac{١٤٠}{٧} - \left(\frac{٢٨}{٧}\right)^{٢} = ٢٠ - (٤)^{٢} = ٤$$

$$م' = \frac{\frac{١٦٤}{٧} - (٥)(٤)}{٤}$$

$$م' = \frac{٢٣,٤٣ - ٢٠}{٤} = \frac{٣,٤٣}{٤} = ٠,٨٥٧$$

$$د = \bar{س} - م'\bar{ص}$$

$$= ٥ - ٠,٨٥٧ \, (٤) = ٥ - ٣,٤٢٨ = ١,٥٧٢$$

∴ معادلة خط انحدار س على ص هي:

$$س = ٠,٨٥٧ \, ص + ١,٥٧٢$$

العلاقة بين معامل الارتباط ومعاملات الانحدار :

١ ــ حاصل ضرب (م) معامل انحدار ص على س في (م') معامل انحدار س على ص يساوى مربع معامل الإرتباط.

$$م \times م' = \frac{\left(\frac{مج\, س\, ص}{ن} - \bar{س}\,\bar{ص}\right)}{ع^{٢}_{س}} \cdot \frac{\left(\frac{مج\, س\, ص}{ن} - \bar{س}\,\bar{ص}\right)}{ع^{٢}_{ص}}$$

أو $م = ر \times \frac{ع_ص}{ع_س}$

مثال (١٢) : إذا علمت أن الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير س هما ٢ ، ٠,٨٩ على الترتيب وأن الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير ص هما ٨ ، ١,٦٧ على الترتيب . فأوجد معادلة خط انحدار ص على س علما بأن معامل الارتباط بين قيم س ، ص يساوى ٠,٨ .

$$م = ر \times \frac{ع_ص}{ع_س}$$

$$= ٠,٨ \times \frac{١,٦٧}{٠,٨٩} = ١,٥$$

$$جـ = ٨ - (١,٥)(٢) = ٨ - ٣ = ٥$$

∴ معادلة خط انحدار ص على س هي :

$$ص = ١,٥ س + ٥$$

مثال (١٣) :

إذا علمت أن معادلتي إنحدار ص على س ، س على ص هما :

$$\begin{cases} ص = ٠,٩ س + ٤,١ \\ س = ٢,١ ص \quad ١,٣ \end{cases}$$

$$= \left(\frac{\frac{مج\, س\, ص}{ن} - \bar{س}\, \bar{ص}}{ع_س\, ع_ص} \right)^2 = ر^2$$

$$\therefore ر = \sqrt{م \times م'}$$

<u>مثال (١٠)</u>: أحسب معامل الارتباط من المثال السابق:

$$ر = \sqrt{٠٫٦ \times ٠٫٨٥٧} = \sqrt{٠٫٥١٤٢} = ٠٫٧٢$$ تقريبا

٢ ـ حاصل ضرب (م) معامل انحدار ص على س فى $\frac{ع_س}{ع_ص}$

يساوى معامل الارتباط.

$$م \times \frac{ع_س}{ع_ص} = \frac{\frac{مج\, س\, ص}{ن} - \bar{س}\, \bar{ص}}{ع_س^2} \times \frac{ع_س}{ع_ص}$$

$$= \frac{\frac{مج\, س\, ص}{ن} - \bar{س}\, \bar{ص}}{ع_س\, ع_ص} = ر$$

$$\therefore ر = م \times \frac{ع_س}{ع_ص}$$

أو $م = ر \times \frac{ع_ص}{ع_س}$

مثال (١٢): إذا علمت أن الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير س هما ٢ ، ٠٫٨٩ على الترتيب وان الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير ص هما ٨ ، ١٫٦٧ على الترتيب. فأوجد معادلة خط انحدار ص على س علما بأن معامل الارتباط بين قيم س ، ص يساوى ٠٫٨.

$$م = ر \times \frac{ع_ص}{ع_س}$$

$$= ٠٫٨ \times \frac{١٫٦٧}{٠٫٨٩} = ١٫٥$$

$$جـ = ٨ - (١٫٥)(٢) = ٨ - ٣ = ٥$$

∴ معادلة خط إنحدار ص على س هي :

$$ص = ١٫٥ س + ٥$$

مثال (١٣):

إذا علمت أن معادلتي إنحدار ص على س ، س على ص هما :

$$\begin{cases} ص = ٠٫٩ س + ٤٫١ \\ س = ٢٫١ ص - ١٫٣ \end{cases}$$

فبين أنه يوجد خطأ فى إحدى هاتين المعادلتين .

الحـــل :

$$ر = \sqrt{م \times \bar{م}}$$

$$= \sqrt{٠,٩ \times ٢,١} = \sqrt{١,٠٨٩} = ١,٠٣٧$$

∴ يوجد خطأ فى إحدى المعادلتين لأن معامل الإرتباط لا يمكن أن يزيد عن الواحد الصحيح .

تمارين

١ ــ باستخدام طريقة المربعات الصغرى أوجد كلا من معادلتي خط انحدار ص على س ، س على ص من البيانات الآتية .

س	١	٣	٤	٦	٨	٩	١١	١٤
ص	١	٢	٤	٤	٥	٧	٨	٩

٢ ــ باستخدام معادلتي لانحدار في التمرين السابق أحسب معامل الإرتباط بين قيم س ، ص .

٣ ــ أحسب معامل الارتباط (سبيرمان) بين قيم س ، ص من البيانات الآتية :

س	١٣	١٤	١٥	١١	١٦	١٢	١٣
ص	١٣	١٦	١٥	١٢	١٤	١٥	١٧

٤ ــ إذا علمت أن الإنحراف المعياري لقيم س هو ٠,٦١ والإنحراف المعياري لقيم ص هو ١,٢٢ فاحسب معامل الارتباط بين قيم س، ص إذا علمت أن معادلة خط إنحدار ص على س هي:

$$ص = ٠,٨٤ \text{ س} + ٢١,٢٨$$

٥ ــ إذا علمت أن معادلتي إنحدار ص على س ، س على ص هما :

$$\begin{cases} ص = ٠,٧٢ \text{ س} + ٣,١٢ \\ س = - ٠,٨١ \text{ ص} + ١,٤٢ \end{cases}$$

فبين أنه يوجد خطأ فى أحدى هاتين المعادلتين .

٦ - فيما يلى نبين التقديرات التى حصل عليها ثمانية من الطلبة فى مادتى الرياضة والاحصاء والمطلوب حساب معامل الارتباط بين تقديرات هاتين المادتين :

تقدير الرياضة	ضعيف	مقبول	ممتاز	جيد جدا	جيد	مقبول	مقبول	ضعيف جدا
تقدير الاحصاء	ضعيف	مقبول	جيد جدا	ممتاز	مقبول	جيد	ضعيف	ضعيف جدا

٧ - إحسب معامل الارتباط (بيرسون) بين قيم س،ص من البيانات الآتية :

س	٦٧	٥٦	٦٥	٦٠	٦٦	٥٨
ص	١٧٧	١٧١	١٧٠	١٦٩	١٧٤	١٧١

(إستخدم القيمتين ٦٠ ، ١٧١ كوسطين فرضيين لقيم س،ص على الترتيب)

٨ - أمكن التوصل إلى البيانات الآتية عن المتغيرين س ، ص .

$\sum$ س = ٤٨ $\qquad$ $\sum$ ص = ٧٦ $\qquad$ $\sum$ س^2 = ٥٣٦

$\sum$ ص^2 = ١١٠٨ $\qquad$ $\sum$ س ص = ٧٢٠ $\qquad$ ن = ٦

والمطلوب:

(أ) إيجاد معادلة إنحدار ص على س

(ب) حساب معامل الارتباط (بيرسون) بين قيم س ، ص .

٩ ــ أحسب معامل الارتباط بين قيم س ، ص من البيانات الآتيه :

س / ص	٥٠—	٦٠—	٧٠—	٨٠—	٩٠ وأقل من ١٠٠	المجموع
٥٠—	٢					٢
٦٠—	٥	١١	٤			٢٠
٧٠—		٤	٢٥	٦		٣٥
٨٠—			٦	١٤	١٠	٣٠
٩٠ وأقل من ١٠٠				٥	٨	١٣
المجموع	٧	١٥	٣٥	٢٥	١٨	١٠٠

١٠ ــ إحسب معامل الارتباط (بيرسون) بين قيم س ، ص من البيانات الآتية :

س	١٧٠	[illegible]	١٦٦	١٦٥	١٦٨	١٦٧	١٧١	١٦٣	١٦٩	١٦٦
ص	٦٩	٧١	٧٢	٦٦	٦٩	٦٦	٦٩	٦٧	٧٠	٦٩

(إستخدام القيمتين ١٦٩ ، ٦٩ كوسطين فرضيين لقيم س، ص على الترتيب)

١١ ــ أحسب معامل الإرتباط بين قيم س ، ص من البيانات الآتية :

ص \ س	١٤٠ــ	١٥٠ــ	١٦٠ــ	١٧٠ــ	١٨٠ــ	١٩٠ وأقل من ٢٠٠	المجموع
٤٠ــ	٣	٥	٤				١٢
٥٠ــ	٣	٦	٦	٢			١٧
٦٠ــ	١	٤	٩	٥	٢		٢١
٧٠ــ			٥	١٠	٨	١	٢٤
٨٠ــ			١	٤	٦	٥	١٦
٩٠ وأقل من ١٠٠				٢	٤	٤	١٠
المجموع	٧	١٥	٢٥	٢٣	٢٠	١٠	١٠٠

الفصل الثامن

مبادئ الاحتمالات

مقدمة

تعتبر نظرية الإحتمالات من الفروع الهامة لعلم الرياضيات ولها تطبيقات عديدة في مختلف المجالات فتستخدم في دراسات العلوم والآداب ، كما أن فكرة التأمين تقوم أساسا على دراسة الإحتمالات .

ولن نحاول هنا التعمق في دراسة الإحتمالات بل سنكتفي بإعطاء فكرة مبسطة عنها . ولتفهم ذلك سنبدأ بإعطاء بعض الامثلة على تجارب تعتمد على عنصر الصدفة أو العشوائية .

مثال (١) :

إذا ألقيت قطعة نقود في الهواء حيثما اتفق فسوف نحصل على إحدى نتيجتين (ظهور الوجه العلوى يحمل صورة — أو كتابة) وسوف لا نتوقع ظهور أى من هاتين النتيجتين أكثر من الاخرى وبالتالى فان إجراء هذه التجربة مرات عديدة في نفس الظروف المتشابهة سوف ينتج عنه ظهور كل وجه من الوجهين في نصف عدد مرات تكرار التجربة تقريبا ولهذا نستطيع أن نخصص عددا لكل

نتيجة تسميه احتمال حدوث هذه النتيجة ويكون إحتمال ظهور الصورة فى هذه التجربة = ½ واحتمال ظهور الكتابة = ½

مثال (٢) :

إذا ألقيت زهرة من زهر النرد على سطح أملس سنجد ٦ نتائج ممكنة (١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦) وبافتراض أن الزهر سليم فإننا سوف لا نتوقع ظهور أى من النتائج الستة أكثر من غيرها وبالتالى يكون إحتمال ظهور كل من النتائج الستة = ⅙

مثال (٣) :

إذا سحب كارت بطريقة عشوائية من مجموعة كاملة لورق اللعب (٥٢ كارت) فان إحتمال أن يكون الكارت المسحوب آس سباتى = ١/٥٢ (لان مجموعة ورق اللعب تتكون من ٥٢ كارت ولا يوجد بها غير آس سباتى واحد).

من هذه الامثلة يتضح أننا نستطيع حساب الإحتمالات قبل إجراء التجربة ففى المثال الاول نستطيع إيجاد الاحتمال قبل إلقاء قطعة النقود وفى المثال الثانى عكننا إيجاد الاحتمال قبل إلقاء الزهر وفى المثال الثالث قبل سحب الكارت. ومثل هذا النوع من الاحتمالات تسمى بالاحتمالات القبلية a priori Probabilities ويمكن اجراء التجارب المقارنة بين الإحتمالات التى حصلنا عليها فى الامثلة السابقة وبين النتائج الفعلية للتجربة. وجدير بالملاحظة أنه عند اجراء التجارب عدد كبير جدا من المرات فان النتائج التجريبية تميل الى التعادل مع الاحتمالات القبلية.

وهناك حالات لاتكفى الاعتبارات القبلية لايجاد الاحتمال بل ينبغى اجراء التجارب وتسجيل النتائج التى تحسب منها الاحتمالات وهذه تعرف بالإحتمالات التجر

emperical probabilities . فمثلا إذا وجدنا من المشاهدة أنه بملاحظة ٢٠٠٠٠ رجل عند تمام السن ٤٠ وجد أن عدد الوفيات بين تمام السن ٤٠ وتمام السن ٤١ كان ٢٠٠ رجلا فان احتمال أن شخصاً عمره ٤٠ سنة يموت خلال سنة واحدة يمكن قياسه بالتكرار النسبي $\frac{٢٠٠}{٢٠٠٠٠} = ٠٫٠١$

وبالتالي نجد أن احتمال أن شخصا عمره ٤٠ سنة يعيش إلى تمام السن ٤١

$$= \frac{١٩٨٠٠}{٢٠٠٠٠} = ٠٫٩٩$$

أى عدد الباقين على قيد الحياة عند تمام السن ٤١ مقسوما على عدد الاحياء عند تمام السن ٤٠ .

ويلاحظ أن هذه الاحتمالات نحصل عليها نتيجة لتسجيل عدد كبير من المشاهدات ومراقبتها وتسجيل التغيرات فيها ولذلك نجد أن الاحتمالات التجريبية تختلف من بلد لآخر ومن وقت لآخر .

الاحتمالات البسيطة (Simple Probability)

لنأخذ تجربة من تجارب الصدفة التى لها نتائج محدودة العدد ومتساوية الامكان (equally Likely) ونطلق على أى مجموعة منها لها صفة مشتركة نهتم بدراستها لفظ حادث (event) وإذا أجرينا التجربة وكان الناتج هو إحدى النتائج التى يتكون منها الحادث نقول أن الحادث قد نجح أو وقع وبالتالى يمكن تعريف احتمال وقوع الحادث (ا) بأنه :

$$ح(أ) = \frac{\text{عدد النتائج التى يتكون منها الحادث (ا)}}{\text{عدد النتائج الكلية فى التجربة}}$$

فاذا كان عدد النتائج التى يتكون منها الحادث (ا) = م

وكان عدد النتائج التي لا تدخل في الحادث (١) = ف

فإن $ح(١) = \frac{ح}{ح + ف}$

وإذا رمزنا للحادث الذى يتكون من النتائج التى لا تدخل فى (١) بالرمز (١َ) فإن :

$$ح(١َ) = \frac{ف}{ح + ف}$$

ويلاحظ أن وقوع الحادث (١َ) يعنى فشل الحادث (١) وبالتالى فإن :

$$\text{احتمال النجاح + احتمال الفشل} = \frac{ح}{ح + ف} + \frac{ف}{ح + ف}$$

$$= \frac{ح + ف}{ح + ف} = ١$$

• إذا كان الحادث (١) متأكد الوقوع فإن ف = صفر وفى هذه الحالة نجد أن :

$$ح(١) = ١$$

وعندما يكون الحادث (١) مستحيل الوقوع فإن ح = صفر وفى هذه الحالة نجد أن :

$$ح(١) = \text{صفر}$$

وعموما سنجد أن الاحتمال يأخذ شكل نسبة تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح.

مثـــال (٤): إذا ألقيت زهرة من زهر النرد على سطح أملس فأوجد احتمال الحصول على :

(١) العدد ٤

(٢) عددا يكون زوجيا

الحــل :

(١) نعلم أن الزهرة ستة أوجه تحمل الأعداد (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦)
وعلى ذلك فعند إلقاء زهرة واحدة نجد أن :

عدد النتائج الكلية الممكنة لهذه التجربة = ٦

وعدد النتائج التي يتكون منها الحادث (الحصول على العدد ٤) هي نتيجة واحدة لأنه لا توجد على الزهرة غير ٤ واحدة وبالتالي فإن :

$$ح\ (\text{الحصول على العدد ٤}) = \frac{\text{عدد النتائج التي يتكون منها الحادث}}{\text{عدد النتائج الكلية في التجربة}} = \frac{١}{٦}$$

(٢) الحادث (عدد زوجي) يتكون من ثلاثة نتائج وهي (٢ ، ٤ ، ٦)
والنتائج الكلية الممكن الحصول عليها بإلقــاء الزهر هي ٦ نتائج

وبالتالي فإن :

$$ح\ (\text{عدد زوجي}) = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

مثـال (٥): سحب كارت بطريقة عشوائية من مجموعة كاملة من ورق اللعب (تحتوي على ٥٢ كارت منها ٢٦ كارت أسود و ٢٦ كارت أحمر و ١٣ كارت سباتي وأربع آسات ، ...) فأوجد :

(١) احتمال سحب كارت أحمر

(٢) احتمال سحب كارت سباتي

(٣) احتمال سحب آس

الحل:

(١) ح (سحب كارت أحمر) = $\frac{٢٦}{٥٢}$ = $\frac{١}{٢}$

(٢) ح (سحب كارت سباتي) = $\frac{١٣}{٥٢}$ = $\frac{١}{٤}$

(٣) ح (سحب آس) = $\frac{٤}{٥٢}$ = $\frac{١}{١٣}$

مثال (٦): صندوق يحتوى على ٥ كرات حمراء ، ٧ كرات خضراء . فإذا سحبت كرتان بطريقة عشوائية من الصندوق فأوجد إحتمال :

أولا : أن تكون كل من الكرتين المسحوبتين حمراء

ثانيا : أن تكون كل من الكرتين المسحوبتين خضراء

ثالثا : أن تكون إحدى الكرتين حمراء والأخرى خضراء

الحل:

يمكن إختيار كرتين من الصندوق بطرق عدد $^{١٢}ق_{٢}$

$= \frac{١٢ \times ١١}{٢ \times ١}$ = ٦٦ طريقة

يمكن إختيار كرتين من بين الكرات الحمراء بطرق عددها $^{٥}ق_{٢}$

$= \frac{٥ \times ٤}{٢ \times ١}$ = ١٠ طرق

يمكن إختيار كرتين من بين الكرات الخضراء بطرق عددها ${}^{٧}ق_{٢}$

$$= \frac{٧ \times ٦}{٢ \times ١} = ٢١ \text{ طريقة}$$

يمكن إختيار كرة حمراء وأخرى خضراء بطرق عددها

$${}^{٥}ق_{١} \times {}^{٧}ق_{١} = ٥ \times ٧ = ٣٥ \text{ طريقة}$$

∴ ح (كل من الكرتين حمراء) = $\frac{١٠}{٦٦}$

ح (كل من الكرتين خضراء) = $\frac{٢١}{٦٦}$

ح (كرة حمراء وأخرى خضراء) = $\frac{٣٥}{٦٦}$

الاحتمالات المركبة Compound Probability

إذا تكونت تجربة من تجربتين بسيطتين أو أكثر فانها تسمى تجربة مركبة والاحتمالات المتعلقة بها تسمى بالاحتمالات المركبة . فاذا حاولنا إلقاء قطعتين من النقود معا في تجربة مركبة وهي تتكون من التجربتين البسيطتين « رمي قطعة النقود الأولى » و « رمي قطعة النقود الثانية » . والتجربة الأولى نتيجتان صورة وكتابة والتجربة الثانية نتيجتان أيضا فاذا رمزنا الصورة بالرمز ص والكتابة بالرمز ل نجد أن التجربة المركبة تتكون من نتائج عددها

٢ × ٢ = ٤ وهي :

ص ص   ص ل

ل ل   ل ص

وإذا حاولنا إلقاء ثلاث قطع من النقود معا في تجربة مركبة تتكون من ثلاث تجارب بسيطة وهي رمي قطع النقود الأولى والثانية والثالثة التي لكل

منها نتيجتان صورة وكتابة وهنا نجد أن التجربة المركبة تتكون من نواتج عددها

$2 \times 2 \times 2 = 8$

وعلى ذلك إذا كان لدينا التجربة t_1 التي لها نواتج عددها n_1 والتجربة t_2

التي لها نواتج عددها n_2 والتجربة t_3 التي لها نواتج عددها n_3 فإن التجربة المركبة

(t_1, t_2, t_3) يكون لها نواتج عددها $(n_1 \times n_2 \times n_3)$.

فالتجربة المركبة من إلقاء زهرتين من زهر النرد مما يكون لها نواتج عددها

$6 \times 6 = 36$

والتجربة المركبة من إلقاء 3 زهرات من زهر النرد مما يكون لها نواتج

عددها $6 \times 6 \times 6 = 216$

مثال (٧): إذا ألقيت زهرتين من زهر النرد معا على سطح أملس فما هو

احتمال الحصول على رقمين حاصل جمعهما ٧ أو ٨ أو ١٢

الحل:

عدد النواتج الكلية الممكنة لإلقاء الزهرتين $= 6 \times 6 = 36$

وعدد النواتج التي يتكون منها الحادث (الحصول على رقمين مجموعهما

٧ أو ٨ أو ١٢) يساوي ٧ نواتج وهي :

الزهرة الأولى	١	٢	٣	٤	٥	٦	٦
الزهرة الثانية	١	٦	٥	٤	٣	٢	٦

والاحتمال المطلوب $= \frac{7}{36}$

قانون جمع الاحتمالات Addition Law

الحوادث المتنافرة أو المانعة أو الطاردة Mutually exclusive :

يقال للحادثين $أ_1$ ، $أ_2$ أنهما متنافران أو مانعان أو طاردان إذا كان وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر ، فعند إلقاء قطعة نقود فإما أن تظهر الصورة أو الكتابة - ولا يمكن أن تظهر الصورة والكتابة معـــاً . ولذلك فإن الحادث (ظهور الصورة) والحادث (ظهور الكتابة) مانعـان . (لأن وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر) . ونجد أيضا أنه عند إلقاء زهرة واحـــدة من زهر النرد على سطح أملس فإن الحـادث (الحصول على رقم فردى) والحـادث (الحصول على رقم زوجى) مانعان (أو طاردان) لأنه لا يمكن أن نحصل على رقم يكون فرديا وزوجيا فى نفس الوقت .

ويقال للحادثين $أ_1$ ، $أ_2$ أنهما غير مانعين إذا كان وقوع أحدهما لا يمنع وقوع الآخر . فعند إلقاء زهرة من زهر النرد على سطح أملس فإن الحادث (الحصول على رقم زوجى) والحادث (الحصول على رقم يقبل القسمة على ٣) غير مانعين. لأن وقوع الحادث الأول (الذى يتكون من النتائج ٢ ، ٤ ، ٦) لا يمنع وقوع الحادث (الذى يتكون من النتيجتين ٣ ، ٦) إذ قد نحصل على الرقم ٦ وهو رقم زوجى وفى نفس الوقت يقبل القسمة على ٣ .

جمع الاحتمالات للحوادث المانعة:

إذا كان $أ_1$ ، $أ_2$ حادثين مانعين فإن احتمال حدوث $أ_1$ أو $أ_2$ يساوى مجموع احتمال لحدوث كل منهما على حدة أى أن :

$$ح (أ_1 أو أ_2) = ح (أ_1) + ح (أ_2)$$

مثال (٨):

مجموعة من الكرات (تتكون من ١٥ كرة) مرقمة من ١ الى ١٥ . فاذا سحبت منها كرة واحدة بطريقة عشوائية ، فما هو احتمال أن يكون الرقم المدون عليها يقبل القسمة على ٤ أو يقبل القسمة على ٧ .

الحل:

الحادث (يقبل القسمة على ٤) والحادث (يقبل القسمة على ٧) مانعين لأن الأول يتكون من النتائج (٤ ، ٨ ، ١٢) والثانى يتكون من النتائج (٧ ، ١٤) ولا توجد نتيجة مشتركة بينهما ، أى لا يوجد فى المجموعة كلها رقم يقبل القسمة على ٤ وفى نفس الوقت يقبل القسمة على ٧ وبالتالى فان :

ح (يقبل القسمة على ٤ أو ٧) = ح (يقبل على ٤) + ح (يقبل على ٧)

$$= \frac{٣}{١٥} + \frac{٢}{١٥} = \frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣}$$

جمع الاحتمالات لحوادث غير مانعة :

إذا كان $أ_١$ ، $أ_٢$ حادثين غير مانعين فان :

$$ح(أ_١ \text{ أو } أ_٢) = ح(أ_١) + ح(أ_٢) - ح(أ_١ ، أ_٢)$$

مثال (٩):

فى المثال السابق أوجد احتمال أن يكون الرقم المدون على الكرة يقبل القسمة القسمة على ٣ أو يقبل القسمة على ٥ .

الحـل .

الحادث (يقبل القسمة على ٣) يتكون من النتائج (٣،٦،٩،١٢،١٥)
والحادث (يقبل القسمة على ٥) يتكون من النتائج (٥،١٠،١٥
والحادث (يقبل على ٣ ، يقبل على ٥) يتكون من نتيجة واحدة (١٥)

ومن الواضح أن الحادث (يقبل على ٣) والحادث (يقبل على ٥) غير مانعين وذلك لوجود نتيجة مشتركة بينها وهي الرقم (١٥) حيث يقبل القسمة على ٣ ويقبل القسمة على ٥ في نفس الوقت وبالتالي فإن :

ح (يقبل على ٣ أو ٥) = ح (يقبل على ٣) + ح (يقبل على ٥) —
ح (يقبل على ٣،٥) = $\frac{٥}{١٥}$ + $\frac{٣}{١٥}$ − $\frac{١}{١٥}$ = $\frac{٧}{١٥}$

قانون ضرب الاحتمالات Multiplication Law

الحوادث المستقلة Independent events

يقال للحادثين $ا_١$ ، $ا_٢$ أنهما مستقلان إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر على وقوع الآخر . فإذا ألقيت زهرة واحدة من زهر النرد على سطح أملس مرتين متتاليتين فإن الحادث الحصول على الرقم ٥ في المرة الأولى والحادث الحصول على الرقم ٥ في المرة الثانية يعتبران حادثين مستقلين لأن الحصول على الرقم ٥ في المرة الأولى لا يؤثر ولا يتأثر بالحصول على الرقم ٥ في المرة الثانية .

وإذا سحب كرتان من مجموعة كاملة لورق اللعب فإن الحادث (الحصول على ولد) بالكارت الأول والحادث (الحصول على ولد) بالكارت الثاني يعتبران حادثين غير مستقلين (إذا كنا لا نعيد الكارت المسحوب إلى المجموعة قبـــل

سحب الكارت الثاني) لأن (الحصول على ولد) بالكارت الثاني سيتأثر بالحصول على ولد بالكارت الأول (لأن عدد الأولاد سيصبح ٣ بدلا من ٤ وعدد ورق اللعب سيصبح ٥١ بدلا من ٥٢) أما في حالة إرجاع الكارت الأول وخلط الورق جيدا قبل سحب الكارت الثاني يكون الحادثين (الحصول على ولد) بالكارت الأول و (الحصول على ولد) بالكارت الثاني مستقلين .

ضرب الإحتمالات للحوادث المستقلة :

إذا كان $أ_1$ ، $أ_2$ حادثين مستقلين فإن إحتمال وقوع كل من $أ_1$ ، $أ_2$ معا هو:

$$ح(أ_1 \cdot أ_2) = ح(أ_1) \times ح(أ_2)$$

مثال (١٠):

ألقيت زهرة واحدة من زهر النرد على سطح أملس . أوجد إحتمال الحصول على العدد ٥ في المرتين .

الحل :

إحتمال الحصول على العدد ٥ في المرة الأولى $= \frac{1}{6}$

« « « « « « الثانية $= \frac{1}{6}$

وحيث أن الحادثين : الحصول على ٥ في الرمية الأولى) و (الحصول على ٥ في الرمية الثانية) مستقلين فإن :

$$ح(أ_1 \cdot أ_2) = ح(أ_1) \times ح(أ_2)$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

مثال (١١):

سحب كرتان من مجموعة كاملة لورق اللعب (تحتوى على ٥٢ كارت وتحتوى على ٤ أولاد و١٣ كارت من النوع السباتى) فاذا كنا نعيد الكارت الأول ونخلط الورق جيداً قبل سحب الكارت الثانى فأوجد إحتمال:

أولا: أن يكون كل من الكارتين المسحوبين ولد
ثانياً: أن يكون كل من الكارتين المسحوبين سباتى

الحل:

ح (سحب ولد) $= \frac{٤}{٥٢}$

ح (سحب سباتى) $= \frac{١٣}{٥٢}$

ح (أ١ . أ٢) = ح (أ١) × ح (أ٢)

ح (سحب ولدين) $= \frac{٤}{٥٢} \times \frac{٤}{٥٢}$

$= \frac{١}{١٦٩}$

ح (سحب ورقتين سباتى) $= \frac{١٣}{٥٢} \times \frac{١٣}{٥٢}$

$= \frac{١}{١٦}$

ضرب الاحتمالات للحوادث غير المستقلة:

اذا سحبنا كرتا بطريقة عشوائية من مجموعة كاملة لورق اللعب وتنيناه ولم نرجعه إلى المجموعة وسحبنا كارتا آخر فان إحتمال أن يكون الكارت الثانى من النوع السباتى $= \frac{١٢}{٥١}$ إذا كان الكارت الأول من النوع السباتى ، ويساوى.

$\frac{12}{51}$ إذا كان الكارت الأول ليس من النوع السابق ، ومن ذلك نتبين أن معرفتنا لنوع الكارت الأول تؤثر على حساب الإحتمال للكارت الثانى .

وعموما إذا كان لدينا حادثين غير مستقلين $أ_1$ ، $أ_2$ فان إحتمال وقوعهما معا يحتوى على إحتمال شرطى Conditional probability حسب العلاقة :

$$\text{ح}(\text{أ}_1 ، \text{أ}_2) = \text{ح}(\text{أ}_1) \times \text{ح}(\text{أ}_2 | \text{أ}_1)$$

حيث ح $(\text{أ}_2 | \text{أ}_1)$ تسمى بالاحتمال الشرطى وتعنى إحتمال وقوع $أ_2$ مع العلم بأن $أ_1$ قد وقع .

مثال (١٢) :

إحسب المطلوب فى المثال السابق على فرض عدم إعادة الكارت الأول قبل سحب الكارت الثانى :

الحل :

أولا : إحتمال سحب ولد فى المرة الأولى $= \frac{4}{52}$

إحتمال سحب ولد فى المرة الثانية $= \frac{3}{51}$

$$\text{ح}(\text{أ}_1 ، \text{أ}_2) = \text{ح}(\text{أ}_1) \times \text{ح}(\text{أ}_2 | \text{أ}_1)$$

$$\text{ح}(\text{سحب ولدين}) = \frac{4}{52} \times \frac{3}{51}$$

$$= \frac{1}{221}$$

ثانيا : $\text{ح}(\text{سحب ورقتين سباتى}) = \frac{13}{52} \times$ [illegible]

$$= \frac{1}{17}$$

أمثلة متنوعة على الإحتمالات

مثال (١٣):

صندوق يحتوى على ٥ كرات بيضاء و ٤ كرات سوداء
وصندوق آخر يحتوى على ٣ كرات بيضاء و ٥ كرات سوداء .
أختير أحد الصندوقين عشوائيا ثم سحبت من هذا الصندوق كرة
فما هو إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء .

الحل :

إحتمال اختيار الصندوق الأول $= \frac{1}{2}$ وإحتمال سحب كرة بيضاء
منه $= \frac{5}{9}$

والاحتمال المركب لهذين الحادثين $= \frac{1}{2} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{18}$

وإحتمال إختيار الصندوق الثانى $= \frac{1}{2}$ وإحتمال سحب كرة بيضاء
منه $= \frac{3}{8}$

والاحتمال المركب لهذين الحادثين $= \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$

وحيث أننا نحصل على الكرة البيضاء باختيار الصندوق الأول وسحب كرة بيضاء منه أو باختيار الصندوق الثانى وسحب كرة بيضاء منه . وهذان الحادثان مانعان فان .

الإحتمال المطلوب $= \frac{5}{18} + \frac{3}{16} = \frac{67}{144}$

مثال (١٤):

صندوق يحتوى على ٥ كرات خضراء ، ٤ كرات حمراء ، ٣ كرات زرقاء . سحب منه ٥ كرات بطريقة عشوائية ، فأوجد احتمال أن يكون منها كرتين خضراء وكرتين حمراء وكرة زرقاء .

الحل :

يمكن اختيار الخمس كرات من الصندوق بطرق عددها ${}^{12}ق_{5}$

$$= \frac{8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = 792$$

ويمكن إختيار كرتين خضراوتين من بين ٥ كرات خضراء بطرق عددها

$${}^{5}ق_{2} = \frac{4 \times 5}{1 \times 2} = 10$$

ويمكن إختيار كرتين حمراوتين من بين ٤ كرات حمراء بطرق عددها

$${}^{4}ق_{2} = \frac{2 \times 4}{1 \times 2} = 6$$

ويمكن اختيار كرة زرقاء من بين ثلاث كرات زرقاء بطرق عددها

$${}^{3}ق_{1} = 3$$

∴ ح (اثنين خضراء ، اثنين حمراء ، واحدة زرقاء)

$$= \frac{{}^{5}ق_{2} \times {}^{4}ق_{2} \times {}^{3}ق_{1}}{{}^{12}ق_{5}}$$

$$= \frac{١٠ \times ٦ \times ٣}{٧٩٢} = ٠٫٢٣$$

مثـال (١٥):

صندوق يحتوى على ٦ كرات بيضاء ، ٤ كرات سوداء . سحبت منه كرتين بطريقة عشوائية ، فأوجد إحتمال أن :

أولا : أن تكون الكرتين المسحوبتين من لون واحد .

ثانيا : أن تكون إحدى الكرتين المسحوبتين على الأقل بيضاء .

الحـــل :

يمكن اختيار الكرتين من الصندوق بطرق عددها :

$$^{10}ق_{2} = \frac{١٠ \times ٩}{٢ \times ١} = ٤٥$$

يمكن اختيار كرتين من بين الكرات البيضاء بطرق عددها :

$$^{6}ق_{2} = \frac{٦ \times ٥}{٢ \times ١} = ١٥$$

يمكن اختيار كرتين من بين الكرات السوداء بطرق عددها :

$$^{4}ق_{2} = \frac{٤ \times ٣}{٢ \times ١} = ٦$$

يمكن اختيار كرة من بين ٦ كرات بيضاء وأخرى من بين ٤ كرات سوداء بطرق عددها :

$^{٦}ق_{١} \times {}^{٤}ق_{١} = ٦ \times ٤ = ٢٤$

أولا : الحادث (الكرتين من لون واحد) يعنى أن تكون (الكرتين بيضاوتين) أو (الكرتين سوداوتين) وهما حادثين مانعين

∴ ح (سحب كرتين من لون واحد) = ح (سحب كرتين بيضاوتين) + ح (سحب كرتين سوداوتين)

$= \frac{١٥}{٤٥} + \frac{٦}{٤٥} = \frac{٢١}{٤٥}$

ثانيا : الحادث (إحدى الكرتين على الأقل بيضاء) يعنى أن تكون (الكرتين بيضاوتين) أو (كرة بيضاء وكرة سوداء) وهما أيضا حادثين مانعين .

∴ ح (سحب كرة بيضاء على الأقل) = ح (سحب كرتين بيضاوتين) + ح (سحب كرة بيضاء وكرة سوداء)

$= \frac{١٥}{٤٥} + \frac{٢٤}{٤٥} = \frac{٣٩}{٤٥}$

حل آخر :

أولا : نجاح الحادث (الكرتين من لون واحد) يعنى فشل الحادث (الكرتين من لونين مختلفين)

∴ إحتمال وقوع الحادث الأول = ١ ـ احتمال وقوع الحادث الثانى

∴ ح (سحب كرتين من لون واحد) = ١ ـ ح (سحب كرتين من لونين مختلفين)

$= ١ - \frac{٢٤}{٤٥} = \frac{٢١}{٤٥}$

ثانيا :

نجاح الحادث (إحدى الكرتين على الأقل بيضاء) يعنى فشل الحادث (الكرتين سوداوتين)

$\therefore$ ح (سحب كرة بيضاء على الأقل)

$= ١ -$ ح (سحب كرتين سوداوتين)

$$= ١ - \frac{٦}{٤٥} = \frac{٣٩}{٤٥}$$

مثال (١٦) :

إذا كانت لدينا تجربة معينة إحتمال نجاحها θ فإن إحتمال فشلها $= (١ - \theta)$ وإذا كررنا هذه التجربة ن من المرات، أوجد إحتمال نجاح هذه التجربة فى س من المرات .

الحـل :

$\theta^{س}$ تعطى احتمال النجاح فى المرات الأولى المتتالية التى عددها س ،

$(١ - \theta)^{ن-س}$ تعطى إحتمال الفشل فى بقيـة المرات والتى عددها ن-س وحيث أن الاحتمال

$$\theta^{س} (١ - \theta)^{ن-س}$$

يمكن أن يحدث بطرق عددها $^{ن}ق_{س}$ فإن :

$$ح(س) = {}^{ن}ق_{س} \; \theta^{س} (١ - \theta)^{ن-س}$$

وهو إحتمال نجاح التجربة فى س من المرات عند اجرائها ن من المرات .

مثــال (١٧) :

أوجــد إحتمال الحصول على العدد ٤ ثلاث مرات برمى زهرة واحدة من زهر النرد خمس مرات .

الحـــل :

احتمال الحصول على العدد ٤ فى رمية واحدة = ه = ١/٦

∴ (١ − ه) = (١ − ١/٦) = ٥/٦

ن = ٥

س = ٣

∴ ح(٣ مرات) = ٥ق٣ ٣^(١/٦) ٥−٣^(٥/٦)

= (٥×٤×٣)/(١×٢×٣) × ٣^(١/٦) ٢^(٥/٦) = ٢٥٠/٧٧٧٦

مثــال(١٨) :

اذا علمت أن إحتمال ولادة مولود ذكر = ١/٢ أوجد احتمال أن أسرة لها أربعة أطفال تحتوى على ولد واحد على الأقل .

الحـــل :

ه = ١/٢

(١ − ه) = (١ − ١/٢) = ١/٢

ن = ٤

$$ح\ (\text{ولد على الأقل}) = ح\ (\text{ولد واحد أو ٢ أو ٣ أو ٤})$$

$$= ح(١) + ح(٢) + ح(٣) + ح(٤)$$

$$ح\ (\text{ولد واحد}) = {}^{٤}ق_{١} \left(\tfrac{١}{٢}\right)\left(١ - \tfrac{١}{٢}\right)^{٤-١}$$

$$= ٤ \left(\tfrac{١}{٢}\right)\left(\tfrac{١}{٢}\right)^{٣} = \tfrac{٤}{١٦}$$

$$ح\ (\text{ولدين}) = {}^{٤}ق_{٢} \left(\tfrac{١}{٢}\right)^{٢}\left(١ - \tfrac{١}{٢}\right)^{٤-٢}$$

$$= \frac{٤ \times ٣}{٢ \times ١} \left(\tfrac{١}{٢}\right)^{٢}\left(\tfrac{١}{٢}\right)^{٢} = \tfrac{٦}{١٦}$$

$$ح\ (\text{ثلاثة أولاد}) = {}^{٤}ق_{٣} \left(\tfrac{١}{٢}\right)^{٣}\left(١ - \tfrac{١}{٢}\right)^{٤-٣}$$

$$= {}^{٤}ق_{١} \left(\tfrac{١}{٢}\right)^{٣}\left(\tfrac{١}{٢}\right) = \tfrac{٤}{١٦}$$

$$ح\ (\text{أربعة أولاد}) = {}^{٤}ق_{٤} \left(\tfrac{١}{٢}\right)^{٤}\left(١ - \tfrac{١}{٢}\right)^{٤-٤}$$

$$= ١ \times \left(\tfrac{١}{٢}\right)^{٤} \times ١ = \tfrac{١}{١٦}$$

$$ح\ (\text{ولد على الأقل}) = \frac{٤}{١٦} + \frac{٦}{١٦} + \frac{٤}{١٦} + \frac{١}{١٦} =$$

حل آخر:

نجاح الحادث (ولد واحد على الأقل) يعني فشل الحادث (لا تشتمل الاسرة على أى ولد)

$$\therefore ح\ (\text{ولد على الأقل}) = ١ - ح\ (\text{صفر})$$

$$= ١ - \left[{}^{٤}ق_{٠} \left(\tfrac{١}{٢}\right)^{٠}\left(١ - \tfrac{١}{٢}\right)^{٤-٠}\right]$$

$$= ١ - \left(\tfrac{١}{٢}\right)^{٤}$$

$$= ١ - \tfrac{١}{١٦} = \tfrac{١٥}{١٦}$$

التوقع الرياضى (Mathematical expectation)

إذا خصصت قيمة و لحادث احتمال وقوعه ح فإن :

القيمة المتوقعة للحادث = و × ح

وقد يستخدم لفظ التوقع (expectation) بدلا من القيمة المتوقعة (Expected Value) . فنكتب

$$\text{ت}_م = \text{و} \times \text{ح}$$

مثال (١٩) :

شخص يكسب ٣٦ قرشا عند حصوله على مجموع ٨ من القاء زهرة نرد مرتين متتاليتين فما مقدار التوقع الرياضى ؟ (أى متوسط المبلغ الذى يأخذه فى الرمية الواحدة) .

الحل :

$$\text{ح (مجموع ٨)} = \frac{٥}{٣٦}$$

$$\text{ت}_م = \text{و} \times \text{ح}$$

$$= ٣٦ \times \frac{٥}{٣٦} = ٥ \text{ قروش}$$

مثال (٢٠) :

صندوق يحتوى على ١٠ ورقات بنكنوت من فئة الجنيه ، ٦ ورقات من فئة الخمسة جنيه ، ٤ ورقات من فئة العشرة جنيه . فاذا طلب من شخص سحب ورقة بنكنوت عشوائيا من هذا الصندوق ويأخذها لنفسه مقابل دفع قيمة معينة مقدما . فما هى تلك القيمة المعينة

الحل :

ح (سحب ١ ج) = $\frac{١٠}{٢٠}$

ح (سحب ٥ ج) = $\frac{٦}{٢٠}$

ح (سحب ١٠ ج) = $\frac{٤}{٢٠}$

القيمة المتوقعة = (١ × $\frac{١٠}{٢٠}$) + (٥ × $\frac{٦}{٢٠}$) + (١٠ × $\frac{٤}{٢٠}$) = ٤ ج

وهذا يعني أنه إذا تكررت هذه اللعبة عددا كبيرا من المرات فإن متوسط ما يحصل عليه الشخص في المرة يساوي أربعة جنيهات ، وهي القيمة العادلة التي يجب دفعها مقدما لتلعب هذه اللعبة .

مثال (٢١) :

شخص يلقي بزهرة نرد واحدة ويكسب عددا من القروش مساويا للعدد الذي يظهر على الوجه العلوي للزهرة . أوجد توقعه الرياضي (أي متوسط ما يحصل عليه في الرمية الواحدة)

الحل :

احتمال الحصول على أي من النتائج الست الممكنة عند إلقاء الزهرة = $\frac{١}{٦}$

∴ التوقع = (١ × $\frac{١}{٦}$) + (٢ × $\frac{١}{٦}$) + (٣ × $\frac{١}{٦}$) + (٤ × $\frac{١}{٦}$)

\+ (٥ × $\frac{١}{٦}$) + (٦ × $\frac{١}{٦}$) = $\frac{٢١}{٦}$ = ٣ $\frac{١}{٢}$ قرش

تمارين (١٧)

١ ــ أوجد الاحتمالات لكل من الحوادث الآتية :

(ا) احتمال الحصول على مجموع ٩ عند إلقاء زهرتين من زهر النرد .

(ب) احتمال أن يكون مجموع ناتج الوجهين العلويين للزهر أكبر من ١٠ أو أقل من ٥ .

٢ ــ فصل به ١٢ تلميذا منهم خمسة ذكور والبقية إناث فإذا اخترنا تلميذا واحــد بطريقة عشوائية فما هو إحتمال أن يكون فتاة . وإذا اخترنا تلميذين عشوائيا فى فما هو احتمال أن تكونا فتاتين .

٣ ــ مجموعة كاملة من ورق اللعب (تتكون من ٥٢ كارت وتحوى على أربعة آسات) . سحب كارتان بطريقة عشوائية فأوجد احتمال أن يكون كل منهما آس .

(ا) فى حـــالة إرجاع الكارت الاول وخلط الورق جيدا قبل سحب الكارت الثانى .

(ب) فى حالة عدم إرجاع الكارت الأول .

٤ ــ من مجموعة من ١٧ كرة مرقمة من ١ إلى ١٧ سحبت كرة عشوائياً فما هو احتمال :

(ا) أن يكون الرقم المدون عليها يقبل القسمة على ٢ أو ٧

(ب) « « « « « « « ٢ أو ٥

٥ ــ صندوق به ٥ كرات سوداء ٣ كرات بيضاء ، ٤ كرات حمراء .

سحبت منـــه كرة بطريقة عشوائية ثلاثة مرات متتالية . احسب احتمال أن تكون الـكرات الثلاث المسحوبة من اللون الأسود والأبيض والاحمر على الترتيب وذلك بفرض

أولا : ارجاع الـكرة التى تسحب من الصندوق وخلط الكرات جيدا قبل السحب التالى .

ثانيا : عدم ارجاع الـكرات التى تسحب إلى الصندوق .

٦ ــ إذا سحبت كرتان عشوائيا من كيس به خمس كرات بيضاء ، ثمانية كرات سوداء فما هو احتمال :

(ا) أن تكون الـكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين .

(ب) أن تكون الكرتان المسحوبتان من لون واحد .

(حـ) أن تكون واحدة على الأقل من الكرتين سوداء .

٧ ـ يحتوى صندوق على ١٥ كرة منها ٥ سوداء ، ٧ بيضاء ، ٣ خضراء . سحبت منه سبعة كرات بطريقة عشوائية ، فاوجد احتمال ان تحتوى الكرات المسحوبة على ٣ كرات سوداء ، ٣ كرات بيضاء ، كرة واحدة خضراء .

٨ ــ يحتوى صندوق على اربع كرات بيضـــاء وثلاث كرات سوداء وصندوق آخر يحتوى على ثلاث كرات بيضاء وخمس كرات سوداء . سحبت كرة من كل صندوق ، اوجد احتمال ان تكون :

(ا) كل منها بيضاء .

(ب) كل منها سوداء .

٩ ــ إذا ألقيت زهرة واحدة من زهر النرد اربعة مرات متتالية فأوجد احتمال الحصول على العدد ٦ مرة واحدة على الأقل .

١٠ — تبلغ نسبة الوحدات المعيبة من انتاج آلة ما ١٠٪ فإذا سحبت عينة عشوائية مكونة من اربعة وحدات من انتاج هذه الآلة فأوجد إحتمال ان:

(ا) تكون منها وحدتين معيبتين .

(ب) تكون منها وحدة معيبة واحدة على الاقل

(ح) تكون كلها معيبة .

١١ ـ كيس به خمسة كرات بيضاء وثلاثة كرات سوداء وكرتين حمراوتين. وإذا سحب شخص ٣ كرات مختلفة الألوان مرة واحدة من هذا الكيس فإنه يحصل على جائزة مقدارها ٤٠ قرشا ـ احسب التوقع الرياضى .

١٢ ـ ماذا يدفع الشخص فى التمرين السابق إذا أراد ألا يكسب أو يخسر باللعب مرات عديدة جدا .

١٣ ـ شخص يلقى بزهرة نرد واحدة ويكسب عددا من القروش يساوى مربع العدد الذى يظهر على الوجه العلوى للزهرة . أوجد توقعه .

١٤ ـ أشترى شخص ورقة يانصيب حيث الجائزة الأولى لها ٥٠ جنيه والجائزة الثانية ٢٠ جنيها بإحتمال ٠,٠٠١ ، ٠,٠٠٣ على الترتيب ، فما هو السعر العادل الذى يدفعه لهذه الورقة .

١٥ - عند القاء زهرتين من زهر النرد معا ، يكسب أحد الأشخاص مبلغ ١٦ قرشا إذا كان مجموع ناتج الوجهين العلويين للزهر يساوى ٢ ويكسب ٢٠ قرشا إذا كان المجموع ١٢ فما هو المبلغ العادل الذى يدفعه هذا الشخص مقدما لكى يلعب هذه اللعبة .

الفصل التاسع
السلاسل الزمنية

مقدمة وتعريف:

تتكون السلسلة الزمنية من قراءات أو مشاهدات مسجلة في فترات زمنية متتابعة أطوالها متساوية. وهذه الفترات قد تكون سنوات أو أشهر أو أسابيع أو أيام أو ساعات... الخ. أي أن أي سلسلة زمنية تتكون من متغيرين أحدهما مستقل وهو عنصر الزمن والآخر تابع وهو قيمة الظاهرة محل الدراسة. وقد تسجل القراءات في أوقات محددة مثل بداية كل فترة زمنية كعدد الطلاب مثلاً في الجامعة عند بداية العام الدراسي. وقد تسجل القراءات لتشمل فترات زمنية مثل الاستهلاك من القمح خلال كل شهر من العام، وفي هذه الحالة نجد أن كل مشاهدة تغطي شهر كامل وهنا نعتبر أن المشاهدة قد سجلت عند منتصف كل شهر.

والأمثلة على السلاسل الزمنية عديدة فالصادرات المصرية من غزل القطن سنوياً في الفترة من (١٩٦٢ - ١٩٦٦) (جدول ٧ - أ) صفحة ٦٤ وأعداد المواليد والوفيات السنوية في مصر في الفترة من (١٩٦٠ - ١٩٦٥) جدول (٧ - ب) صفحة ٦٥ تعتبر من السلاسل الزمنية. ولكن لكي تكون السلسلة الزمنية مفيدة في الدراسة، ينبغي أن تشتمل على عدد كبير من الفترات الزمنية (من السنوات في المثالين السابقين). ويتضمن جدول (٢٧) سلسلة تتكون من عدد البيض الذي تضعه الدجاجة شهرياً في المتوسط في إحدى مزارع الدواجن في الفصول الأربعة في الفترة من ١٩٧٠ إلى ١٩٧٤. ويبين جدول (٢٨) سلسلة زمنية تتكوّن من إجمالي صادرات مصر بملايين الجنيهات في الفترة من ١٩٥٥ إلى ١٩٧٠.

المنحنى التاريخي:

لتمثيل السلسلة الزمنية بيانياً، نمثل وحدات الزمن على المحور الأفقي وقيم الظاهرة محل الدراسة على المحور الرأسي، والخط البياني الذي نحصل عليه يعرف بالمنحنى التاريخي للظاهرة. وكمثال على ذلك تم تمثيل جدول (٧ ـ ١) بيانياً في شكل (٢) (صفحة ٦٥) وكذلك تمثيل جدول (٧ ـ ٢) بيانياً في شكل (٣) (صفحة ٦٦) أما جدولي (٢٧)، (٢٨) فيمثلهما شكلي (٢٧)، (٢٨) حيث يتضح من شكل (٢٧) أن هناك تغيرات موسمية لكن الاتجاه العام للظاهرة يميل إلى الثبات بينما يتضح من شكل (٢٨) أن الاتجاه العام للظاهرة في زيادة مضطردة.

جدول (٢٧)

متوسط عدد البيض الذي تضعه الدجاجة في أشهر المواسم الأربعة في احدى مزارع تربية الدواجن في الفترة من ١٩٧٠ إلى ١٩٧٤

السنوات	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢	١٩٧٣	١٩٧٤
(الربع الأول) يناير ـ مارس	١٠,٢	١١,٧	١١,٥	١١,٦	١١,٩
(الربع الثاني) ابريل ـ يونيو	١٥,٧	١٦,٤	١٦,٩	١٧,٢	١٧,٥
(الربع الثالث) يوليو ـ سبتمبر	١١,٦	١٢,١	١٢,٧	١٣,٠	١٣,١
(الربع الرابع) اكتوبر ـ ديسمبر	٦,٨	٦,٩	٧,٣	٧,٥	٧,٧

جدول (٢٨)

إجمالي صادرات جمهورية مصر العربية في الفترة من ١٩٥٥ حتى ١٩٧٠

(بملايين الجنيهات)

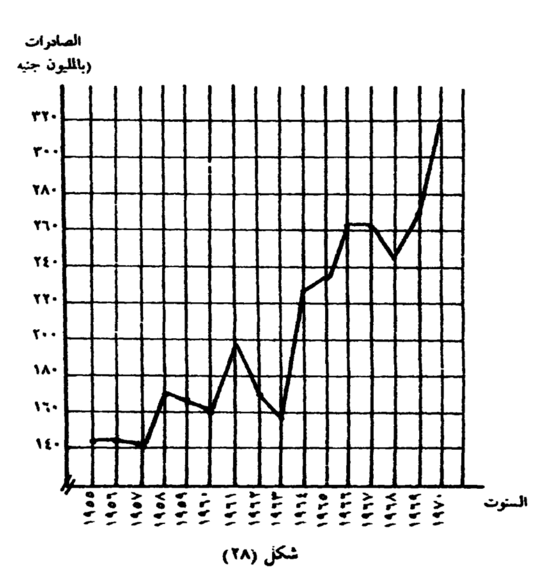
السنة	الصادرات	السنة	الصادرات
١٩٥٥	١٤٤	١٩٦٣	١٥٩
١٩٥٦	١٤٦	١٩٦٤	٢٢٧
١٩٥٧	١٤٢	١٩٦٥	٢٣٤
١٩٥٨	١٧٢	١٩٦٦	٢٦٣
١٩٥٩	١٦٦	١٩٦٧	٢٦٣
١٩٦٠	١٦٠	١٩٦٨	٢٤٦
١٩٦١	١٩٨	١٩٦٩	٢٧٠
١٩٦٢	١٦٩	١٩٧٠	٣٢٢

متوسط عدد البيض في الشهر

١٨ ١٦ ١٤ ١٢ ١٠ ٨ ٦ ٤ ٢

١٩٧٠ ١٩٧١ ١٩٧٢ ١٩٧٤ ١٩٧٣

شكل (٢٧)



شكل (٢٨)

عناصر السلسلة الزمنية:

تتكون السلسلة الزمنية من بعض العناصر الآتية أو من جميع هذه العناصر وهي:

١ ـ الاتجاه العام
٢ ـ التغيرات الموسمية
٣ ـ التغيرات الدورية
٤ ـ التغيرات العرضية (العشوائية).

وتهدف دراسة السلاسل الزمنية عموماً إلى تتبع سلوك الظاهرة في الماضي ومحاولة الاستفادة من ذلك في التنبؤ بما يتوقع أن تكون عليه هذه

الظاهرة في المستقبل. لذلك يجب تحليل الظاهرة إلى عناصرها المختلفة ودراسة كل عنصر على حدة للتعرف على الكيفية التي يتغير بها هذا العنصر من حيث طبيعته ومقداره واتجاهه... الخ.

أولاً: الاتجاه العام:

وهو يبين التغير الذي يحدث في الظاهرة في الأجل الطويل. أي لعدد كبير جداً من الفترات الزمنية. فبالرغم من وجود ذبذبات لقيم الظاهرة من وقت لآخر داخل السنة الواحدة أو من سنة لأخرى إلا أن الاتجاه العام يبدو واضحاً إما بالزيادة (كما في شكل ٢٨) وهنا يقال أن الاتجاه العام موجب. وإما بالنقصان وعندئذ يكون الاتجاه العام سالباً. ونظراً لأن الاتجاه العام يمثل التغير في الظاهرة على مدى عدد كبير من السنوات فإنه لا يكون عرضة للانعكاس المفاجىء في الاتجاه.

والاتجاه العام قد يكون مستقيماً بمعنى أنه يمكن تمثيله بخط مستقيم وذلك عندما تميل قيم الظاهرة إلى التزايد باستمرار أو إلى التناقص باستمرار. أما إذا مالت قيم الظاهرة إلى التزايد فترة طويلة ثم تحولت تدريجياً نحو التناقص فيمكن تمثيل الاتجاه العام من هذه الحالة بمنحنى يمثل هذا الاتجاه المتغير.

ثانياً: التغيرات الموسمية:

وهي تغيرات تحدث بصفة متكررة منتظمة داخل السنة الواحدة. فنجد أن مبيعات الملابس والأحذية تزداد في موسم الأعياد، وأن مبيعات المياه الغازية تزداد في فصل الصيف عندما ترتفع درجة الحرارة وتقل في فصل الشتاء عندما تنخفض درجة الحرارة وأن عمليات سحب النقود من البنوك تزداد في أول كل شهر... وهكذا. أي أن الفترة الزمنية التي يتكرر فيها حدوث الظاهرة قد تكون يوماً أو أسبوعاً أو شهراً أو فصلاً (من فصول السنة) وانتظام تكرار حدوث الظاهرة في نفس الوقت (الموسم) هو السبب في

تسميتها بالتغيرات الموسمية. وهذه التغيرات وإن كانت تحدث بنفس الانتظام من موسم لآخر إلا أنه لا يتوقع لها أن تكون بنفس الشدة حيث قد تكون عنيفة في بعض المواسم عنها في البعض الآخر وذلك تبعاً لظروف كل موسم.

ثالثاً: التغيرات الدورية:

وهي تغيرات تشبه التغيرات الموسمية من حيث أن التغير في الظاهرة يعيد نفسه في فترات زمنية متتابعة غير أن طول الفترة الزمنية في هذه الحالة يكون أكبر من سنة ويعرف بالدورة ونجد أن التغيرات الدورية عادة تكون أقل انتظاماً من التغيرات الموسمية نظراً لاختلاف طول الدورة وشدتها من دورة لأخرى. ومن أمثلة التغيرات الدورية «دورة الأعمال» الذي يتميز بها النظام الاقتصادي الحر حيث تتعاقب فترات الرواج والكساد.

رابعاً: التغيرات العشوائية (العرضية):

وهي تغيرات غير متوقعة وتحدث فجأة وبصورة عشوائية كأن يتأثر محصول زراعي بانخفاض مفاجىء وغير طبيعي في درجة الحرارة أو يحدث فيضان يتلف المحاصيل في منطقة معينة أو... الخ.

نماذج السلاسل الزمنية:

عند تحليل أي ظاهرة إلى عناصرها الأربعة سالفة الذكر يتوقف ذلك على النموذج الذي يبين كيفية اتحاد هذه العناصر مع بعضها البعض. وهناك نموذجين للسلاسل الزمنية وهما:

(١) النموذج التجميعي.
(٢) نموذج حاصل الضرب.

فإذا فرضنا أن:

$ص_ن$ ترمز إلى قيمة الظاهرة في الفترة ن
، $ص'_ن$ ترمز إلى الاتجاه العام

، $م_ن$ ترمز إلى التأثير الموسمي

، $د_ن$ ترمز إلى التأثير الدوري

، $ع_ن$ ترمز إلى التأثير العرضي (العشوائي)

فإن النموذج التجميعي يفترض أن قيمة الظاهرة تتكون من حاصل جمع هذه العوامل الأربعة أي أن:

$$ص_ن = ص'_ن + م_ن + د_ن + ع_ن$$

بينما يفترض نموذج حاصل الضرب أن قيمة الظاهرة تتكون من حاصل ضرب هذه العوامل الأربعة أي أن:

$$ص_ن = ص'_ن \times م_ن \times د_ن \times ع_ن$$

ويلاحظ أنه في حالة النموذج التجميعي تظهر عناصر النموذج بوحدات القيم الأصلية للظاهرة بينما في حالة نموذج حاصل الضرب يظهر فقط الاتجاه العام بوحدات القيم الأصلية للظاهرة أما التغيرات الموسمية والدورية فتظهر كنسب مئوية.

وفي تحليلنا للسلاسل الزمنية سنستخدم نموذج حاصل الضرب لأنه يتفق مع الواقع في كثير من الدراسات التجارية والاقتصادية. وفيما يلي سندرس كل عنصر من عناصر السلسلة الزمنية بالتفصيل.

(١) أثر الاتجاه العام

وهو يدرس التغير في الظاهرة في الأجل الطويل، لذلك ينبغي عند تعيين الاتجاه العام أن تكون فترة الدراسة طويلة بدرجة كافية. وعند رسم المنحنى التاريخي للظاهرة، يتضح شكل الاتجاه العام. هل هو مستقيم أم منحني؟ فإذا تم توفيق خط مستقيم لتمثيل هذا الاتجاه العام فإنه يعرف بخط الاتجاه العام المستقيم ويمكن كتابته على الصورة: $ص' = م س + حـ$.

حيث م هو ميل الخط، حـ هو الجزء المقطوع من المحور الرأسي.

وقيم ص′ للفترات الزمنية المختلفة تعرف بالقيم الاتجاهية للظاهرة وهي تعبر عن أثر الاتجاه العام. ويلاحظ أن بعض قيم ص′ تكون أصغر من القيم الأصلية للظاهرة (ص) وذلك للنقط التي تقع فوق خط الاتجاه العام وأن بعض قيم ص′ تكون أكبر من القيم الأصلية للظاهرة، وذلك للنقط التي تقع تحت خط الاتجاه العام.

وإذا كان الاتجاه العام غير مستقيم ويمكن تمثيله بمنحنى فيمكن معرفة ذلك من الخط البياني للمنحنى التاريخي للظاهرة. فإذا كان منحنى معادلته من الدرجة الثانية فيمكن ايجاده على الصورة:

$$ص' = أ\ س^{2} + ب\ س + حـ$$

وإذا كان المنحنى أسياً فيمكن إيجاده على الصورة:

$$ص' = أ\ .\ ب^{س}$$

إلى غير ذلك من الصور المختلفة للاتجاه العام.

وهناك عدة طرق لتعيين الاتجاه العام وهي:

(١) طريقة التمهيد باليد

(٢) طريقة متوسطي نصفي السلسلة

(٣) طريقة الأوساط المتحركة

(٤) طريقة المربعات الصغرى.

(١) طريقة التمهيد باليد:

إذا تبين من المنحنى التاريخي للظاهرة أن الاتجاه العام مستقيماً فإنه يمكن بيانياً تمهيد خط مستقيم باليد بحيث يتوسط جميع النقاط التي تمثل قيم الظاهرة لكل الفترات الزمنية. ويمكن معرفة معادلة هذا المستقيم بايجاد ميله (م) والجزء المقطوع من المحور الرأسي (حـ) من الرسم البياني. إلا أن هذه الطريقة اليدوية غير دقيقة وتتوقف على دقة الراسم وخبرته وتختلف من

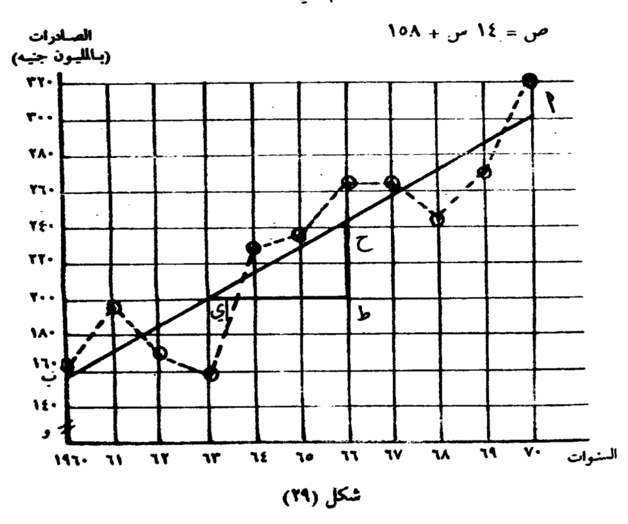
شخص لآخر. ويوضح شكل (٢٩) المنحنى التاريخي للصادرات المصرية بين سنتي ١٩٦٠، ١٩٧٠ (الخط المتقطع) والخط الممهد أ ب والذي يمكن إيجاد مله بظل الزاوية ح ى ط

$$\text{م (الميل)} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{\text{ح ط}}{\text{ط ى}}$$

$$= \frac{٢٤٢ - ٢٠٠}{١٩٦٦ - ١٩٦٣} = \frac{٤٢}{٣} = ١٤$$

أما الجزء المقطوع من المحور الرأسي (حـ) فيتوقف على اختيارنا لنقطة الأصل وبافتراض أن نقطة الأصل تقع عند سنة ١٩٦٠ نجد أن حـ = ١٥٨ وبذلك تكون معادلة خط الاتجاه العام هي:

$$\text{ص} = ١٤ \text{ س} + ١٥٨$$



شكل (٢٩)

(٢) طريقة متوسطي نصفي السلسلة:

تفترض هذه الطريقة أن الوسط الحسابي للنصف الأول من سنوات السلسلة والوسط الحسابي للنصف الثاني من سنوات السلسلة يقعان على خط الاتجاه العام. وبالتالي تقسم السلسلة إلى قسمين ثم يحسب الوسط الحسابي لكل قسم ثم نرسم الخط الذي يمر بالوسطين الحسابيين فيكون هو خط الاتجاه العام وإذا كان عدد سنوات السلسلة فردياً يمكن إهمال السنة الأولى أو السنة الوسطى من سنوات السلسلة.

مثال (١):

باستخدام طريقة متوسطي نصفي السلسلة أوجد معادلة خط الاتجاه العام للصادرات المصرية (جدول ٢٨) في الفترة من ١٩٦٠ إلى ١٩٧٠.

الحل:

نظراً لأن عدد سنوات السلسلة فردياً فسوف نهمل بيانات السنة الأولى (١٩٦٠).

وبالتالي نجد أن:

قيمة الصادرات للنصف الأول من سنوات السلسلة (١٩٦١ - ١٩٦٥)

= ١٩٨ + ١٦٩ + ١٥٩ + ٢٢٧ + ٢٣٤ = ٩٨٧ مليون جنيه

وقيمة الصادرات للنصف الثاني من سنوات السلسلة (١٩٦٦ - ١٩٧٠)

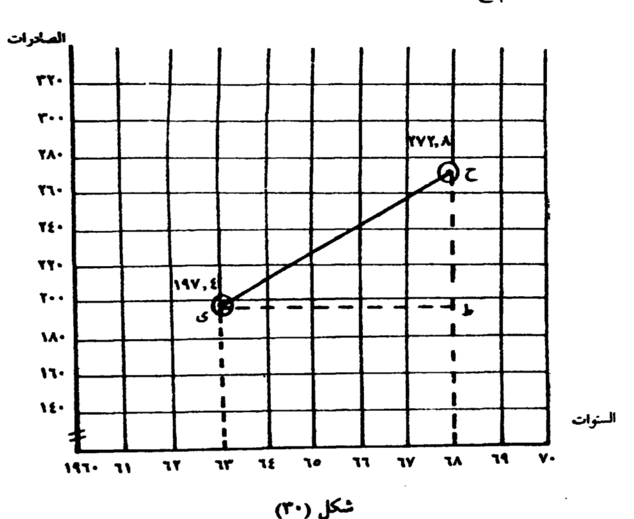
= ٢٦٣ + ٢٦٣ + ٢٤٦ + ٢٧٠ + ٣٢٢ = ١٣٦٤ مليون جنيه

$$\text{والوسط الحسابي للنصف الأول} = \frac{٩٨٧}{٥} \doteq ١٩٧,٤ \text{ مليون جنيه}$$

ويفترض أن هذا يمثل القيمة الاتجاهية لسنة ١٩٦٣ وهي السنة التي تقع عند منتصف النصف الأول من السلسلة.

$$\text{والوسط الحسابي للنصف الثاني} = \frac{١٣٦٤}{٥} = ٢٧٢,٨ \text{ مليون جنيه}$$

ويفترض أن هذا يمثل القيمة الاتجاهية لسنة ١٩٦٨ وهي السنة التي تقع عند منتصف النصف الثاني من السلسلة. وبالتالي فإن خط الاتجاه العام يمثله المستقيم ح ى (شكل ٣٠).



شكل (٣٠)

$$\text{وميل هذا المستقيم (م)} = \frac{\text{ح ط}}{\text{ط ى}}$$

$$\text{م} = \frac{٢٧٢,٨ - ١٩٧,٤}{١٩٦٨ - ١٩٦٣} = \frac{٧٥,٤}{٥} = ١٥,١$$

وإذا اخترنا أن تكون نقطة الأصل عند سنة ١٩٦٣ فأن:

حـ = ١٩٧,٤

وتكون معادلة خط الاتجاه العام هي:

ص' = ١٥,١ س + ١٩٧,٤

وإذا اخترنا أن تكون نقطة الأصل عند سنة ١٩٦٨ فإن حـ = ٢٧٢,٨

وتكون معادلة خط الاتجاه العام هي: ص' = ١٥,١ س + ٢٧٢,٨

(٣) طريقة الأوساط المتحركة:

إذا تبين من المنحنى التاريخي للظاهرة وجود تغيرات دورية أمكن تحديد طول الدورة وهو البعد بين قمتين متتاليتين(أو قاعين متتاليين) ووجدنا أن طول الدورة خمس سنوات، نوجد الوسط الحسابي لقيم الظاهرة للسنوات من الأولى إلى الخامسة، ومن الثانية إلى السادسة، ومن الثالثة إلى السابعة وهكذا. . . ونعتبر أن المتوسط الأول يمثل القيمة الاتجاهية للسنة الثالثة (متصف الفترة من الأولى إلى الخامسة) وأن المتوسط الثاني يمثل القيمة الاتجاهية للسنة الرابعة [متصف الفترة من الثانية إلى السادسة] وهكذا. . . وهذه المتوسطات تعرف بالمتوسطات المتحركة.

مثال (٢):

باستخدام طريقة الأوساط المتحركة أوجد القيم الاتجاهية للصادرات المصرية (جدول ٢٨) في الفترة من ١٩٦٠ إلى ١٩٧٠ (اعتبر طول الدورة ثلاث سنوات).

الحل:

الوسط الحسابي للسنوات ١٩٦٠ ، ١٩٦١ ، ١٩٦٢

$$= \frac{١٦٠ + ١٩٨ + ١٦٩}{٣} = \frac{٥٢٧}{٣} = ١٧٦$$

وسنعتبر أن هذا الوسط الحسابي يمثل القيمة الاتجاهية لسنة ١٩٦١ (منتصف الفترة من ١٩٦٠ إلى ١٩٦٢).

الوسط الحسابي للسنوات ١٩٦١، ١٩٦٢، ١٩٦٣

$$= \frac{١٩٨ + ١٦٩ + ١٥٩}{٣} = \frac{٥٢٦}{٣} = ١٧٥$$

وسنعتبر أن هذا الوسط الحسابي يمثل القيمة الاتجاهية لسنة ١٩٦٢ (منتصف الفترة من ١٩٦١ إلى ١٩٦٣)...

وهكذا حتى نصل إلى نهاية السلسلة كما يتضح من جدول (٢٩).

جدول (٢٩)

حساب القيم الاتجاهية بطريقة الأوساط المتحركة

(طول الدورة ٣ سنوات)

السنوات	الصادرات (بملايين الجنيهات)	مجموع ٣ سنوات	متوسط ٣ سنوات
١٩٦٠	١٦٠	—	—
١٩٦١	١٩٨	٥٢٧	١٧٦
١٩٦٢	١٦٩	٥٢٦	١٧٥
١٩٦٣	١٥٩	٥٥٥	١٨٥
١٩٦٤	٢٢٧	٦٢٠	٢٠٧
١٩٦٥	٢٣٤	٧٢٤	٢٤١
١٩٦٦	٢٦٣	٧٦٠	٢٥٣
١٩٦٧	٢٦٣	٧٧٢	٢٥٧
١٩٦٨	٢٤٦	٧٧٩	٢٦٠
١٩٦٩	٢٧٠	٨٣٨	٢٧٩
١٩٧٠	٣٢٢	—	—

ويلاحظ أن عدد الأوساط المتحركة يقل عن قيم الظاهرة بقيمتين (الأولى والأخيرة) وذلك لأن طول الدورة ثلاث سنوات وإذا كان طول الدورة خمس سنوات يقل عدد الأوساط المتحركة عن قيم الظاهرة بأربعة قيم (اثنتين في البداية واثنين في النهاية). وإذا كان طول الدورة سبع سنوات يقل عدد الأوساط المتحركة عن قيم الظاهرة بست قيم (ثلاثة في البداية وثلاثة في النهاية) وهكذا... أما إذا كان طول الدورة عدداً زوجياً من السنوات فإن

جدول (٣٠)

حساب القيمة الاتجاهية بطريقة الأوساط المتحركة

(طول الدورة ٤ سنوات)

السنوات	الصادرات (بملايين الجنيهات)	مجموع ٤ سنوات	مجموع ٨ سنوات	متوسطة سنوات
١٩٦٠	١٦٠		—	—
		—		
١٩٦١	١٩٨		—	—
		٦٨٦		
١٩٦٢	١٦٩		١٤٣٩	١٨٠
		٧٥٣		
١٩٦٣	١٥٩		١٥٤٢	١٩٣
		٧٨٩		
١٩٦٤	٢٢٧		١٦٧٢	٢٠٩
		٨٨٣		
١٩٦٥	٢٣٤		١٨٧٠	٢٣٤
		٩٨٧		
١٩٦٦	٢٦٣		١٩٩٣	٢٤٩
		١٠٠٦		
١٩٦٧	٢٦٣		٢٠٤٨	٢٥٦
		١٠٤٢		
١٩٦٨	٢٤٦		٢١٤٣	٢٦٨
		١١٠١		
١٩٦٩	٢٧٠		—	—
		—		
١٩٧٠	٣٢٢		—	—

المتوسط المتحرك سيقع بين سنتين (منتصف طول الدورة) وللتغلب على ذلك يتم الحل على مرحلتين. نوجد أولاً في المرحلة الأولى أوساط متحركة (يقع كل منها بين سنتين). وفي المرحلة الثانية نوجد متوسط كل وسطين متحركين متتاليين. وهذا سيقع أمام احدى سنوات السلسلة. ولتبسيط العمليات الحسابية نوجد أولاً في المرحلة الأولى مجاميع متحركة (يقع كل منها بين سنتين) وفي المرحلة الثانية نوجد مجموع كل مجموعين متحركين متتاليين (وهذا المجموع سيقع أمام احدى سنوات السلسلة) ثم نوجد متوسط هذا الأخير بالقسمة على ضعف طول الدورة.

مثال (٣):

حل المثال السابق باعتبار أن طول الدورة أربع سنوات.

الحـــل:

في العمود الثالث جدول (٣٠) نوجد:

مجموع قيم الصادرات للسنوات ١٩٦٠ ، ١٩٦١ ، ١٩٦٢ ، ١٩٦٣

= ١٦٠ + ١٩٨ + ١٦٩ + ١٥٩ = ٦٨٦

وهذا يقع بين سنتي ١٩٦١ ، ١٩٦٢

ومجموع القيم للسنوات ١٩٦١ ، ١٩٦٢ ، ١٩٦٣ ، ١٩٦٤

= ١٩٨ + ١٦٩ + ١٥٩ + ٢٢٧ = ٧٥٣

وهذا يقع بين سنتي ١٩٦٢ ، ١٩٦٣

وهكذا نوجد باقي المجاميع المتحركة ويقع كل منها بين سنتين. وفي العمود الرابع من الجدول نوجد كل مجموعين متحركين متتاليين.

وهذا يقع أمام احدى سنوات السلسلة فمثلاً:

٦٨٦ + ٧٥٣ = ١٤٣٩ وهذا يقع أمام ١٩٦٢

٧٥٣ + ٧٨٩ = ١٥٤٢ ، وهذا يقع أمام ١٩٦٣

وهكذا. . .

والوسط المتحرك الذي يمثل سنة ١٩٦٢ = $\frac{١٤٣٩}{٨}$ = ١٨٠

والوسط المتحرك الذي يمثل ١٩٦٣ = $\frac{١٥٤٢}{٨}$ = ١٩٣

وهكذا. . .

ويلاحظ أن عدد الأوساط المتحركة يقل عن قيم الظاهرة بأربع قيم (اثنتين في البداية واثنتين في النهاية) وذلك لأن طول الدورة أربع سنوات. وإذا كان طول الدورة ست سنوات يقل عدد الأوساط المتحركة عن قيم الظاهرة بست قيم (ثلاثة في البداية وثلاثة في النهاية) و. . . وهكذا.

عيوب طريقة الأوساط المتحركة:

١ - تحتاج إلى تحديد طول الدورة، وهذه مسألة تقديرية.

٢ - يقل عدد القيم الاتجاهية عن قيم الظاهرة كلما ازداد طول الدورة، وتكون هذه المشكلة أكثر وضوحاً كلما قل عدد السنوات بالسلسلة الزمنية.

٣ - لا تعطى صيغة رياضية لمعادلة الاتجاه العام وبالتالي لا يمكن بواسطتها التنبؤ بقيم الظاهرة في المستقبل.

(٤) طريقة المربعات الصغرى:

تستخدم هذه الطريقة لايجاد معادلة المستقيم (أو المنحنى) الذي يمثل الاتجاه العام وذلك بجعل مجموع مربعات الأبعاد الرأسية للنقط في شكل الانتشار عن خط (أو منحنى) الاتجاه العام أصغر ما يمكن (نهاية صغرى)[1]

(١) راجع طريقة المربعات الصغرى، ص ١٨٠.

وهذه الطريقة أدق من الطرق السابقة وأفضل منها ولا تتعرض للانتقادات التي وجهت إليها...

فإذا تبين لنا من المنحنى التاريخي للظاهرة أن الاتجاه العام:

أولاً: مستقيماً على الصورة:

ص' = م س + حـ

حيث م هو الميل، حـ هو الجزء المقطوع من المحور الرأسي/نستطيع الحصول على قيمتي م، حـ باستخدام هذه الطريقة.

من المعادلتين:

م مجـ س^{٢} + حـ مجـ س = مجـ س ص (١)

م مجـ س + ن حـ = مجـ ص (٢)

وإذا نقلت نقطة الأصل بالنسبة للزمن إلى الفترة الزمنية التي تقع عند منتصف السلسلة فإن العمليات الحسابية ستسهل كثيراً حيث يصبح مجـ س = صفر.

وحينئذ نجد أن:

$$\text{م} = \frac{\text{مجـ س ص}}{\text{مجـ س}^{٢}} \quad (٣)$$

$$\text{، م} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}} \quad (٤)$$

مثال (٤):

باستخدام طريقة المربعات الصغرى أوجد معادلة خط الاتجاه العام للصادرات المصرية (جدول ٢٨) في الفترة من ١٩٦٠ إلى ١٩٧٠ وذلك بافتراض أن نقطة الأصل تقع عند سنة ١٩٦٠ ثم أوجد القيم الاتجاهية لجميع سنوات السلسلة.

جدول (٣١)
حساب القيم الاتجاهية بطريقة المربعات الصغرى
بافتراض أن الاتجاه العام مستقيم

السنة	ص	س	س²	س ص	ص'
١٩٦٠	١٦٠	—	—	—	١٥٧
١٩٦١	١٩٨	١	١	١٩٨	١٧١
١٩٦٢	١٦٩	٢	٤	٣٣٨	١٨٥
١٩٦٣	١٥٩	٣	٩	٤٧٧	٢٠٠
١٩٦٤	٢٢٧	٤	١٦	٩٠٨	٢١٤
١٩٦٥	٢٣٤	٥	٢٥	١١٧٠	٢٢٨
١٩٦٦	٢٦٣	٦	٣٦	١٥٧٨	٢٤٣
١٩٦٧	٢٦٣	٧	٤٩	١٨٤١	٢٥٧
١٩٦٨	٢٤٦	٨	٦٤	١٩٦٨	٢٧١
١٩٦٩	٢٧٠	٩	٨١	٢٤٣٠	٢٨٥
١٩٧٠	٣٢٢	١٠	١٠٠	٣٢٢٠	٣٠٠
المجموع	٢٥١١	٥٥	٣٨٥	١٤١٢٨	٢٥١١

الحـل:

بالتعويض في المعادلتين (١)، (٢) نجد أن:

٣٨٥ م + ٥٥ حـ = ١٤١٢٨

٥٥ م + ١١ حـ = ٢٥١١

وبحل هاتين المعادلتين نجد أن:

م = ١٤,٣

، حـ = ١٥٦,٧٧

أي أن معادلة خط الاتجاه العام المستقيم هي:

ص' = ١٤,٣ س + ١٥٦,٧٧

وبالتعويض في هذه العلاقة بقيم س المختلفة نحصل على قيم ص' الموضحة بالعمود الأخير من جدول (٣١) وهي القيم الاتجاهية للسنوات المختلفة.

مثال (٥):

حل المثال السابق بافتراض أن نقطة الأصل تقع عند منتصف السلسلة أي عند سنة ١٩٦٥.

جدول (٣٢)

حساب القيم الاتجاهية بطريقة المربعات الصغرى
بافتراض أن الاتجاه العام مستقيم

السنة	ص	س	س٢	س ص	ص'
١٩٦٠	١٦٠	ـ٥	٢٥	ـ٨٠٠	١٥٧
١٩٦١	١٩٨	ـ٤	١٦	ـ٧٩٢	١٧١
١٩٦٢	١٦٩	ـ٣	٩	ـ٥٠٧	١٨٥
١٩٦٣	١٥٩	ـ٢	٤	ـ٣١٨	٢٠٠
١٩٦٤	٢٢٧	ـ١	١	ـ٢٢٧	٢١٤
١٩٦٥	٢٣٤	—	—	—	٢٢٨
١٩٦٦	٢٦٣	١	١	٢٦٣	٢٤٣
١٩٦٧	٢٦٣	٢	٤	٥٢٦	٢٥٧
١٩٦٨	٢٤٦	٣	٩	٧٣٨	٢٧١
١٩٦٩	٢٧٠	٤	١٦	١٠٨٠	٢٨٥
١٩٧٠	٣٢٢	٥	٢٥	١٦١٠	٣٠٠
المجموع	٢٥١١	صفر	١١٠	١٥٧٣	٢٥١١

الحــل:

بالتعويض في (٣)، (٤) نجد أن:

$$م = \frac{١٥٧٣}{١١٠} = ١٤,٣$$

$$حـ = \frac{٢٥١١}{١١} = ٢٢٨,٢٧$$

ونجد أن معادلة خط الاتجاه العام المستقيم هي:

$$ص' = ١٤,٣ س + ٢٢٨,٢٧$$

وبالتعويض في هذه العلاقة بقيم س المختلفة نحصل على قيم ص' الموضحة بالعمود الأخير من جدول (٣٢) وهي القيم الاتجاهية المطلوبة. وإذا كان عدد السنوات زوجياً تختار نقطة الأصل بين السنتين الواقعتين في منتصف السلسلة وتأخذ وحدة الزمن نصف سنة وبذلك يسهل الحل كثيراً.

مثال (٦):

حل المثال السابق لإيجاد معادلة خط الاتجاه العام المستقيم للصادرات المصرية في الفترة من ١٩٦١ - ١٩٧٠ باستخدام طريقة المربعات الصغرى. ثم أوجد القيم الاتجاهية لجميع سنوات السلسلة.

جدول (٣٣)

حساب القيم الاتجاهية بطريقة المربعات الصغرى

بافتراض أن الاتجاه العام مستقيم

وأن نقطة الأصل تقع بين سنتي ٦٥، ١٩٦٦ وأن وحدة الزمن نصف سنة

السنة	ص	س	س٢	س ص	ص'
١٩٦١	١٩٨	ـ٩	٨١	ـ١٧٨٢	١٧٠
١٩٦٢	١٦٩	ـ٧	٤٩	ـ١١٨٣	١٨٤
١٩٦٣	١٥٩	ـ٥	٢٥	ـ٧٩٥	١٩٩
١٩٦٤	٢٢٧	ـ٣	٩	ـ٦٨١	٢١٣
١٩٦٥	٢٣٤	ـ١	١	ـ٢٣٤	٢٢٨
١٩٦٦	٢٦٣	١	١	٢٦٣	٢٤٢
١٩٦٧	٢٦٣	٣	٩	٧٨٩	٢٥٧
١٩٦٨	٢٤٦	٥	٢٥	١٢٣٠	٢٧١
١٩٦٩	٢٧٠	٧	٤٩	١٨٩٠	٢٨٦
١٩٧٠	٣٢٢	٩	٨١	٢٨٩٨	٣٠١
المجموع	٢٣٥١	صفر	٣٣٠	٢٣٩٥	٢٣٥١

الحل:

بالتعويض في المعادلتين (٣)، (٤) نجد أن:

$$م = \frac{٢٣٩٥}{٣٣٠} = ٧,٢٦$$

$$حـ = \frac{٢٣٥١}{١٠} = ٢٣٥,١$$

ونجد أن معادلة خط الاتجاه العام هي:

ص′ = ٧,٢٦ س + ٢٣٥,١

وبالتعويض في هذه العلاقة بقيم س المختلفة نحصل على قيم ص′ الموضحة بالعمود الأخير من جدول (٣٣) وهي القيم الاتجاهية للسنوات المختلفة.

ثانياً: إذا تبين لنا من المنحنى التاريخي للظاهرة أن الاتجاه العام يمكن تمثيله بمنحنى معادلته من الدرجة الثانية على الصورة:

ص = أ س^{٢} + ب س + حـ

فيمكن باستخدام طريقة المربعات الصغرى ايجاد قيم أ، ب، حـ التي تجعل مجموع مربعات الأبعاد الرأسية للنقط عن المنحنى نهاية صغرى (أصغر ما يمكن) من المعادلات:

أ مجـ س^{٤} + ب مجـ س^{٣} + حـ مجـ س^{٢} = مجـ س^{٢}ص (٥)

أ مجـ س^{٣} + ب مجـ س^{٢} + حـ مجـ س = مجـ س ص (٦)

أ مجـ س^{٢} + ب مجـ س + ن حـ = مجـ ص (٧)

وباختيار نقطة الأصل عند منتصف السلسلة نجد أن:

مجـ س = صفر

مجـ س^{٣} = صفر

وبالتالي فإن:

أ مجـ س^{٤} + حـ مجـ س^{٢} = مجـ س^{٢} ص (٨)

ب مجـ س^{٢} = مجـ س ص (٩)

أ مجـ س^{٢} + ن حـ = مجـ ص (١٠)

مثال (٧):

باستخدام طريقة المربعات الصغرى أوجد معادلة الدرجة الثانية على الصورة ص = أ س^{٢} + ب س + حـ التي تمثل الصادرات المصرية (جدول ٢٨) من الفترة من ١٩٥٦ ـ ١٩٧٠ وذلك بافتراض أن نقطة الأصل تقع عند سنة ١٩٦٣.

جدول (٣٤)

حساب معادلة الاتجاه العام من الدرجة الثانية

السنة	ص	س	س٢	س٣	س٤	س ص	س٢ ص	ص′
١٩٥٦	١٤٦	-٧	٤٩	-٣٤٣	٢٤٠١	-١٠٢٢	٧١٥٤	١٤٧
١٩٥٧	١٤٢	-٦	٣٦	-٢١٦	١٢٩٦	-٨٥٢	٥١١٢	١٥١
١٩٥٨	١٧٢	-٥	٢٥	-١٢٥	٦٢٥	-٨٦٠	٤٣٠٠	١٥٦
١٩٥٩	١٦٦	-٤	١٦	-٦٤	٢٥٦	-٦٦٤	٢٦٥٦	١٦٢
١٩٦٠	١٦٠	-٣	٩	-٢٧	٨١	-٤٨٠	١٤٤٠	١٦٩
١٩٦١	١٩٨	-٢	٤	-٨	١٦	-٣٩٦	٧٩٢	١٧٨
١٩٦٢	١٦٩	-١	١	-١	١	-١٦٩	١٦٩	١٨٧
١٩٦٣	١٥٩	—	—	—	—	—	—	١٩٨
١٩٦٤	٢٢٧	١	١	١	١	٢٢٧	٢٢٧	٢١٠
١٩٦٥	٢٣٤	٢	٤	٨	١٦	٤٦٨	٩٣٦	٢٢٣
١٩٦٦	٢٦٣	٣	٩	٢٧	٨١	٧٨٩	٢٣٦٧	٢٣٨
١٩٦٧	٢٦٣	٤	١٦	٦٤	٢٥٦	١٠٥٢	٤٢٠٨	٢٥٣
١٩٦٨	٢٤٦	٥	٢٥	١٢٥	٦٢٥	١٢٣٠	٦١٥٠	٢٧٠
١٩٦٩	٢٧٠	٦	٣٦	٢١٦	٢١٩٦	١٦٢٠	٩٧٢٠	٢٨٨
١٩٧٠	٣٢٢	٧	٤٩	٣٤٣	٢٤٠١	٢٢٥٤	١٥٧٧٨	٣٠٧
المجموع	٣١٣٧	صفر	٢٨٠	صفر	٩٣٥٢	٣١٩٧	٦١٠٠٩	٣١٣٧

الحـــل:

بالتعويض في (٨)، (٩)، (١٠) نجد أن:

٩٣٥٢ أ + ٢٨٠ حـ = ٦١٠٠٩

٢٨٠ ب = ٣١٩٧

٢٨٠ أ + ١٥ حـ = ٣١٣٧

وبحل المعادلتين الأولى والثالثة نجد أن:

أ = ٠,٥٩

، حـ = ١٩٨,٠٤

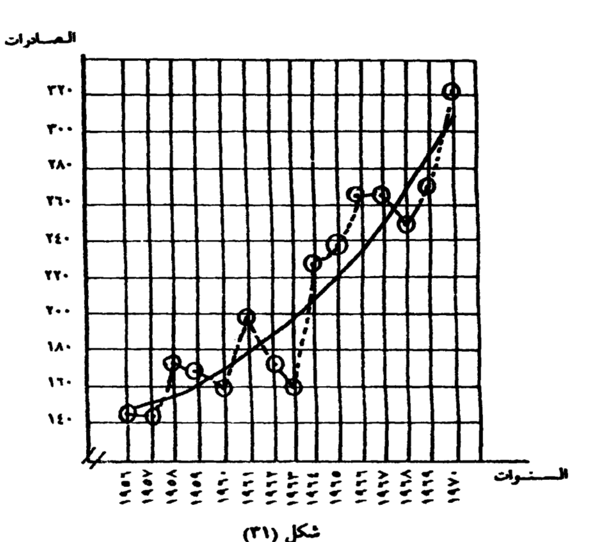
ومن المعادلة الثانية نجد أن:

ب = ١١,٤٢

إذن معادلة الدرجة الثانية التي تمثل الاتجاه العام هي:

ص' = ٠,٥٩ س^{٢} + ١١,٤٢ س + ١٩٨,٠٤

وبالتعويض في هذه المعادلة بقيم س المختلفة نحصل على قيم ص' (القيم الاتجاهية) الموضحة بالعمود الأخير من جدول (٣٤).



شكل (٣١)

وبرسم القيم الاتجاهية نحصل على منحنى الاتجاه العام كما يتضح من شكل (٣١) الذي يبين كل من المنحنى التاريخي للظاهرة ومنحنى الاتجاه العام.

وإذا كان عدد السنوات زوجياً نختار نقطة الأصل بين السنتين الواقعتين عند منتصف السلسلة وتؤخذ وحدة الزمن نصف سنة وذلك لتبسيط العمليات الحسابية.

مثال (٨):

حل المثال السابق لإيجاد معادلة الدرجة الثانية للاتجاه العام للصادرات المصرية (جدول ٢٨) في الفترة من ١٩٥٥ ـ ١٩٧٠.

الحـل:

باختيار نقطة الأصل بين سنتي ١٩٦٢، ١٩٦٣ واعتبار وحدة الزمن نصف سنة تكون العمليات الحسابية كما في جدول (٣٥) وبالتعويض في (٨)، (٩)، (١٠) نجد أن:

٢٠٦٩٩٢ أ + ١٣٦٠ حـ = ٢٩٢٣٦١

١٣٦٠ ب = ٧٣٧١

١٣٦٠ أ + ١٦ حـ = ٣٢٨١

وبحل المعادلتين الأولى والثالثة نجد أن:

أ = ٠,١٤٧

حـ = ١٩٢,٥٣

ومن المعادلة الثانية نجد أن:

ب = ٥,٤٢

إذن معادلة الدرجة الثانية التي تمثل الاتجاه العام هي:

ص' = ٠,١٤٧ س^{٢} + ٥,٤٢ س + ١٩٢,٥٣

وبالتعويض في هذه المعادلة بقيم س المختلفة نحصل على قيم ص' الموضحة بالعمود الأخير من جدول (٣٥) وهي القيم الاتجاهية لسنوات السلسلة.

جدول (٣٥) حساب معادلة الاتجاه العام من الدرجة الثاية (عدد السنوات زوجي)

السنة	ص	س	$س^{٢}$	$س^{٣}$	$س^{٤}$	س ص	$س^{٢}$ ص	$ص'$
١٩٥٥	١٤٤	١٥-	٢٢٥	٣٣٧٥-	٥٠٦٢٥	٢١٦٠-	٣٢٤٠٠	١٤٤
١٩٥٦	١٤٦	١٣-	١٦٩	٢١٩٧-	٢٨٥٦١	١٨٩٨-	٢٤٦٧٤	١٤٧
١٩٥٧	١٤٢	١١-	١٢١	١٣٣١-	١٤٦٤١	١٥٦٢-	١٧١٨٢	١٥١
١٩٥٨	١٧٢	٩-	٨١	٧٢٩-	٦٥٦١	١٥٤٨-	١٣٩٣٢	١٥٦
١٩٥٩	١٦٦	٧-	٤٩	٣٤٣-	٢٤٠١	١١٦٢-	٨١٣٤	١٦٢
١٩٦٠	١٦٠	٥-	٢٥	١٢٥-	٦٢٥	٨٠٠-	٤٠٠٠	١٦٩
١٩٦١	١٩٨	٣-	٩	٢٧-	٨١	٥٩٤-	١٧٨٢	١٧٨
١٩٦٢	١٦٩	١-	١	١-	١	١٦٩-	١٦٩	١٨٧
١٩٦٣	١٥٩	١	١	١	١	١٥٩	١٥٩	١٩٨
١٩٦٤	٢٢٧	٣	٩	٢٧	٨١	٦٨١	٢٠٤٣	٢١٠
١٩٦٥	٢٣٤	٥	٢٥	١٢٥	٦٢٥	١١٧٠	٥٨٥٠	٢٢٣
١٩٦٦	٢٦٣	٧	٤٩	٣٤٣	٢٤٠١	١٨٤١	١٢٨٨٧	٢٣٨
١٩٦٧	٢٦٣	٩	٨١	٧٢٩	٦٥٦١	٢٣٦٧	٢١٣٠٣	٢٥٣
١٩٦٨	٢٤٦	١١	١٢١	١٣٣١	١٤٦٤١	٣٧٠٦	٢٩٧٦٦	٢٧٠
١٩٦٩	٢٧٠	١٣	١٦٩	٢١٩٧	٢٨٥٦١	٣٥١٠	٤٥٦٣٠	٢٨٨
١٩٧٠	٣٢٢	١٥	٢٢٥	٣٣٧٥	٥٠٦٢٥	٤٨٣٠	٧٢٤٥٠	٣٠٧
المجموع	٣٢٨١	صفر	١٣٦٠	صفر	٢٠٦٩٩٢	٧٣٧١	٢٩٢٣٦١	٣٢٨١

أهمية دراسة الاتجاه العام

يهتم الباحثون بدراسة الاتجاه العام إما بغرض التنبؤ بقيم الظاهرة في المستقبل أو لاستبعاد أثر الاتجاه العام من بيانات السلسلة الزمنية للتوصل إلى دراسة التغيرات الأخرى مثل التغيرات الموسمية أو الدورية.

أولاً - استخدام الاتجاه العام في التنبؤ:

من دراسة كيفية نمو السلسلة في الماضي وبافتراض استمرار نفس معدلات النمو في المستقبل يمكن التنبؤ بقيم الظاهرة في فترات قادمة. ويتم ذلك بدراسة الاتجاه العام في الماضي واستخدام المعادلة التي نحصل عليها في تقدير قيم الظاهرة في فترات مستقبلة. فمثلاً في مثال (٥) يمكن تقدير قيمة الصادرات المصرية سنة ١٩٧٣ وذلك بالتعويض في معادلة الاتجاه العام عن س تساوي:

١٩٧٣ - ١٩٦٢ = ٨ وبالتالي نجد أن:

ص′ (١٩٧٣) = (١٤,٣) (٨) + ٢٢٨,٢٧
= ٣٤٢,٦٧ مليون جنيه

وذلك بافتراض أن اتجاه الصادرات في المستقبل سيتبع نفس النموذج في الماضي.

وتفيد مثل هذه الدراسة في عمل توقعات عن المستقبل يمكن استخدامها لأغراض التخطيط حيث أن أساس التنبؤ بالمستقبل هو معرفة الماضي.

ثانياً: استبعاد أثر الاتجاه العام:

لدراسة العوامل الأخرى التي تؤثر على السلسلة الزمنية بخلاف الاتجاه العام نستبعد أثر الاتجاه العام من بيانات السلسلة. فإذا فرضنا أن نموذج

السلسلة هو نموذج حاصل الضرب بمعنى أن:

$$ص = ص' \times م \times د \times ع$$

$$\text{فإن } \frac{ص}{ص'} = م \times د \times ع$$

أي إذا قسمنا القيم الأصلية للسلسلة على القيم الاتجاهية نحصل على محصلة الآثار الموسمية والدورية والعرضية. وبضرب الناتج في مائة نحصل على هذه المحصلة في شكل نسبة مئوية. وإذا كانت البيانات التي لدينا بيانات سنوية أي لا تشتمل على تغيرات موسمية فإن:

$$\frac{ص}{ص'} = د \times ع$$

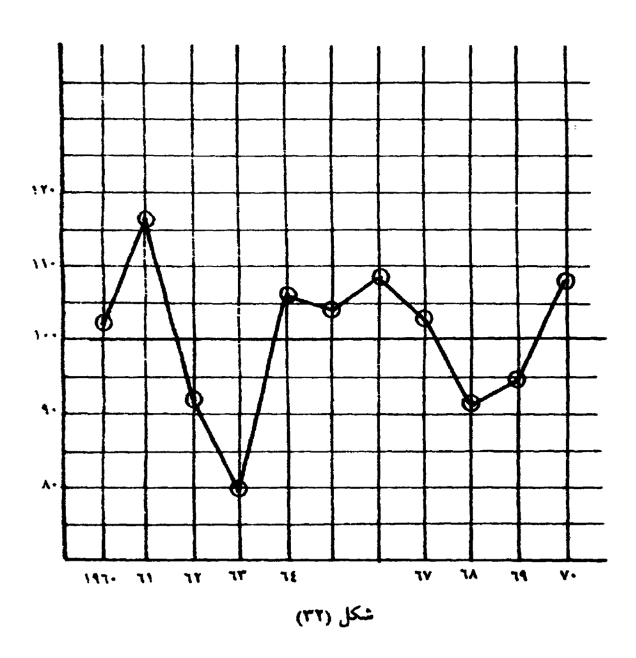
وذلك يمكننا من دراسة التغيرات الدورية إذا كانت السلسلة تتكون من عدد كبير من السنوات بدرجة كافية.

جدول (٣٦)

تخليص إجمالي الصادرات المصرية من أثر الاتجاه العام

السنة	الصادرات ص	القيم الاتجاهية صَ	ص / صَ × ١٠٠
١٩٦٠	١٦٠	١٥٧	١٠١,٩
١٩٦١	١٩٨	١٧١	١١٥,٨
١٩٦٢	١٦٩	١٨٥	٩١,٤
١٩٦٣	١٥٩	٢٠٠	٧٩,٥
١٩٦٤	٢٢٧	٢١٤	١٠٦,١
١٩٦٥	٢٣٤	٢٢٨	١٠٢,٦
١٩٦٦	٢٦٣	٢٤٣	١٠٨,٢
١٩٦٧	٢٦٣	٢٥٧	١٠٢,٣
١٩٦٨	٢٤٦	٢٧١	٩٠,٨
١٩٦٩	٢٧٠	٢٨٥	٩٤,٧
١٩٧٠	٣٢٢	٣٠٠	١٠٧,٣

ويوضح جدول(٣٦) كيفية استبعاد أثر الاتجاه العام من بيانات الصادرات المصرية وذلك باستخدام بيانات جدول (٣٢). أما شكل (٣٢) فيبين التغيرات الدورية والعرضية بعد استبعاد أثر الاتجاه العام من بيانات الصادرات.



شكل (٣٢)

(٢) التغيرات الموسمية

سبق أن عرفنا التغيرات الموسمية بأنها تغيرات تحدث بصفة متكررة منتظمة كل موسم، والموسم هو الفترة الزمنية التي يتكرر فيها حدوث الظاهرة فقد يكون يوماً أو أسبوعاً أو شهراً أو فصلاً (ثلاثة أشهر).. الخ. ولقياس هذه التغيرات يجب أولاً تخليص بيانات السلسلة الزمنية من أثر الاتجاه العام ثم ايجاد متوسط كل موسم (لاستبعاد أثر التغيرات الدورية والعرضية) وبالتالي

يمكن حساب التغيرات الموسمية. فإذا كان نموذج السلسلة هو نموذج حاصل الضرب نستبعد أثر الاتجاه العام بايجاد $\frac{ص}{\hat{ص}}$ x ١٠٠ وذلك لكل موسم من المواسم فنحصل على م x د x ع في شكل نسبة مئوية. وبإيجاد متوسط هذه النسبة لجميع السنوات يتم استبعاد د، ع ويبقى لنا أثر الموسم وسوف نطلق عليه «الدليل الموسمي».

مثال (٨):

بيانات جدول (٣٧) تمثل قيمة المنتج من احدى السلع بآلاف الجنيهات في الفصول الأربعة للسنوات ١٩٨٣ ـ ١٩٨٦. والمطلوب حساب الدليل الموسمي من بيانات هذا الجدول.

جدول (٣٧)

المنتج من احدى السلع بآلاف الجنيهات

الموسم	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦
يناير ـ مارس	١١	١٥	٢٥	٢٧
ابريل ـ يونيو	١٧	٢٠	٢٢	٢٨
يوليو ـ سبتمبر	١٤	١٧	٢٦	٢٦
اكتوبر ـ ديسمبر	١٨	٢٢	٢٤	٢٩

الحل:

نحسب أولاً معادلة خط الاتجاه العام (على فرض أنه مستقيم) كما في جدول (٣٨) فنجد أن:

$$م = \frac{مجـ ص}{مجـ س^2} = \frac{٧٣٣}{١٣٦٠} = ٠,٥٣٩$$

$$حـ = \frac{مجـ ص}{ن} = \frac{٣٤١}{١٦} = ٢١,٣١$$

إذن معادلة خط الاتجاه العام المستقيم هي:

$$ص' = ٠,٥٣٩ \text{ س} + ٢١,٣١$$

وبالتعويض بقيم س المختلفة نحصل على القيم الاتجاهية لقيمة المنتج من السلعة في المواسم الأربعة لكل سنة. والموضح بالعمود السابع من جدول (٣٨).

حساب القيم الاتجاهية للمنتج في المواسم الأربعة لكل سنة

السنة	الموسم	ص	س	$س^2$	س ص	ص'	$\frac{ص}{ص'} \times ١٠٠$
١٩٨٣	١	١١	١٥-	٢٢٥	١٦٥-	١٣,٢	٨٣
	٢	١٧	١٣-	١٦٩	٢٢١-	١٤,٣	١١٩
	٣	١٤	١١-	١٢١	١٥٤-	١٥,٤	٩١
	٤	١٨	٩-	٨١	١٦٢-	١٦,٤	١١٠
١٩٨٤	١	١٥	٧-	٤٩	١٠٥-	١٧,٥	٨٦
	٢	٢٠	٥-	٢٥	١٠٠-	١٨,٦	١٠٨
	٣	١٧	٣-	٩	٥١-	١٩,٧	٨٦
	٤	٢٢	١-	١	٢٢-	٢٠,٨	١٠٦
١٩٨٥	١	٢٥	١	١	٢٥	٢١,٩	١١٤
	٢	٢٢	٣	٩	٦٦	٢٢,٩	٩٦
	٣	٢٦	٥	٢٥	١٣٠	٢٤,٠	١٠٨
	٤	٢٤	٧	٤٩	١٦٨	٢٥,١	٩٦
١٩٨٦	١	٢٧	٩	٨١	٢٤٣	٢٦,٢	١٠٣
	٢	٢٨	١١	١٢١	٣٠٨	٢٧,٢	١٠٣
	٣	٢٦	١٣	١٦٩	٣٣٨	٢٨,٣	٩٢
	٤	٢٩	١٥	٢٢٥	٤٣٥	٢٩,٤	٩٩
المجموع		٣٤١	صفر	١٣٦٠	٧٣٣	٣٤١,٠	

وبافتراض أن نموذج السلسلة هو نموذج حاصل الضرب يمكن استبعاد أثر الاتجاه العام من جميع المواسم وذلك بحساب:

$$\frac{ص}{ص'} \times ١٠٠$$

فنحصل على القيم مخلصة من أثر الاتجاه العام والموضحة بالعمود الأخير من جدول (٣٨) وبكتابة السنوات أفقياً والمواسم رأسياً كما في جدول (٣٩) نوجد متوسط كل موسم من المواسم الأربعة فنحصل على الدليل الموسمي.

جدول (٣٩)

حساب الدليل الموسمي للمنتج في السنوات من ٨٣ - ١٩٨٦

السنة / الموسم	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	مجموع أربع سنوات	الدليل الموسمي
يناير - مارس	٨٣	٨٦	١١٤	١٠٣	٣٨٦	٩٦,٥٠
ابريل - يونيو	١١٩	١٠٨	٩٦	١٠٣	٤٢٦	١٠٦,٥٠
يوليو - سبتمبر	٩١	٨٦	١٠٨	٩٢	٣٧٧	٩٤,٢٥
اكتوبر - ديسمبر	١١٠	١٠٦	٩٦	٩٩	٤١١	١٠٢,٧٥
المجموع						٤٠٠

ويلاحظ أن مجموع الدليل الموسمي يساوي ٤٠٠ وذلك لأن المواسم أربعة أما في حالة البيانات الشهرية يكون مجموع الدليل الموسمي ١٢٠٠ وذلك لوجود ١٢ موسم وإذا حدث نتيجة للتقريب أن كان المجموع ٤٠١ مثلاً يوزع الفرق بالتناسب على جميع المواسم فنضرب كل دليل موسمي $\times \frac{٤٠٠}{٤٠١}$ وبذلك يصبح المجموع ٤٠٠ ويتضح من جدول (٣٩) أن

الدليل الموسمي للموسم الأول ٩٦,٥٪ وذلك يعني أن المنتج من هذه السلعة خلال هذا الموسم يقل بمقدار ٣,٥٪ عن المتوسط السنوي العام أما في الموسم الثاني (ابريل - يونيو) فنجد أن الدليل الموسمي ١٠٦,٥٪ وذلك يعني أن المنتج من السلعة خلال هذا الموسم يزيد بمقدار ٦,٥٪ عن المتوسط السنوي العام. وهكذا بالنسبة لبقية المواسم ومتوسط الدليل الموسمي يساوي ١٠٠٪ ولذلك نجد أنه في حالة انعدام التغيرات الموسمية يكون الدليل الموسمي ١٠٠٪ لكل موسم من المواسم.

أهمية دراسة التغيرات الموسمية:

يهتم الباحثون بدراسة التغيرات الموسمية إما لأغراض التنبؤ أو لاستبعاد أثر التغيرات الموسمية من بيانات السلسلة للتوصل إلى أثر التغيرات الأخرى مثل التغيرات الدورية.

أولاً: استخدام التغيرات الموسمية في التنبؤ:

إذا كانت التغيرات الموسمية في سلسلة زمنية ثابتة تقريباً من سنة لأخرى فإنه يمكن استخدام الدليل الموسمي لهذه السلسلة للتنبؤ بالمواسم المختلفة لسنوات مستقبلة. فإذا قدر الانتاج في المثال السابق لسنة ١٩٨٧ بمبلغ ١٢٠ ألف جنيه فإنه يمكن باستخدام الدليل الموسمي الذي تم حسابه تقدير ما يخص كل موسم من المواسم الأربعة لهذه السنة فنجد أن:

الانتاج للموسم الأول (يناير - مارس) =

$$\frac{١٢٠ \times ٩٦,٥}{٤٠٠} = ٢٨,٩٥ \text{ ألف جنيه}$$

وبالمثل نجد أن الانتاج للموسم الثاني والثالث والرابع هو (٣١,٩٥)، (٢٨,٢٧٥)، (٣٠,٨٢٥)، ألف جنيه على التوالي.

أما إذا أمكن تقدير الانتاج لأحد المواسم في سنة مستقبلة فإنه يمكن أيضاً باستخدام الدليل الموسمي تقدير بقية مواسم هذه السنة فإذا أمكن تقدير الانتاج للموسم الأول من سنة ١٩٨٧ في المثال السابق ووجدنا أنه يساوي ٢٨,٩٥ ألف جنيه فإنه يمكن تقدير الانتاج لبقية المواسم هذه السنة فنجد أن:

الانتاج للموسم الثاني (ابريل - يونيو) =

$$\frac{١٠٦,٥ \times ٢٨,٩٥}{٩٦,٥} = ٣١,٩٥ \text{ ألف جنيه}$$

وبالمثل يمكن تقدير الانتاج للموسمين الثالث والرابع بنفس الطريقة.

ثانياً: استبعاد أثر التغيرات الموسمية:

لتخليص السلسلة الزمنية من أثر الموسم، وبفرض أن نموذج السلسلة هو نموذج حاصل الضرب حيث:

$$ص = ص' \times م \times د \times ع$$

$$\text{فإن } \frac{ص}{م} = ص' \times د \times ع$$

حيث م هي الدليل الموسمي الذي سبق دراسته.

مثال (٩):

بيانات جدول (٣٧) تمثل قيمة المنتج من احدى السلع بآلاف الجنيهات في الفصول الأربعة للسنوات ٨٣ - ١٩٨٦ والمطلوب تخليص بيانات هذه السلسلة من أثر الموسم.

الحـل:

نبدأ أولاً بحساب الدليل الموسمي كما في مثال (٨) وبقسمة قيمة المنتج لكل موسم من المواسم على الدليل الموسمي لجميع السنوات نحصل على قيم الانتاج مخلصة من أثر الموسم. ويراعى ضرب الناتج في مائة حتى يظهر الناتج في شكل نسبة مئوية.

جدول (٤٠)
استبعاد أثر الموسم من قيم الانتاج للسنوات ٨٣ - ١٩٨٦

السنة / الموسم	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦
يناير - مارس	١١,٤	١١,٥	٢٥,٩	٢٨,٠
ابريل - يونيو	١٦,٠	١٨,٨	٢٠,٧	٢٦,٣
يوليو - سبتمبر	١٤,٩	١٨,٠	٢٧,٦	٢٧,٦
اكتوبر - ديسمبر	١٧,٥	٢١,٤	٢٣,٤	٢٨,٢

وفي جدول (٤٠) تم استبعاد أثر الموسم وذلك بقسمة الانتاج (من جدول ٣٧) للمواسم المختلفة على الدليل الموسمي (المحسوب في جدول ٣٩) وذلك بالنسبة لكل سنة من السنوات.

فبالنسبة إلى سنة ١٩٨٣ تم استبعاد أثر الموسم كما يلي:

$$\text{بالنسبة للموسم الأول} = \frac{١١ \times ١٠٠}{٩٦,٥} = ١١,٤$$

$$\text{بالنسبة للموسم الثاني} = \frac{١٧ \times ١٠٠}{١٠٦,٥} = ١٦,٠$$

$$\text{بالنسبة للموسم الثالث} = \frac{١٤ \times ١٠٠}{٩٤,٢٥} = ١٤,٩$$

$$\text{بالنسبة للموسم الرابع} = \frac{١٨ \times ١٠٠}{١٠٢,٧٥} = ١٧,٥$$

وهكذا بالنسبة لبقية السنوات.

التغيرات الدورية:

سبق أن أوضحنا أن التغيرات الدورية تشبه التغيرات الموسمية إلا أن الأولى يكون فيها طول الدورة أكبر من سنة، كذلك يختلف طول الدورة وشدتها من دورة لأخرى. لذلك لا يمكن استخدامها لأغراض التنبؤ مثل التغيرات الموسمية. ويهتم رجال الأعمال بدراسة التغيرات الدورية لمعرفة الدورة التجارية والتي تتمثل في وجود فترات ن الرواج تعقبها فترات من الكساد. فإذا أوحت الدراسة بوجود فترة طويلة من الرواج فإن ذلك يحفز رجال الأعمال على التوسع في النشاط وزيادة الاستثمار لأن طول فترة الرواج المتوقعة سيكون كافياً لتغطية تكاليف التوسعات وتحقيق أرباح إضافية. أما إذا توقع رجال الأعمال وجود فترة طويلة من الكساد وجب عليهم الاحجام عن التوسع في النشاط والانتظار حتى تنتهي هذه الفترة لأن أي توسع في بداية فترة الكساد سيؤدي إلى خسائر مؤكدة.

قياس التغيرات الدورية:

يمكن الحصول على التغيرات الدورية باستبعاد كل من أثر الاتجاه العام والموسم من بيانات السلسلة ويبقى بعد ذلك أثر التغيرات الدورية والعرضية. وهذه الأخيرة يمكن إهمالها في بعض الأحيان إذا كانت صغيرة بالنسبة للتغيرات الدورية. ويمكن أيضاً استبعادها باستخدام طريقة الأوساط المتحركة لكل ثلاثة مواسم متتالية مرجحة بالأوزان ١، ٢، ١ وكلما طالت الفترة التي تحسب على أساسها الأوساط المتحركة كلما أمكن استبعاد التغيرات العرضية.

وبافتراض أن نموذج السلسلة هو نموذج حاصل الضرب نحصل على التغيرات الدورية والعرضية بقسمة القيم الأصلية على حاصل ضرب القيمة الاتجاهية × الدليل الموسمي أي أن:

$$\frac{ص}{ص' \times م} = د \times ع$$

وإذا كانت بيانات السلسلة سنوية فإنها لا تشتمل على تغيرات موسمية وحينئذ نجد أن:

$$\frac{ص}{ص'} = د \times ع$$

وبتطبيق ذلك على بيانات جدول (٣٢) تم الحصول على التغيرات الدورية والعرضية (من جدول ٣٦) ويتضح ذلك من شكل (٣٦) الذي يبين قاعين عند سنة ١٩٦٣، ١٩٦٨ والفرق بينهما د سنوات يمثل طول إحدى الدورات. لأن طول الدورة نحصل عليه بإيجاد الفرق بين قمتين متتاليتين أو بين قاعين متتاليين وكلما طالت السلسلة الزمنية اتضح عدم انتظام التغيرات الدورية وذلك من ناحية طول الدورة وشدتها.

ولاستبعاد أثر كل من الاتجاه العام والتغيرات الموسمية من سلسلة زمنية نقسم القيمة الأصلية لكل موسم من المواسم على القيمة الاتجاهية ونضرب الناتج في مائة فنحصل على القيمة مخلصة من أثر الاتجاه العام ثم نقسم الناتج على الدليل الموسمي ونضرب الناتج في مائة فنحصل على القيمة مخلصة من أثر الاتجاه العام والموسم.

جدول (٤١)

استبعاد أثر الاتجاه العام والموسم من قيم الانتاج

للسنوات من ١٩٨٣ ـ ١٩٨٦

الموسم / السنة	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦
يناير ـ مارس	٨٦,٤	٨٨,٨	١١٨,٣	١٠٦,٨
ابريل ـ يونيو	١١١,٦	١٠١,٠	٩٠,٢	٩٦,٧
يوليو ـ سبتمبر	٩٦,٥	٩١,٦	١١٤,٩	٩٧,٥
اكتوبر ـ ديسمبر	١٠٦,٨	١٠٢,٩	٩٣,١	٩٦,٠

مثال (١٠):

المطلوب تخليص بيانات جدول (٣٧) من أثر الاتجاه العام والموسم.

الحل:

نحسب أولاً القيم الاتجاهية كما في جدول (٣٨) ثم نحسب الدليل الموسمي كما في جدول (٣٩) ثم نستبعد أثر الاتجاه العام والموسم بقسمة الانتاج للمواسم المختلفة (من جدول ٣٨) على القيم الاتجاهية المناظرة (من جدول ٣٩) وقسمة الناتج على الدليل الموسمي (المحسوب في جدول ٣٩) وذلك بالنسبة لكل سنة من السنوات فنحصل على التغيرات الدورية والعرضية.

فبالنسبة إلى سنة ١٩٨٣ يتم استبعاد أثر الاتجاه العام والموسم كما يلي:

بالنسبة للموسم الأول: $١١ \times \frac{١٠٠}{١٣,٢} \times \frac{١٠٠}{٩٦,٥} = ٨٦,٤$

بالنسبة للموسم الثاني: $$١٧ \times \frac{١٠٠}{١٤,٣} \times \frac{١٠٠}{١٠٦,٥} = ١١١,٦$$

بالنسبة للموسم الثالث: $$١٤ \times \frac{١٠٠}{١٥,٤} \times \frac{١٠٠}{٩٤,٢٥} = ٩٦,٥$$

بالنسبة للموسم الرابع: $$١٨ \times \frac{١٠٠}{١٦,٤} \times \frac{١٠٠}{١٠٢,٧٥} = ١٠٦,٨$$

وهكذا بالنسبة لبقية السنوات.

العلاقة بين السلاسل الزمنية:

إذا كان الهدف من دراسة العلاقة بين سلسلتين زمنيتين هو المقارنة بين أحد مكونات هاتين السلسلتين فيجب تخليص قيم السلسلتين من آثار المكونات الأخرى. فلمقارنة الاتجاه العام لهما نقوم بتوفيق معادلتي الاتجاه العام ثم نقارن بينهما من حيث كون الاتجاه مستقيماً أو غير مستقيم وإذا كان مستقيماً فهل هو صعودياً في كلتا الظاهرتين أم هبوطياً فيهما وإذا كان كذلك يكون الارتباط في الاتجاه العام موجباً أما إذا كان صعودياً في احدى الظاهرتين وهبوطياً في الأخرى يكون الارتباط في الاتجاه العام سالباً. وإذا أردنا مقارنة التغيرات الموسمية أو الدورية نستبعد أثر الاتجاه العام من بيانات السلسلتين ثم نوجد معامل الارتباط لمعرفة نوع وشدة الارتباط بين السلسلتين.

تمارين

١ ـ السلسلة الآتية تبين الواردات من احدى السلع بملايين الجنيهات في السنوات من ١٩٨٠ ـ ١٩٨٩.

السنة	٨٠	٨١	٨٢	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨	٨٩
الواردات	١٤,٦	١٥,٣	١٦,٣	١٧,٩	١٩,٤	٢٠,٢	٢٢,٣	٢٣,٦	٢٤,٤	٢٦,٥

والمطلوب استخدام طريقة متوسطي نصفي السلسلة لايجاد معادلة خط الاتجاه العام على فرض أنه مستقيم ثم تقدير الاتجاه العام للواردات سنة ١٩٩٢ (استخدم سنة ١٩٨٢ كنقطة أصل).

٢ ـ من بيانات التمرين الأول احسب القيم الاتجاهية بطريقة الأوساط المتحركة وذلك على أساس:
أولاً: دورة طولها ٣ سنوات.
ثانياً: دورة طولها ٤ سنوات.

٣ ـ اشرح في ايجاز أهم العوامل التي قد تتأثر بها السلسلة الزمنية.

٤ ـ اشرح في ايجاز الطرق المختلفة لقياس الاتجاه العام مبيناً أهم مزايا وعيوب كل طريقة.

٥ ـ فيما يلي بيان بالكميات المنتجة بالألف طن لأحد المصانع في السنوات من ١٩٧٤ إلى ١٩٨٠.

السنة	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠
الكمية المنتجة	٠,٩	١,٠	١,١	١,٥	١,٨	٢,٠	٢,١

والمطلوب:

(١) إيجاد معادلة خط الاتجاه العام على فرض أنه مستقيم باستخدام طريقة المربعات الصغرى.

(٢) حساب القيمة الاتجاهية لسنتي ١٩٧٥، ١٩٨٠ والتنبؤ بالقيمة الاتجاهية لسنة ١٩٨٢ بفرض ثبات الظروف المحيطة بالانتاج.

٦ ـ من بيانات التمرين الأول أوجد باستخدام طريقة المربعات الصغرى معادلة الدرجة الأولى على الصورة صَ = م س + حـ التي تمثل الاتجاه العام ثم استبعد أثر الاتجاه العام من بيانات السلسلة.

٧ ـ فيما يلي بيان بمبيعات احدى السلع بالألف جنيه في أحد المحال التجارية في الفترة من ١٩٧٦ حتى ١٩٨٤.

السنة	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠	٨١	٨٢	٨٣	٨٤
المبيعات	٤,٠	٤,١	٤,٤	٤,٥	٤,٦	٤,٩	٥,٤	٦,١	٧,٠

والمطلوب:

(١) باستخدام طريقة المربعات الصغرى ايجاد معادلة الدرجة الثانية التي تمثل الاتجاه العام على الصورة:

ص = أ س٢ + ب س + حـ

(٢) حساب القيمة الاتجاهية للمبيعات المتوقعة سنة ١٩٨٦.

(٣) استبعاد أثر الاتجاه العام من مبيعات سنتي ١٩٧٩، ١٩٨٠.

٨ ـ حل التمرين السابق بافتراض عدم توفر بيانات عن سنة ١٩٧٦.

٩ ـ البيانات الآتية تمثل قيمة المبيعات الربع سنوية (بآلاف الجنيهات) لإحدى الشركات في الفترة من (١٩٨٢ ـ ١٩٨٥).

الموسم / السنة	١٩٨٢	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥
الثلاثة شهور الأولى	٧	٨	١٣	١٨
الثلاثة شهور الثانية	١١	١٨	٢١	٢٧
الثلاثة شهور الثالثة	١٨	١٩	٢٥	٣٠
الثلاثة شهور الرابعة	١٥	١٦	٢١	٢٥

والمطلوب:

(١) حساب الدليل الموسمي.

(٢) تخليص أرقام المبيعات من أثر الموسم.

(٣) ايجاد نسب التغيرات الدورية والعرضية.

(٤) إذا علمت أن القيمة المتوقعة للمبيعات سنة ١٩٨٦ كانت ١١٥ ألف جنيه فقدر مبيعات الربعين الأول والثالث من هذا العام.

١٠ ـ استكمل بيانات الجدول التالي:

القيم الفعلية	القيم الاتجاهية	القيم مخلصة من أثر الاتجاه العام	أثر الموسم	الأثر الدوري والعرضي
١٢	١٠		٨٠	
	١١	٩٠,٩	١٠٦	
١٤		١٠٦		١١٩
	١٠	١٢٠		١٥٠

الفصل العاشر
الأرقام القياسية

تستخدم الأرقام القياسية لقياس التغير في الظواهر المختلفة. وتهتم الدراسات التجارية بقياس التغير في الأسعار والكميات والقيم للسلع المختلفة سواء المنتج منها أو المستهلك أو المصدر أو المستورد... الخ. كذلك تهتم بدراسة التغير في الأجور وفي نفقة المعيشة وغير ذلك من الظواهر الاقتصادية والاجتماعية.

فلمعرفة التغير الذي طرأ على سعر سلعة معينة خلال فترة زمنية معينة ننسب سعر السلعة في الفترة اللاحقة إلى سعرها في الفترة السابقة (والتي سوف تتخذ كأساس للمقارنة) ونضرب الناتج في مائة. أي نظهر سعر السلعة في الفترة اللاحقة (فترة المقارنة) كنسبة مئوية من سعرها في الفترة السابقة (فترة الأساس) والناتج الذي نحصل عليه في هذه الحالة يسمى بمنسوب السعر وهو أبسط صورة من صور الأرقام القياسية. فإذا وجدنا أنه يساوي ١٣٠٪ نستنتج من ذلك أن سعر هذه السلعة قد زاد بمعدل ٣٠٪ خلال هذه الفترة وإذا وجدنا أنه يساوي ٩٠٪ نستنتج أن السعر قد انخفض بمعدل ١٠٪ خلال هذه الفترة.

ولتكوين أي رقم قياسي يلزم أولاً تحديد فترة الأساس وهذه قد تكون سنة أو متوسط عدد من السنوات. ويلزم أن تكون هذه الفترة عادية تتميز بالاستقرار وأن تكون بعيدة عن التقلبات العنيفة حتى تصلح كأساس للمقارنة. ويمكن أن يكون الأساس في المقارنة مكاناً وليس زماناً كأن ننسب سعر القطن في الاسكندرية إلى سعره في ليفربول فتكون ليفربول هي الأساس. وعند اختيار المكان الذي يتخذ أساساً للمقارنة يختار عادة مكاناً له

أهمية كبيرة بالنسبة للسلعة التي ندرسها كأهمية بورصة ليفربول لتجارة الأقطان.

وتنقسم الأرقام القياسية حسب طريقة تكوينها إلى أرقام قياسية بسيطة - وأرقام قياسية تركيبية.

أولاً: الأرقام القياسية البسيطة:

تحسب الأرقام القياسية البسيطة لسلعة واحدة باستخدام فكرة المنسوب فيمكن ايجاد:

منسوب السعر، منسوب الكمية، منسوب القيمة.

فإذا رمزنا لسعر السلعة في سنة الأساس بالرمز $ع_٠$.

وإلى سعر السلعة في سنة المقارنة بالرمز $ع_١$

نجد أن:

$$\text{منسوب السعر} = \frac{\text{السعر في سنة المقارنة}}{\text{السعر في سنة الأساس}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{ع_١}{ع_٠} \times ١٠٠$$

وإذا رمزنا للكمية المستخدمة من السلعة في سنة الأساس بالرمز $ك_٠$.
وإلى الكمية المستخدمة من السلعة في سنة المقارنة بالرمز $ك_١$ نجد أن:

$$\text{منسوب الكمية} = \frac{\text{الكمية في سنة المقارنة}}{\text{الكمية في سنة الأساس}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{ك_١}{ك_٠} \times ١٠٠$$

وإذا رمزنا لقيمة السلعة في سنة الأساس بالرمز ق. وإلى قيمة السلعة في سنة المقارنة بالرمز ق، نجد أن:

$$\text{منسوب القيمة} = \frac{\text{القيمة في سنة المقارنة}}{\text{القيمة في سنة الأساس}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{\text{ق}_1}{\text{ق}_0} \times ١٠٠$$

$$= \frac{\text{ع}_1 \, \text{ك}_1}{\text{ع}_0 \, \text{ك}_0} \times ١٠٠$$

مثال (١):

احسب منسوب السعر ومنسوب الكمية ومنسوب القيمة للسلع الثلاثة الموضحة بجدول (٤٢) باعتبار أن سنة الأساس هي ١٩٦٠.

جدول (٤٢)

أسعار الوحدات بالجنيه والكميات المنتجة بالمليون وحدة
لكل من القطن والقمح والأرز لسنتي ١٩٦٠، ١٩٦٤

السلعة	الوحدة	سعر الوحدة بالجنية		الكمية المنتجة بالمليون	
		١٩٦٠	١٩٦٤	١٩٦٠	١٩٦٤
القطن	قنطار متري	١٦,٧٤	١٦,٩٠	٩,٥٦	١٠,٨١
القمح	أردب	٤,٢٩	٤,٤٠	٩,٩٩	١٠,٠٠
الأرز	ضريبة	١٧,٠٠	١٨,٣٠	١,٥٧	٢,١٥

الحـل:

$$\text{منسوب السعر للقطن} = \frac{١٦,٩٠}{١٦,٧٤} \times ١٠٠ = ١٠١\%$$

$$\text{منسوب السعر للقمح} = \frac{٤,٤}{٤,٢٩} \times ١٠٠ = ١٠٣\%$$

$$\text{منسوب السعر للأرز} = \frac{١٨,٣٠}{١٧} \times ١٠٠ = ١٠٨\%$$

$$\text{منسوب الكمية للقطن} = \frac{١٠,٨١}{٩,٥٦} \times ١٠٠ = ١١٣\%$$

$$\text{منسوب الكمية للقمح} = \frac{١٠}{٩,٩٩} \times ١٠٠ = ١٠٠\%$$

$$\text{منسوب الكمية للأرز} = \frac{٢,١٥}{١,٥٧} \times ١٠٠ = ١٣٧\%$$

$$\text{منسوب القيمة للقطن} = \frac{١٠,٨١ \times ١٦,٩٠}{٩,٥٦ \times ١٦,٧٤} \times ١٠٠ = ١١٤\%$$

$$\text{منسوب القيمة للقمح} = \frac{١٠ \times ٤,٤}{٩,٩٩ \times ٤,٢٩} \times ١٠٠ = ١٠٣\%$$

$$\text{منسوب القيمة للأرز} = \frac{٢,١٥ \times ١٨,٣٠}{١,٥٧ \times ١٧,٠٠} \times ١٠٠ = ١٤٨\%$$

مثال (٢):

احسب منسوب الكمية للمنتج من القطن الشعر بالألف قنطار متري في السنوات من ١٩٥٧ حتى ١٩٦٤ والموضح بالجدول الآتي:

السنة	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠	٧٦١	٦٢	٦٣	٦٤
الكمية المنتجة (بالألف قنطار)	٨١٠٦	٨٩١٨	٩١٤٢	٩٥٦٤	٦٧١٣	٩١٤٧	٨٨٣٣	١٠٠٨١

وذلك باعتبار أن:

(١) سنة الأساس ١٩٥٧.

(٢) سنة الأساس ١٩٦٢.

(٣) فترة الأساس من ١٩٥٧ - ١٩٥٩.

الحل:

الإجابة موضحة بجدول (٤٣) حيث نحصل على المطلوب أولاً بقسمة الكمية لكل سنة من السنوات على ٨١٠٦ وهي الكمية الخاصة بنسبة ١٩٥٧ وضرب الناتج في مائة والعمود الثاني من الجدول يعرض هذه النتائج.

ونحصل على المطلوب ثانياً بقسمة الكمية لكل سنة من السنوات على ٩١٤٧ وهي الكمية الخاصة بسنة ١٩٦٢ وضرب الناتج في مائة. والعمود الثالث من الجدول يعرض هذه النتائج.

ولإيجاد المطلوب ثالثاً نحسب كمية سنة الأساس وهي متوسط الكمية في السنوات ١٩٥٧، ١٩٥٨، ١٩٥٩ وهذه تساوي:

$$٨٧٢٢ = \frac{٩١٤٢ + ٨٩١٨ + ٨١٠٦}{٣}$$

ونحصل على المطلوب ثالثاً بقسمة الكمية لكل سنة من السنوات على كمية فترة الأساس وهي ٨٧٢٢ وضرب الناتج في مائة. والعمود الرابع من الجدول يعرض هذه النتائج.

جدول (٤٣)
الأرقام القياسية للكميات المنتجة
من القطن الشعر (بالألف قنطار متري)

السنة	الرقم القياسي (١٩٥٧ = ١٠٠)	الرقم القياسي (١٩٦٢ = ١٠٠)	الرقم القياسي (٥٧ - ٥٩) = ١٠٠
١٩٥٧	١٠٠	٨٩	٩٣
١٩٥٨	١١٠	٩٧	١٠٢
١٩٥٩	١١٣	١٠٠	١٠٥
١٩٦٠	١١٨	١٠٥	١١٠
١٩٦١	٨٣	٧٣	٧٧
١٩٦٢	١١٣	١٠٠	١٠٥
١٩٦٣	١٠٩	٩٧	١٠١
١٩٦٤	١٢٤	١١٠	١١٦

تغيير فترة الأساس:

في بعض الأحيان عندما تبتعد سنوات المقارنة عن سنة الأساس يكون من المرغوب فيه تغيير سنة الأساس باختيار سنة حديثة. كذلك قد تغير سنة الأساس لسلسلة معينة من الأرقام القياسية لمقارنتها بسلسلة أخرى أي توحد سنة الأساس للسلسلتين بغرض المقارنة بينهما.

فمثلاً في جدول (٤٣) في العمود الثاني توجد سلسلة من المناسيب لعدد من السنوات باعتبار أن سنة الأساس هي ١٩٥٧ ولتغيير سنة الأساس لتصبح

سنة ١٩٦٢ ينبغي تقسيم المناسيب (في العمود الثاني) على المنسوب الخاص بسنة ١٩٦٢ (بالنسبة لسنة ١٩٥٧ كأساس) أي على ١١٣ وضرب الناتج في مائة. وبالمثل إذا كانت سنة الأساس لسنوات السلسلة هي ١٩٦٢ (كما في عمود ٣ من جدول ٤٣) وأريد تغيير سنة الأساس لتصبح ١٩٥٧ ينبغي قسمة المناسيب لسنوات السلسلة (في العمود الثالث) على المنسوب الخاص بسنة ١٩٥٧ (بالنسبة لسنة ١٩٦٢ كأساس) أي على ٨٩ وضرب الناتج في مائة.

مثال (٣):

الجدول الآتي يبين منسوب السعر لسلعة معينة في السنوات من ١٩٨٠ حتى ١٩٨٤ وذلك باعتبار أن سنة الأساس هي ١٩٧٥ (العمود الثاني) وباعتبار أن سنة الأساس هي ١٩٨٢ (العمود الثالث) والمطلوب ايجاد قيم $س_1$، $س_2$، $س_3$، $س_4$.

السنة	منسوب السعر (١٩٧٥ = ١٠٠)	منسوب السعر (١٩٨٢ = ١٠٠)
١٩٨٠	١٣٣	$س_3$
١٩٨١	١٣٦	$س_4$
١٩٨٢	١٤٠	١٠٠
١٩٨٣	$س_1$	١٠٣
١٩٨٤	$س_2$	١٠٨

الحل:

$$س_1 = \frac{١٤٠ \times ١٠٣}{١٠٠} = ١٤٤$$

$$س_2 = \frac{١٤٠ \times ١٠٨}{١٠٠} = ١٥١$$

$$س_3 = \frac{١٣٣ \times ١٠٠}{١٤٠} = ٩٥$$

$$س_4 = \frac{١٣٦ \times ١٠٠}{١٤٠} = ٩٧$$

مثال (٤):

إذا كان الرقم القياسي للصادرات في مصر سنة ١٩٧٠ (بالنسبة إلى سنة ١٩٥٥ كأساس) هو ٢٢٤٪ وأن الرقم القياسي للصادرات سنة ١٩٧٠ (بالنسبة إلى سنة ١٩٦٠ كأساس) هو ٢٠١٪ فأوجد الرقم القياسي للصادرات سنة ١٩٦٠ بالنسبة الى سنة ١٩٥٥ كأساس.

الحل:

منسوب الصادرات سنة ١٩٧٠ بالنسبة الى سنة ١٩٥٥ كأساس:

$$= \frac{ص_{١٩٧٠}}{ص_{١٩٥٥}} = ٢٢٤\%$$

منسوب الصادرات سنة ١٩٧٠ بالنسبة الى سنة ١٩٦٠ كأساس:

$$= \frac{ص_{١٩٧٠}}{ص_{١٩٦٠}} = ٢٠١\%$$

منسوب سنة ١٩٦٠ بالنسبة الى سنة ١٩٥٥ كأساس:

$$= \frac{ص_{١٩٦٠}}{ص_{١٩٥٥}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{ص_{١٩٧٠}}{ص_{١٩٥٥}} \times \frac{ص_{١٩٦٠}}{ص_{١٩٧٠}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{ص_{١٩٧٠}}{ص_{١٩٥٥}} \div \frac{ص_{١٩٧٠}}{ص_{١٩٦٠}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{٢٢٤ \times ١٠٠}{٢٠١} = ١١١\%$$

ثانياً: الأرقام القياسية التركيبية:

سبق أن أوضحنا أن أبسط صورة للأرقام القياسية هي المنسوب وبينا كيفية حسابه لكل من الأسعار والكميات والقيم والمنسوب يحسب لسلعة واحدة فقط أما إذا كان الرقم القياسي يتضمن أكثر من سلعة فيمكن ايجاده باحدى طريقتين:

(١) الطريقة التجميعية.
(٢) طريقة متوسطات المناسيب.

وفيما يلي سنستعرض هاتين الطريقتين وذلك بالنسبة للأسعار وما ينطبق عليها يمكن تطبيقه بالنسبة للكميات.

(١) الأرقام القياسية التجميعية

الرقم التجميعي البسيط للأسعار:

لحساب هذا الرقم لمجموعة من السلع، يحسب مجموع أسعار هذه المجموعة من السلع في فترة المقارنة وينسب إلى مجموع أسعار هذه المجموعة

من السلع في فترة الأساس وبالتالي فإن:

$$\text{الرقم التجميعي البسيط للأسعار} = \frac{\text{مجـ ع}_1}{\text{مجـ ع}_0} \times 100$$

من جدول (٤٢) نجد أن مجموع أسعار السلع الثلاثة في فترة المقارنة هو ٣٩,٦ ومجموع أسعارها في فترة الأساس هو ٣٨ وبالتالي فإن الرقم التجميعي البسيط للأسعار لهذه المجموعة من السلع هو:

$$\frac{39,6}{38} \times 100 = 104\%$$

ويعاب على هذا الرقم أنه يعطي نفس الأهمية النسبية لجميع السلع الداخلة في تركيبه. فالسلعة ذات السعر المرتفع تؤثر أكثر من غيرها في تكوين الرقم حتى وإن كانت قليلة الأهمية والاستخدام، لذلك وجب اعطاء أوزان مختلفة للسلع تتناسب مع أهميتها النسبية.

الرقم التجميعي البسيط للكميات:

والصيغة التي تستخدم لحساب هذا الرقم هي:

$$\frac{\text{مجـ ك}_1}{\text{مجـ ك}_0} \times 100$$

وهذه تكون غير ممكنة في معظم الأحوال نظراً لاختلاف وحدات القياس فلا يمكن حساب هذا الرقم للسلع الثلاثة المبينة بجدول (٤٢) حيث لا يمكن جمع قنطار مع اردب مع ضريبة بينما يمكن حساب الرقم التجميعي البسيط للكميات بالنسبة لسلعة واحدة ذات أصناف مختلفة وأسعار متقاربة مثل القطن الذي ينقسم إلى أنواع مثل (اشموني ـ زاجوره ـ كرنك ـ منوفي ـ جيزة ٣٠ . . . الخ).

الرقم التجميعي المرجح:

لإعطاء كل سلعة وزناً يتناسب مع الأهمية النسبية لهذه السلعة اتفق على ترجيح سعر كل سلعة بالكمية المستخدمة من هذه السلعة وبذلك يكون الرقم التجميعي المرجح للأسعار مساوياً:

$$\frac{\text{مجـ ع}_{1}\text{ ك}}{\text{مجـ ع}_{0}\text{ ك}} \times ١٠٠$$

حيث ك تشير إلى الكمية المستخدمة من كل سلعة. ولكن نظراً لأن الكميات المستخدمة من كل سلعة تختلف من وقت لآخر فقد اتفق على ترجيح الأسعار إما باستخدام كميات سنة الأساس ك_{0} أو باستخدام كميات سنة المقارنة ك_{1}.

الرقم التجميعي للأسعار مرجحاً بكميات سنة الأساس:

يعرف هذا الرقم برقم لاسبيرز للأسعار وهو يساوي:

$$\frac{\text{مجـ ع}_{1}\text{ ك}_{0}}{\text{مجـ ع}_{0}\text{ ك}_{0}} \times ١٠٠$$

ويحسب على أساس ترجيح الأسعار بكميات سنة الأساس فيحسب أولاً:

$\text{مجـ ع}_{1}\text{ ك}_{0}$ وهو قيمة مجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم في فترة الأساس مقومة بأسعار فترة المقارنة.

، $\text{مجـ ع}_{0}\text{ ك}_{0}$ وهو قيمة مجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم في فترة الأساس مقومة بأسعار فترة الأساس.

وبقسمة الناتجين وضرب خارج القسمة في مائة ينتج رقم لاسبيرز للأسعار.

الرقم التجميعي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة:

ويعرف برقم باشي للأسعار وصيغته:

$$\frac{\text{مجـ } ع_{١} ك_{١}}{\text{مجـ } ع_{٠} ك_{١}} \times ١٠٠$$

ويحسب على أساس ترجيح الأسعار بكميات سنة المقارنة فيحسب أولاً:

مجـ $ع_{١}$ $ك_{١}$ وهو قيمة مجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم في فترة المقارنة مقومة بأسعار فترة المقارنة.

، مجـ $ع_{٠}$ $ك_{١}$ وهو قيمة مجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم في فترة المقارنة مقومة بأسعار فترة الأساس.

وبقسمة الناتجين وضرب خارج القسمة في مائة ينتج رقم باشي للأسعار.

رقمي لاسبيرز وباش للكميات:

لإيجاد الأرقام التجميعية المرجحة للكميات اتفق على ترجيح كمية كل سلعة بسعر هذه السلعة فإذا استخدم سعر سنة الأساس ينتج رقم لاسبيرز للكميات واذا استخدم سعر سنة المقارنة ينتج رقم باشي للكميات وبالتالي فأن:

$$\text{رقم لاسبيرز للكميات} = \frac{\text{مجـ } ك_{١} ع_{٠}}{\text{مجـ } ك_{٠} ع_{٠}} \times ١٠٠$$

وهو الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس.

$$\text{، رقم باشي للكميات} = \frac{\text{مجـ } ك_{١} ع_{١}}{\text{مجـ } ك_{٠} ع_{١}} \times ١٠٠$$

وهو الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة المقارنة.

مثال (٤):

الجدول الآتي يبين الأسعار والكميات للسلع أ، ب، جـ في سنتي ١٩٧٠، ١٩٨٠.

السلعة	السعر		الكمية	
	١٩٧٠	١٩٨٠	١٩٧٠	١٩٨٠
أ	١٥	٢٠	١٠	٢٠
ب	٥	٧	٢٠	٣٠
جـ	٢٠	٢٥	١٥	١٠

والمطلوب حساب الأرقام الآتية.

(١) الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة الأساس.

(٢) الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة.

(٣) الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس.

(٤) الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة المقارنة.

الحل:

لحساب هذه الأرقام يلزم أولاً ايجاد مجـ $ع_{1}$ $ك_{0}$، مجـ $ع_{0}$ $ك_{0}$، مجـ $ع_{1}$ $ك_{1}$، مجـ $ع_{0}$ $ك_{1}$ كما في جدول (٤٤).

(١) الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة الأساس:

$$\text{(رقم لاسبيرز للأسعار)} = \frac{\text{مجـ}\ ع_{1}\ ك_{0}}{\text{مجـ}\ ع_{0}\ ك_{0}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{715}{550} \times 100 = 130\%$$

(٢) الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة

$$\text{(رقم باشي للأسعار)} = \frac{\text{مجـ } ع_1 \, ك_1}{\text{مجـ } ع_0 \, ك_1} \times 100$$

$$= \frac{860}{650} \times 100 = 132,3\%$$

جدول (٤٤)

حساب رقمي لاسبيرز وباشي للأسعار والكميات

السلعة	السعر		الكمية		$ع_1 ك_0$	$ع_0 ك_0$	$ع_1 ك_1$	$ع_0 ك_1$
	$ع_0$	$ع_1$	$ك_0$	$ك_1$				
أ	١٥	٢٠	١٠	٢٠	٢٠٠	١٥٠	٤٠٠	٣٠٠
ب	٥	٧	٢٠	٣٠	١٤٠	١٠٠	٢١٠	١٥٠
جـ	٢٠	٢٥	١٥	١٠	٣٧٥	٣٠٠	٢٥٠	٢٠٠
المجموع					٧١٥	٥٥٠	٨٦٠	٦٥٠

(٣) الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس:

$$\text{(رقم لاسبيرز للكميات)} = \frac{\text{مجـ } ك_1 \, ع_0}{\text{مجـ } ك_0 \, ع_0} \times 100$$

$$= \frac{650}{550} \times 100 = 118,2\%$$

(٤) الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة المقارنة:

$$\text{(رقم باشي للكميات)} = \frac{\text{مجـ ك}_1\text{ع}_1}{\text{مجـ ك}_0\text{ع}_1} \times ١٠٠$$

$$= \frac{٨٦٠}{٧١٥} \times ١٠٠ = ١٢٠{,}٣\%$$

مثال (٥):

إذا ضرب رقم لاسبيرز للأسعار في رقم باشي للكميات (وقسم الناتج على مائة) فماذا ينتج؟ وهل يصلح الناتج كرقم قياسي؟

الحـــل:

$$\left(\frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_0}{\text{مجـ ع}_0\text{ ك}_0} \times ١٠٠\right)\left(\frac{\text{مجـ ك}_1\text{ع}_1}{\text{مجـ ك}_0\text{ع}_1} \times ١٠٠\right) \div ١٠٠$$

$$= \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_1}{\text{مجـ ع}_0\text{ ك}_0} \times ١٠٠$$

والناتج يصلح كرقم قياسي للقيمة.

أرقام قياسية تجميعية مرجحة أخرى:

اهتم رقم لاسبيرز بكميات السلع في فترة الأساس واتخذها أساساً لترجيح الأسعار بينما اهتم رقم باشي بكميات السلع في فترة المقارنة واتخذها أساساً للترجيح ولكل من الرقمين مزاياه التي جعلت تفضيل أحد الرقمين على الآخر أمراً صعباً وقد جرت محاولات أخرى للجمع بين الطريقتين السابقتين للترجيح فاقترح أرفنج فيشر أخذ الوسط

الهندسي لرقمي لاسبيرز وباشي بينما اقترح الاقتصاديان أدجورث ومارشال استخدام متوسط كميتي الاساس والمقارنة كأساس لترجيح الاسعار وبالتالي فإن:

$$\text{رقم فيشر للأسعار} = \left(\sqrt{\frac{\text{مجـ ع}_{١}\,\text{ك}_{٠}}{\text{مجـ ع}_{٠}\,\text{ك}_{٠}} \cdot \frac{\text{مجـ ع}_{١}\,\text{ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{٠}\,\text{ك}_{١}}} \right) \times ١٠٠$$

ويطلق عليه البعض اسم الرقم القياسي الأمثل للأسعار وسوف نعرض للسبب في هذه التسمية عند دراسة اختبار الأرقام القياسية، كذلك نجد أن:

$$\text{رقم فيشر للكميات} = \left(\sqrt{\frac{\text{مجـ ك}_{١}\,\text{ع}_{٠}}{\text{مجـ ك}_{٠}\,\text{ع}_{٠}} \cdot \frac{\text{مجـ ك}_{١}\,\text{ع}_{١}}{\text{مجـ ك}_{٠}\,\text{ع}_{١}}} \right) \times ١٠٠$$

أما بالنسبة لرقم مارشال ـ ادجورث فإنه باستخدام الوسط الحسابي لكميتي الأساس والمقارنة لترجيح الأسعار نجد أن:

$$\text{رقم (مارشال ـ ادجورث) للأسعار} = \frac{\text{مجـ ع}_{١}\,(\text{ك}_{٠} + \text{ك}_{١})}{\text{مجـ ع}_{٠}\,(\text{ك}_{٠} + \text{ك}_{١})} \times ١٠٠$$

كذلك نجد أن:

$$\text{رقم (مارشال ـ ادجورث) للكميات} = \frac{\text{مجـ ك}_{١}\,(\text{ع}_{٠} + \text{ع}_{١})}{\text{مجـ ك}_{٠}\,(\text{ع}_{٠} + \text{ع}_{١})} \times ١٠٠$$

مثال (٦):

من البيانات الخاصة بأسعار وكميات السلع أ، ب، جـ في مثال (٤) احسب الأرقام الآتية:

(١) رقم فيشر للأسعار (الرقم القياسي الأمثل للأسعار).

(٢) رقم فيشر للكميات (الرقم القياسي الأقل للكميات).

(٣) رقم مارشال ـ ادجورث للأسعار.

(٤) رقم مارشال ـ ادجورث للكميات.

الحـل:

$$\text{رقم فيشر للأسعار} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_0}{\text{مجـ ع}_0\text{ ك}_0} \cdot \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_1}{\text{مجـ ع}_0\text{ ك}_1}} \times ١٠٠$$

$$= \sqrt{\frac{٧١٥}{٥٥٠} \cdot \frac{٨٦٠}{٦٥٠}} \times ١٠٠$$

$$= ١٣١,١٤\%$$

$$\text{رقم فيشر للكميات} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ك}_1\text{ ع}_0}{\text{مجـ ك}_0\text{ ع}_0} \cdot \frac{\text{مجـ ك}_1\text{ ع}_1}{\text{مجـ ك}_0\text{ ع}_1}} \times ١٠٠$$

$$= \sqrt{\frac{٦٥٠}{٥٥٠} \cdot \frac{٨٦٠}{٧١٥}} \times ١٠٠$$

$$= ١١٩,٢\%$$

ومن جدول (٤٥) نجد أن:

$$\text{رقم (مارشال ـ ادجورث) للأسعار} = \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ (ك}_0\text{ + ك}_1\text{)}}{\text{مجـ ع}_0\text{ (ك}_0\text{ + ك}_1\text{)}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{١٥٧٥}{١٢٠٠} \times ١٠٠$$

$$= ٪١٣١,٢٥$$

رقم (مارشال ـ ادجورث) للكميات $= \frac{\text{مجـ } ك_{١} (ع_{٠} + ع_{١})}{\text{مجـ } ك_{٠} (ع_{٠} + ع_{١})} \times ١٠٠$

$$= \frac{١٥١٠}{١٢٦٥} \times ١٠٠$$

$$= ٪١١٩,٣٧$$

ومن هذه النتائج يلاحظ أن رقمي فيشر و(مارشال ـ ادجورث) يقعان بين رقمي لاسبيرز وباشي سواء بالنسبة للأسعار أو بالنسبة للكميات.

(٢) الأرقام القياسية بطريقة متوسط المناسيب

الوسط الحسابي البسيط للمناسيب:

وهو يساوي مجموع المناسيب مقسوماً على عددها فإن كان عدد المناسيب يساوي ن فإن:

الوسط الحسابي البسيط لمناسيب الأسعار $= \frac{١}{ن} \text{ مجـ } \left(\frac{ع_{١}}{ع_{٠}} \times ١٠٠ \right)$

جدول (٤٥) ـ أ

حساب رقم (مارشال ـ ادجورث) للأسعار

السلعة	$ع_0$	$ع_1$	$ك_0 + ك_1$	$ع_0 (ك_0 + ك_1)$	$ع_1 (ك_0 + ك_1)$
أ	١٥	٢٠	٣٠	٤٥٠	٦٠٠
ب	٥	٧	٥٠	٢٥٠	٣٥٠
جـ	٢٠	٢٥	٢٥	٥٠٠	٦٢٥
المجموع				١٢٠٠	١٥٧٥

جدول (٤٥) ـ ب

حساب رقم (مارشال ـ ادجورث) الكميات

السلعة	$ك_0$	$ك_1$	$ع_0 + ع_1$	$ك_0 (ع_0 + ع_1)$	$ك_1 (ع_0 + ع_1)$
أ	١٠	٢٠	٣٥	٣٥٠	٧٠٠
ب	٢٠	٣٠	١٢	٢٤٠	٣٦٠
جـ	١٥	١٠	٤٥	٦٧٥	٤٥٠
المجموع				١٢٦٥	١٥١٠

والوسط الحسابي البسيط لمناسيب الكميات

$$= \frac{1}{ن} \sum \left(\frac{ك_1}{ك_0} \times 100 \right)$$

الوسط الهندسي البسيط للمناسيب:

إذا كان عدد المناسيب يساوي ن فإن الوسط الهندسي للمناسيب يساوي الجذر النوني لحاصل ضرب المناسيب. وبأخذ اللوغاريتمات للطرفين نجد أن:

لو (الوسط الهندسي البسيط لمناسيب الأسعار)

$$= \frac{١}{ن} \text{ مجـ لو } \left(\frac{ع_١}{ع_٠} \times ١٠٠ \right)$$

أي يساوي الوسط الحسابي للوغاريتمات المناسيب. وكذلك نجد أن:

لو (الوسط الهندسي البسيط لمناسيب الكميات)

$$= \frac{١}{ن} \text{ مجـ لو } \left(\frac{ك_١}{ك_٠} \times ١٠٠ \right)$$

مثال (٧):

من البيانات الخاصة بأسعار السلع أ، ب، جـ في مثال (٤) احسب:

أولاً: الوسط الحسابي البسيط لمناسيب الأسعار.

ثانياً: الوسط الهندسي البسيط لمناسيب الأسعار.

الحـل:

$$\text{منسوب سعر السلعة (أ)} = \frac{٢٠}{١٥} \times ١٠٠ = ١٣٣,٣\%$$

$$\text{منسوب سعر السلعة (ب)} = \frac{٧}{٥} \times ١٠٠ = ١٤٠\%$$

$$\text{منسوب سعر السلعة (جـ)} = \frac{٢٥}{٢٠} \times ١٠٠ = ١٢٥\%$$

الوسط الحسابي البسيط لمناسيب الأسعار

$$= \frac{1}{3} \left(١٣٣,٣ + ١٤٠ + ١٢٥\right)$$

= ١٣٢,٨٪

لو (الوسط الهندسي البسيط لمناسيب الأسعار)

$$= \frac{1}{\text{ن}} \text{ مج لو } \left(\frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_0} \times ١٠٠ \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\text{لو } ١٣٣,٣ + \text{لو } ١٤٠ + \text{لو } ١٢٥\right)$$

= ٢,١٢٢٦

وبالكشف في جدول الاعداد المقابلة للوغاريتهات نجد أن:

الوسط الهندسي البسيط لمناسيب الأسعار = ١٣٢,٦

المتوسطات المرجحة للمناسيب:

يستخدم لترجيح المناسيب أحد القيم الأربعة الآتية:

$\text{ع}_0 \text{ك}_0$ وهي قيمة الكميات المستخدمة في فترة الأساس بأسعار فترة الأساس.

$\text{ع}_0 \text{ك}_1$ وهي قيم الكميات المستخدمة في فترة المقارنة بأسعار فترة الأساس

$\text{ع}_1 \text{ك}_0$ وهي قيمة الكميات المستخدمة في فترة الأساس بأسعار فترة المقارنة

$\text{ع}_1 \text{ك}_1$ وهي قيمة الكميات المستخدمة في فترة المقارنة بأسعار فترة المقارنة.

فلو رجحت مناسيب الأسعار بالقيم $\text{ع}_0 \text{ك}_0$ نجد أن:

الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم ($ع_0 ك_0$)

$$= \frac{\text{مجـ} \left[\frac{ع_1}{ع_0} \times ع_0 ك_0 \right]}{\text{مجـ } ع_0 ك_0} \times \text{١٠٠}$$

$$= \frac{\text{مجـ } ع_1 ك_0}{\text{مجـ } ع_0 ك_0} \times \text{١٠٠}$$

= رقم لاسبيرز للأسعار

ولو رجحت مناسيب الأسعار بالقيم $ع_0 ك_1$ نجد أن:

الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم ($ع_0 ك_1$)

$$= \frac{\text{مجـ} \left[\frac{ع_1}{ع_0} \times ع_0 ك_1 \right]}{\text{مجـ } ع_0 ك_1} \times \text{١٠٠}$$

$$= \frac{\text{مجـ } ع_1 ك_1}{\text{مجـ } ع_0 ك_1} \times \text{١٠٠}$$

= رقم باشي للأسعار

وبالمثل لو رجحت مناسيب الكميات بالقيم $ك_0 ع_0$ نحصل على رقم لاسبيرز للكميات ولو رجحت مناسيب الكميات بالقيم ($ك_0 ع_1$) نحصل على رقم باشي للكميات.

من ذلك يتضح أن طريقة المتوسطات المرجحة للمناسيب تمكن من الحصول على النتائج التي يمكن الحصول عليها من الأرقام التجميعية المرجحة وبالإضافة إلى ذلك فإن طريقة حسابها تتطلب ايجاد المناسيب، أولاً، مما يتيح للباحثين دراسة التغير في سعر (أو كمية) كل سلعة على حدة. وهذا قد يكون مطلوباً في كثير من الدراسات.

مثال (٨):

من البيانات الخاصة بأسعار وكميات السلع أ، ب، جـ في مثال (٤) احسب الوسط الحسابي المرجح لمناسيب الأسعار مرجحاً بالقيم ع. ك. ثم قارن الناتج الذي تحصل عليه برقم لاسبيرز للأسعار.

الحل:

نحسب أولاً منسوب السعر لكل سلعة كما في مثال (٧) ثم نضرب كل منسوب في الوزن المناظر (ع. ك.) ثم يقسم مجموع حواصل الضرب على مجموع الأوزان (مجـ ع. ك.).

جدول (٤٦)

حساب الوسط الحسابي المرجح لمناسيب الأسعار بالقيم (ع. ك.)

السلعة	ع.	ع١	ك.	منسوب السعر $\frac{ع_1}{ع.} \times ١٠٠$	ع. ك.	المنسوب × ع. ك.
أ	١٥	٢٠	١٠	١٣٣,٣٣	١٥٠	٢٠ ٠٠٠
ب	٥	٧	٢٠	١٤٠	١٠٠	١٤ ٠٠٠
جـ	٢٠	٢٥	١٥	١٢٥	٣٠٠	٣٧ ٥٠٠
المجموع					٥٥٠	٧١ ٥٠٠

الوسط الحسابي المرجح لمناسيب الأسعار

$$= \frac{مجـ \left[\frac{ع_1}{ع_.} \times ١٠٠ \times ع_. ك_. \right]}{مجـ ع_. ك_.}$$

$$= \frac{٧١٥٠٠}{٥٥٠} = ١٣٠\%$$

وهو نفس رقم لاسبيرز للأسعار الذي سبق أن حصلنا عليه في مثال (٤).

الأرقام القياسية بطريقة السلسلة (الأساس المتحرك)

عندما تبتعد سنوات المقارنة عن فترة الأساس مع مرور الزمن قد تختفي بعض السلع التي تدخل في تركيب الرقم القياسي من التداول كما قد تظهر سلع جديدة لم تكن موجودة في فترة الأساس كذلك قد يحدث تغير في أذواق المستلهكين يترتب عليه تغير في الأهمية النسبية للسلع ويتطلب ذلك تغير أوزان الترجيح لهذه السلع... كل هذه المشاكل يمكن التغلب عليها باستخدام فكرة الأساس المتحرك (طريقة السلسلة).

وتعتمد هذه الطريقة على تكوين أرقام قياسية تكون سنة الأساس لكل منها هي السنة السابقة لها مباشرة. فالرقم القياسي المتسلسل للأسعار (ذو الأساس المتحرك) يظهر منسوب السعر للسلع في كل سنة كنسبة مئوية من سعرها في السنة السابقة لها. وحيث أن التغير في أذواق المستلهكين وظهور السلع الجديدة واختفاء السلع القديمة لا يحدث طفرة وانما يحدث بالتدريج فإن استخدام فكرة الأساس المتحرك تمكن من تغيير الأوزان ومن استبدال السلع التي تدخل في تركيب الرقم تدريجياً كلما تطلب الأمر ذلك.

مثال (٩):

الجدول الآتي يبين سعر احدى السلع بالجنيهات في الفترة من ١٩٧٥ حتى ١٩٨٠.

السنة	١٩٧٥	١٩٧٦	١٩٧٧	١٩٧٨	١٩٧٩	١٩٨٠
السعر	٤٥٠	٤٧٧	٤٨٦	٥٠٤	٥١٣	٥٤٠

والمطلوب حساب منسوب السعر:

أولاً: باعتبار سنة الأساس هي ١٩٧٥.

ثانياً: باستخدام الأساس المتحرك.

الحـل:

جدول (٤٧)

حساب منسوب السعر بأساس ثابت وأساس متحرك

السنة	سعر السلعة	منسوب السعر	
		(١٩٧٥ = ١٠٠)	أساس متحرك
١٩٧٥	٤٥٠	١٠٠	—
١٩٧٦	٤٧٧	١٠٦	١٠٦
١٩٧٧	٤٨٦	١٠٨	١٠٢
١٩٧٨	٥٠٤	١١٢	١٠٤
١٩٧٩	٥١٣	١١٤	١٠٢
١٩٨٠	٥٤٠	١٢٠	١٠٥

لايجاد منسوب السلعة باعتبار أن سنة ١٩٧٥ هي سنة الأساس يقسم سعر السلعة لكل سنة على سعرها سنة ١٩٧٥ ويضرب الناتج في مائة، فمثلاً:

منسوب السعر لسنة ١٩٧٧ = $\frac{١٠٠ \times ٤٨٦}{٤٥٠}$ = ١٠٨٪

وقد حسبت هذه المناسيب في العمود الثالث من جدول (٤٧).

ولإيجاد منسوب السعر بأساس متحرك يقسم سعر السلعة لكل سنة على سعرها في السنة السابقة لها ويضرب الناتج في مائة. فمثلاً:

منسوب السعر (بأساس متحرك) لسنة ١٩٧٧ = $\frac{١٠٠ \times ٤٨٦}{٤٧٧}$

= ١٠٢٪

وقد حسبت هذه المناسيب في العمود الرابع من جدول (٤٧).

التحويل من أساس ثابت إلى متحرك (أو العكس):

إذا كانت هناك سلسلة من الأرقام القياسية بأساس ثابت وأريد تحويلها إلى أساس متحرك فيقسم كل رقم على الرقم المناظر له في السنة السابقة مباشرة ويضرب الناتج في مائة.

ففي المثال السابق مثلاً نجد أن منسوب السعر لسلعة ١٩٧٨ هو ١١٢ (باعتبار أن سنة الأساس هي ١٩٧٥) وأن منسوب السعر لسنة ١٩٧٧ هو ١٠٨ وبالتالي فإن:

منسوب السعر (بأساس متحرك) لسنة ١٩٧٨ = $\frac{١١٢}{١٠٨} \times ١٠٠$

= ١٠٤٪

ولتوضيح ذلك سنرمز لسعر السلعة لسنة ١٩٧٨ بالرمز $ع_{١٩٧٨}$ ولسعرها سنة ١٩٧٥ بالرمز $ع_{١٩٧٥}$ ولسعرها سنة ١٩٧٧ بالرمز $ع_{١٩٧٧}$ وبالتالي فإن:

منسوب السعر لسنة ١٩٧٨ بالنسبة لسنة ١٩٧٥

$$= \frac{ع_{١٩٧٨}}{ع_{١٩٧٥}} \times ١٠٠$$

، منسوب السعر لسنة ١٩٧٧ بالنسبة لسنة ١٩٧٥

$$= \frac{ع_{١٩٧٧}}{ع_{١٩٧٥}} \times ١٠٠$$

وبقسمة منسوب سنة ١٩٧٨ على منسوب ١٩٧٧ وضرب الناتج في مائة ينتج:

$$\frac{\frac{ع_{١٩٧٨}}{ع_{١٩٧٥}} \times ١٠٠}{\frac{ع_{١٩٧٧}}{ع_{١٩٧٥}} \times ١٠٠} \times ١٠٠$$

$$= \frac{ع_{١٩٧٨}}{ع_{١٩٧٥}} \times \frac{ع_{١٩٧٥}}{ع_{١٩٧٧}} \times ١٠٠$$

$$\frac{ع_{١٩٧٨}}{ع_{١٩٧٧}} \times ١٠٠$$

= منسوب السعر لسنة ١٩٧٨ بأساس متحرك.

أما للتحويل من أساس متحرك إلى أساس ثابت فنضرب كل رقم

$$\times \frac{\text{الرقم المناظر له في السنة التي تسبقها}}{١٠٠} \times \text{(بأساس متحرك)}$$

$$\text{حتى نصل الى سنة الأساس.} \cdots \times \frac{\text{الرقم المناظر له في السنة التي تسبقها}}{١٠٠}$$

فلإيجاد منسوب السعر لسنة ١٩٧٨ بالنسبة لسنة ١٩٧٥ كأساس باستخدام المناسيب بأساس متحرك نجد أن:

$$١٠٠ \times \left(\frac{ع_{١٩٧٦}}{ع_{١٩٧٥}} \times \frac{ع_{١٩٧٧}}{ع_{١٩٧٦}} \times \frac{ع_{١٩٧٨}}{ع_{١٩٧٧}} \right) = ١٠٠ \times \frac{ع_{١٩٧٨}}{ع_{١٩٧٥}}$$

$$\times \left(\frac{١٠٠ \times \frac{ع_{١٩٧٧}}{ع_{١٩٧٦}}}{١٠٠} \right) \times \left(١٠٠ \times \frac{ع_{١٩٧٨}}{ع_{١٩٧٧}} \right) =$$

$$\left(\frac{١٠٠ \times \frac{ع_{١٩٧٦}}{ع_{١٩٧٥}}}{١٠٠} \right) \times$$

$$\frac{\text{المنسوب بأساس متحرك لسنة ١٩٧٧}}{١٠٠} \times \text{المنسوب بأساس متحرك لسنة ١٩٧٨} =$$

$$\frac{\text{المنسوب بأساس متحرك لسنة ١٩٧٦}}{١٠٠} \times$$

ومن المثال السابق نجد أن منسوب السعر لسنة ١٩٧٨ بالنسبة لسنة ١٩٧٥ كأساس:

$$= \text{١٠٤} \times \frac{\text{١٠٢}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١٠٦}}{\text{١٠٠}} \times \text{١١٢٪}$$

وبالمثل ومنسوب السعر لسنة ١٩٨٠ بالنسبة لسنة ١٩٧٥ كأساس

$$= \text{١٠٥} \times \frac{\text{١٠٢}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١٠٤}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١٠٢}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١٠٦}}{\text{١٠٠}} = \text{١٢٠٪}$$

ويلاحظ أنه في حالة استخدام صيغ تجميعية مرجحة لا يعطى التحويل من أساس ثابت إلى متحرك (أو العكس) نفس النتائج الدقيقة كما في حالة المنسوب. فإذا استخدم رقم لاسبيرز على سبيل المثال لسلعة واحدة سعرها ع وكميتها ك وحسب الرقم لسنتي ١٩٧٦، ١٩٧٧ بالنسبة إلى سنة ١٩٧٥ كأساس ثابت نجد أن:

رقم لاسبرز لسنة ١٩٧٦ بالنسبة الى سنة ١٩٧٥

$$= \frac{\text{ع}_{\text{١٩٧٦}}\ \text{ك}_{\text{١٩٧٥}}}{\text{ع}_{\text{١٩٧٥}}\ \text{ك}_{\text{١٩٧٥}}} \times \text{١٠٠}$$

ورقم لاسبيرز لسنة ١٩٧٧ بالنسبة إلى سنة ١٩٧٥

$$= \frac{\text{ع}_{\text{١٩٧٧}}\ \text{ك}_{\text{١٩٧٥}}}{\text{ع}_{\text{١٩٧٥}}\ \text{ك}_{\text{١٩٧٥}}} \times \text{١٠٠}$$

وللتحويل من أساس ثابت الى أساس متحرك بقسمة رقم سنة ١٩٧٧ على رقم سنة ١٩٧٦ وضرب الناتج x ١٠٠ نجد أن:

$$= \frac{\dfrac{\sum \text{ع}_{1977}\ \text{ك}_{1975}}{\sum \text{ع}_{1975}\ \text{ك}_{1975}} \times 100}{\dfrac{\sum \text{ع}_{1976}\ \text{ك}_{1975}}{\sum \text{ع}_{1975}\ \text{ك}_{1975}} \times 100} \times 100$$

$$= \frac{\sum \text{ع}_{1977}\ \text{ك}_{1975}}{\sum \text{ع}_{1975}\ \text{ك}_{1975}} \cdot \frac{\sum \text{ع}_{1975}\ \text{ك}_{1975}}{\sum \text{ع}_{1976}\ \text{ك}_{1975}} \times 100$$

$$= \frac{\sum \text{ع}_{1977}\ \text{ك}_{1975}}{\sum \text{ع}_{1976}\ \text{ك}_{1975}} \times 100$$

وهذا يختلف عن رقم لاسبيرز لسنة ١٩٧٧ بالنسبة الى سنة ١٩٧٦ كأساس لأن هذا الأخير يساوي:

$$= \frac{\sum \text{ع}_{1977}\ \text{ك}_{1976}}{\sum \text{ع}_{1976}\ \text{ك}_{1976}} \times 100$$

أما إذا كان لدينا رقم لاسبيرز بأساس متحرك للسنوات ١٩٧٦، ١٩٧٧

حيث رقم سنة ١٩٧٦ (بأساس متحرك)

$$= \frac{\sum \text{ع}_{1976}\ \text{ك}_{1975}}{\sum \text{ع}_{1975}\ \text{ك}_{1975}} \times 100$$

، رقم سنة ١٩٧٧ (بأساس متحرك)

$$= \frac{\sum \text{ع}_{1977}\ \text{ك}_{1976}}{\sum \text{ع}_{1976}\ \text{ك}_{1976}} \times 100$$

وأريد تحويل رقم سنة ١٩٧٧ إلى أساس ثابت لسنة ١٩٧٥ واستخدمت نفس الطريقة السابق شرحها فيجب ضرب رقم سنة ١٩٧٧ (بأساس ١٩٧٦) x رقم سنة ١٩٧٦ (بأساس ١٩٧٥) وقسمة الناتج على ١٠٠ فنجد أن:

$$\frac{\text{ع}_{1977}\,\text{ك}_{1976}}{\text{ع}_{1976}\,\text{ك}_{1976}} \times 100 \times \frac{\left(\frac{\text{ع}_{1976}\,\text{ك}_{1975}}{\text{ع}_{1975}\,\text{ك}_{1975}} \times 100\right)}{100}$$

$$= \frac{\text{ع}_{1977}\,\text{ك}_{1976}}{\text{ع}_{1976}\,\text{ك}_{1976}} \times \frac{\text{ع}_{1976}\,\text{ك}_{1975}}{\text{ع}_{1975}\,\text{ك}_{1975}} \times 100$$

وهذا يختلف عن رقم لاسبيرز للأسعار لسنة ١٩٧٧ بالنسبة لسنة ١٩٧٥ كأساس لأن هذا الأخير يساوي:

$$= \frac{\text{ع}_{1977}\,\text{ك}_{1975}}{\text{ع}_{1975}\,\text{ك}_{1975}} \times 100$$

اختبار الأرقام القياسية

للمفاضلة بين الأرقام القياسية يمكن اخضاعها لاختباري الانعكاس في الزمن والانعكاس في المعامل.

اختبار الانعكاس في الزمن:

إذا كان الرقم القياسية لسعر سلعة معينة في سنة المقارنة بالنسبة إلى سنة الأساس = ١٢٥٪ ووجد أن الرقم القياسي لسعر هذه السلعة في سنة الأساس بالنسبة الى سنة المقارنة يساوي مقلوب الرقم السابق أي يساوي

$\frac{100}{125}$ = ٨٠٪ يقال أن هذا الرقم ينعكس في الزمن أي أن حاصل ضرب الرقم x بديله الزمني = ١

$$\frac{ع_1}{ع_0} \times \frac{ع_0}{ع_1} = 1$$

والبديل الزمني لأي رقم يمكن الحصول عليه باستبدال فترتي الأساس والمقارنة أي باستبدال الدليل (١ ، ٠) ، (٠ ، ١) الملحق بالسعر أو بالكمية.

ولمعرفة ما إذا كان أي رقم قياسي يجتاز اختبار الانعكاس في الزمن نوجد حاصل ضرب الرقم x بديله الزمني فإذا كان يساوي الوحدة يكون الرقم قابلاً للانعكاس في الزمن. وفيما يلي سنطبق هذا الاختبار على الأرقام القياسية للأسعار التي درسناها وما ينطبق على الأسعار ينطبق على الكميات.

الرقم التجميعي البسيط للأسعار:

صيغته $\frac{مجـ ع_1}{مجـ ع_0}$ وبديله الزمني $\frac{مجـ ع_0}{مجـ ع_1}$

وحاصل الضرب = $\frac{مجـ ع_1}{مجـ ع_0} \times \frac{مجـ ع_0}{مجـ ع_1} = 1$

أي أن الرقم التجميعي البسيط للأسعار ينعكس في الزمن.

رقم لاسبيرز للأسعار:

صيغته $\frac{مجـ ع_1 ك_0}{مجـ ع_0 ك_0}$ وبديله الزمني $\frac{مجـ ع_0 ك_1}{مجـ ع_1 ك_1}$

$$\text{وحاصل الضرب} = \frac{\text{مح ع}_{1}\,\text{ك}_{0}}{\text{مح ع}_{0}\,\text{ك}_{0}} \cdot \frac{\text{مح ع}_{0}\,\text{ك}_{1}}{\text{مح ع}_{1}\,\text{ك}_{1}} \ \text{لا يساوي } 1$$

أي أن رقم لاسبيرز للأسعار لا يجتاز اختبار الانعكاس في الزمن.

رقم باشي للأسعار:

$$\text{صيغته } \frac{\text{مح ع}_{1}\,\text{ك}_{1}}{\text{مح ع}_{0}\,\text{ك}_{1}} \quad \text{وبديله الزمني } \frac{\text{مح ع}_{0}\,\text{ك}_{0}}{\text{مح ع}_{1}\,\text{ك}_{0}}$$

$$\text{وحاصل الضرب } \frac{\text{مح ع}_{1}\,\text{ك}_{1}}{\text{مح ع}_{0}\,\text{ك}_{1}} \cdot \frac{\text{مح ع}_{0}\,\text{ك}_{0}}{\text{مح ع}_{1}\,\text{ك}_{0}} \ \text{لا يساوي } 1$$

إذن رقم باشي للأسعار لا ينعكس في الزمن.

رقم (مارشال ـ ادجورث) للأسعار:

$$\text{صيغته } \frac{\text{مح ع}_{1}\,(\text{ك}_{0} + \text{ك}_{1})}{\text{مح ع}_{0}\,(\text{ك}_{0} + \text{ك}_{1})} \quad \text{وبديله الزمني } \frac{\text{مح ع}_{0}\,(\text{ك}_{1} + \text{ك}_{0})}{\text{مح ع}_{1}\,(\text{ك}_{1} + \text{ك}_{0})}$$

وحاصل الضرب =

$$\frac{\text{مح ع}_{1}\,(\text{ك}_{0} + \text{ك}_{1})}{\text{مح ع}_{0}\,(\text{ك}_{0} + \text{ك}_{1})} \cdot \frac{\text{مح ع}_{0}\,(\text{ك}_{1} + \text{ك}_{0})}{\text{مح ع}_{1}\,(\text{ك}_{1} + \text{ك}_{0})} = 1$$

أي أن رقم (مارشال ادجورث) للأسعار قابل للانعكاس في الزمن.

رقم فيشر للأسعار (الرقم القياسي الأمثل):

$$\text{صيغته } \sqrt{\frac{\text{مح ع}_{1}\,\text{ك}_{0}}{\text{مح ع}_{0}\,\text{ك}_{0}} \cdot \frac{\text{مح ع}_{1}\,\text{ك}_{1}}{\text{مح ع}_{0}\,\text{ك}_{1}}}$$

$$\text{وبديله الزمني} \quad \sqrt{\frac{\text{مجـ ع}_{٠}\,\text{ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{١}\,\text{ك}_{١}} \cdot \frac{\text{مجـ ع}_{٠}\,\text{ك}_{٠}}{\text{مجـ ع}_{١}\,\text{ك}_{٠}}}$$

وحاصل الضرب =

$$\sqrt{\frac{\text{مجـ ع}_{١}\,\text{ك}_{٠}}{\text{مجـ ع}_{٠}\,\text{ك}_{٠}} \cdot \frac{\text{مجـ ع}_{١}\,\text{ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{٠}\,\text{ك}_{١}}} \times \sqrt{\frac{\text{مجـ ع}_{٠}\,\text{ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{١}\,\text{ك}_{١}} \cdot \frac{\text{مجـ ع}_{٠}\,\text{ك}_{٠}}{\text{مجـ ع}_{١}\,\text{ك}_{٠}}}$$

إذن رقم فيشر للأسعار قابل للانعكاس في الزمن.

اختبار الانعكاس في المعامل:

تستخدم فكرة انعكاس المعامل في اختبار الأرقام القياسية ويمكن ايجاد البديل المعاملي لأي رقم قياسي باستبدال الأسعار بالكميات والكميات بالأسعار مع بقاء سنوات الأساس والمقارنة كما هي.

$$\text{فمنسوب السعر} \quad \frac{\text{ع}_{١}}{\text{ع}_{٠}} \quad \text{يكون بديله المعاملي} \quad \frac{\text{ك}_{١}}{\text{ك}_{٠}}$$

$$\text{ونجد أن حاصل الضرب} \quad \frac{\text{ع}_{١}}{\text{ع}_{٠}} \cdot \frac{\text{ك}_{١}}{\text{ك}_{٠}} \quad \text{يساوي}$$

$$\frac{\text{ع}_{١}\,\text{ك}_{١}}{\text{ع}_{٠}\,\text{ك}_{٠}} \quad \text{أي يساوي الرقم القياسي للقيمة}$$

وبالتالي يمكن استخدام فكرة انعكاس المعامل في اختبار الأرقام القياسية. فإذا كان حاصل ضرب الرقم في بديله المعاملي يساوي الرقم القياسي للقيمة يكون الرقم قابلاً للانعكاس في المعامل. وبتطبيق ذلك على الأرقام القياسية للأسعار التي درسناها نجد أن:

الرقم التجميعي البسيط:

$$\text{صيغته}\quad \frac{\text{مجـ ع}_{١}}{\text{مجـ ع}_{٠}} \quad \text{وبديله العاملي} \quad \frac{\text{مجـ ك}_{١}}{\text{مجـ ك}_{٠}}$$

$$\text{وحاصل الضرب}\quad \frac{\text{مجـ ع}_{١}}{\text{مجـ ع}_{٠}} \cdot \frac{\text{مجـ ك}_{١}}{\text{مجـ ك}_{٠}} \quad \text{لا يساوي} \quad \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{٠}\text{ ك}_{٠}}$$

أي أن الرقم التجميعي البسيط لا ينعكس في العامل.

رقم لاسبيرز للأسعار:

$$\text{صيغته}\quad \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{٠}}{\text{مجـ ع}_{٠}\text{ ك}_{٠}} \quad \text{وبديله العاملي} \quad \frac{\text{مجـ ك}_{١}\text{ ع}_{٠}}{\text{مجـ ك}_{٠}\text{ ع}_{٠}}$$

$$\text{وحاصل الضرب}\quad \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{٠}}{\text{مجـ ع}_{٠}\text{ ك}_{٠}} \quad \frac{\text{مجـ ك}_{١}\text{ ع}_{٠}}{\text{مجـ ك}_{٠}\text{ ع}_{٠}}$$

$$\text{لا يساوي}\quad \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{٠}\text{ ك}_{٠}}$$

أي لا ينعكس في العامل.

رقم باشي للأسعار:

$$\text{صيغته}\quad \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{٠}\text{ ك}_{١}} \quad \text{وبديله العاملي} \quad \frac{\text{مجـ ك}_{١}\text{ ع}_{١}}{\text{مجـ ك}_{٠}\text{ ع}_{١}}$$

$$\text{وحاصل الضرب}\quad \frac{\text{مجـ ع}_{١}\text{ ك}_{١}}{\text{مجـ ع}_{٠}\text{ ك}_{١}} \cdot \frac{\text{مجـ ك}_{١}\text{ ع}_{١}}{\text{مجـ ك}_{٠}\text{ ع}_{١}}$$

$$\text{لا يساوي}\quad \frac{\text{مجـ } ع_1 \, ك_1}{\text{مجـ } ع_0 \, ك_0}$$

أي لا ينعكس في العامل.

رقم (مارشال ـ ادجورث) للأسعار:

$$\text{صيغته}\quad \frac{\text{مجـ } ع_1 \, (ك_0 + ك_1)}{\text{مجـ } ع_0 \, (ك_0 + ك_1)}$$

$$\text{وبديله العاملي}\quad \frac{\text{مجـ } ك_1 \, (ع_0 + ع_1)}{\text{مجـ } ك_0 \, (ع_0 + ع_1)}$$

وحاصل الضرب

$$\frac{\text{مجـ } ع_1 \, (ك_0 + ك_1)}{\text{مجـ } ع_0 \, (ك_0 + ك_1)} \cdot \frac{\text{مجـ } ك_1 \, (ع_0 + ع_1)}{\text{مجـ } ك_0 \, (ع_0 + ع_1)}$$

$$\text{لا يساوي}\quad \frac{\text{مجـ } ع_1 \, ك_1}{\text{مجـ } ع_0 \, ك_0}$$

أي لا ينعكس في العامل.

رقم فيشر للأسعار (الرقم القياسي الأمثل):

$$\text{صيغته}\quad \sqrt{\frac{\text{مجـ } ع_1 \, ك_0}{\text{مجـ } ع_0 \, ك_0} \cdot \frac{\text{مجـ } ع_1 \, ك_1}{\text{مجـ } ع_0 \, ك_1}}$$

$$\text{وبديله العاملي}\quad \sqrt{\frac{\text{مجـ } ك_1 \, ع_0}{\text{مجـ } ك_0 \, ع_0} \cdot \frac{\text{مجـ } ك_1 \, ع_1}{\text{مجـ } ك_0 \, ع_1}}$$

وحاصل الضرب

$$\sqrt{\frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_0}{\text{مجـ ع}_0\text{ ك}_0} \cdot \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_1}{\text{مجـ ع}_0\text{ ك}_1}}$$

$$\times \sqrt{\frac{\text{مجـ ك}_1\text{ ع}_0}{\text{مجـ ك}_0\text{ ع}_0} \cdot \frac{\text{مجـ ك}_1\text{ ع}_1}{\text{مجـ ك}_0\text{ ع}_1}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_1}{\text{مجـ ع}_0\text{ ك}_0}\right)^2} = \frac{\text{مجـ ع}_1\text{ ك}_1}{\text{مجـ ع}_0\text{ ك}_0}$$

أي أن رقم فيشر للأسعار قابل للانعكاس في المعامل ونظراً لاجتيازه جميع الاختبارات فقد سمى بالرقم القياسي الأمثل.

بعض الأرقام القياسية في جمهورية مصر العربية

(١) الرقم القياسي لأسعار الجملة:

الغرض من هذا الرقم هو التعرف على التغير في أسعار السلع المتداولة في أسواق الجملة. ويصدر الجهاز المركزي للتعبئة العامة والاحصاء في مصر أربعة أرقام قياسية شهرية لأسعار الجملة.

الرقم الأول:

بدأت مصلحة الإحصاء والتعداد بنشر هذا الرقم اعتباراً من سنة ١٩١٤ واعتبرت فترة الأساس له التسعة عشر شهراً السابقة للحرب العالمية الأولى أي من ١٩١٣/١/١ حتى ١٩١٤/٧/٣١ وذلك بحساب الوسط الهندسي لمناسيب ٢٦ سلعة معظمها سلع زراعية أو غذائية منتجة محلياً لمدينتي القاهرة والاسكندرية.

الرقم الثاني:

لتلافي عيوب الرقم الأول الذي يعطي جميع السلع نفس الأهمية النسبية والذي ابتعدت فترة أساسه عن سنوات المقارنة، وعدم شموله للسلع المصنوعة أو المستوردة أصدرت مصلحة الاحصاء الرقم الثاني عام ١٩٣٥ واستخدم لحسابه فكرة الأساس المتحرك واتسع نطاق الرقم ليشمل ٨٧ سلعة وعلى مستوى الجمهورية واستخدمت عدة مناسيب لبعض السلع لاعطائها أهمية نسبية أكثر (ترجيح غير مباشر) ثم حسب الوسط الهندسي للمناسيب الذي بلغ عددها ٩٢ منسوباً.

الرقم الثالث:

اعتبرت فترة الاساس لهذا الرقم الثلاثة شهور السابقة للحرب العالمية الثانية (يونيو - يوليو - اغسطس ١٩٣٩) وشمل ١٠٣ سلعة مقسمة الى ١٥ مجموعة ثم حسب رقم قياس لكل مجموعة متبعاً أسلوب الترجيح غير المباشر باستخدام الوسط الهندسي للمناسيب. أما الرقم القياسي العام فهو الوسط الهندسي لأوساط المناسيب.

الرقم الرابع:

قام الجهاز المركزي للتعبئة العامة والاحصاء سنة ١٩٧٠ بتركيب رقم جديد لأسعار الجملة واعتبر فترة الأساس متوسط أسعار ١٩٦٦/٦٥ وشمل الرقم ٤٤٠ سلعة مقسمة الى مجموعات وفق التقسيم الوارد في دليل النشاط الاقتصادي لتجارة الجملة لتشمل ١٧ فصلاً رئيسياً، ٤١ مجموعة فرعية. واستخدم صيغة الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم في فترة الأساس أي (ع. ك.).

الرقم القياسي لنفقة المعيشة:

تقاس نفقة المعيشة بجملة ما ينفقه الفرد على ما يستهلكه من سلع وخدمات فإذا ارتفعت أسعار هذه السلع والخدمات زادت نفقة المعيشة وإذا

انخفضت هذه الأسعار قلَّت نفقة المعيشة. وعندما يتوجه الافراد إلى الأسواق لشراء حاجياتهم فإنهم يتعاملون بأسعار التجزئة وليس بأسعار الجملة. لذلك يسمى البعض الرقم القياسي لنفقة المعيشة بالرقم القياسي لأسعار التجزئة.

وينبغي هنا عدم الخلط بين نفقة المعيشة ومستوى المعيشة فنفقة المعيشة تتأثر بالأسعار كما أوضحنا بينما مستوى المعيشة يقاس بكمية السلع والخدمات التي يحصل عليها الفرد في فترة زمنية معينة.

الرقم الأول:

قامت مصلحة الاحصاء سنة ١٩٢٠ بعمل بحث عن نفقة المعيشة لعدد من أسر صغار الموظفين والمستخدمين لمعرفة كيفية توزيع الدخل على بنود الانفاق المختلفة فقمست بنود الانفاق إلى سبعة بنود وحسبت النسب المئوية للمنفق على كل بند من هذه البنود لاستخدامها كأوزان للترجيح عند حساب الرقم القياسي لنفقة المعيشة. حيث اتخذت الفترة من ١٩١٣/١/١ إلى ١٩١٤/٧/٣١ كفترة أساس ثم حسبت رقماً قياسياً لكل بند من البنود السبعة ثم حسبت الرقم القياسي لنفقة المعيشة كوسط حسابي مرجح للأرقام القياسية السبعة مستخدمة في الترجيح النسب المئوية السابق حسابها.

الرقم الثاني:

نظراً لبعد فترة الأساس عن سنوات المقارنة وتغير النمط الاستهلاكي بعد الحرب العالمية الثانية قامت مصلحة الاحصاء بنشر رقم جديد لنفقة المعيشة مرجحاً بأوزان جديدة واختارت فترة الاساس لهذا الرقم الثلاثة شهور السابقة للحرب العالمية الثانية (يونيو، يوليو، اغسطس ١٩٣٩) ويوضح جدول (٤٨) الأوزان الجديدة مقارنة بالأوزان المستخدمة في الرقم الأول.

جدول (٤٨)

النسب المئوية للانفاق على أبواب الانفاق السبعة

بنود الانفاق	الأوزان (٪)	
	القديمة	الجديدة
١ ـ الغذاء	٥١,٩	٤٥,٠
٢ ـ المسكن	١١,٧	١٦,٠
٣ ـ أجور الانتقال	١,٤	٣,٠
٤ ـ سجاير ومصروفات نثرية	٥,٨	٥,٨
٥ ـ الملبس	١٦,٧	١٦,٧
٦ ـ المصروفات المدرسية	٦,١	٦,٥
٧ ـ مصروفات أخرى	٦,٤	٧,٠
المجموع	١٠٠	١٠٠

الرقم الثالث:

قام الجهاز المركزي للتعبئة العامة والاحصاء سنة ١٩٦٧ بنشر سلسلة جديدة للأرقام القياسية باعتبار فترة الأساس (١٩٦٧/٦٦ = ١٠٠) كما استخلصت بيانات بحث ميزانية الأسرة لعام ١٩٦٥/٦٤ لاستخراج أوزان جديدة للترجيح واتسع نطاق الرقم ليشمل ١١ مدينة بعد أن كانت الأرقام السابقة قاصرة على مدينة القاهرة فقط. ونظراً لاختلاف النمط الاستهلاكي في الريف عنه من الحضر فقد تم نشر رقم خاص بالريف وآخر بالحضر.

مثال (١٠):

الآتي بيان مناسيب الأسعار لشهر ديسمبر ١٩٨٠ والنسبة المئوية للمنفق على البنود المختلفة للانفاق.

بنود الانفاق	مناسيب الأسعار (يناير ١٩٧٠ = ١٠٠)	نسبة المنفق ٪
الغذاء	١١٠	٥٠
المسكن	١٢٠	١٨
الملبس	١١٥	١٧
مصروفات أخرى	١٠٨	١٥

والمطلوب:

حساب الرقم القياسي لنفقة المعيشة لشهر ديسمبر سنة ١٩٨٠ باعتبار يناير سنة ١٩٧٠ كأساس.

الحــل:

$$\text{الرقم القياسي لنفقة المعيشة} = \frac{\text{مجـ س ق}}{\text{مجـ ق}}$$

$$= \frac{(١١٠ \times ٥٠) + (١٢٠ \times ١٨) + (١١٥ \times ١٧) + (١٠٨ \times ١٥)}{٥٠ + ١٨ + ١٧ + ١٥}$$

$$= \frac{١١٢٣٥}{١٠٠} = ١١٢,٣٥٪$$

مثال (١١):

الآتي بيان بمتوسط أجر العامل في الساعة وعدد ساعات العمل الأسبوعية والرقم القياسي لنفقة المعيشة (١٩٦٠ = ١٠٠) لسنتي ١٩٧٠،

١٩٨٠ . والمطلوب معرفة التغير الذي طرأ على مستوى معيشة هؤلاء العمال خلال هذه الفترة.

السنة	متوسط أجر العامل بالجنيه في الساعة	عدد ساعات العمل الاسبوعية	الرقم القياسي لنفقة المعيشة (١٩٦٠ = ١٠٠)
١٩٧٠	٠,٣٠	٤٨	١٢٠
١٩٨٠	٠,٤٠	٤٢	١٤٥

الحل:

متوسط أجر العامل في الأسبوع سنة ١٩٧٠ = ٠,٣٠ x ٤٨

= ١٤,٤ جنيه

متوسط أجر العامل في الأسبوع سنة ١٩٨٠ = ٠,٤٠ x ٤٢

= ١٦,٨ جنيه

متوسط الأجر سنة ١٩٧٠ (بأسعار ١٩٦٠)

$$= ١٤,٤ \times \frac{١٠٠}{١٢٠} = ١٢ \text{ جنيه}$$

متوسط الأجر سنة ١٩٨٠ (بأسعار ١٩٦٠)

$$= ١٦,٨ \times \frac{١٠٠}{١٤٥} = ١١,٦ \text{ جنيه}$$

ومن ذلك أن مستوى معيشة هؤلاء العمال قد انخفض نظراً لانخفاض دخلهم الحقيقي.

تمارين

(١) فيما يلي بيان بأسعار وكميات السلع أ، ب، جـ في عامي ١٩٧٠، ١٩٨٠.

السلعة	الأسعار		الكميات	
	١٩٧٠	١٩٨٠	١٩٧٠	١٩٨٠
أ	٣٠	٣٥	٤٠	٦٠
ب	١٠	١٢	٨٠	١٠٠
جـ	٣٥	٥٠	٢٠	٤٠

والمطلوب حساب:

(أ) منسوب السعر ومنسوب الكمية ومنسوب القيمة.

(ب) الوسط الحسابي البسيط والوسط الهندسي البسيط لمناسيب الأسعار.

(جـ) الرقم التجميعي البسيط للأسعار.

(د) الرقم التجميعي للأسعار مرجحاً بكميات سنة الأساس (رقم لاسبيرز للأسعار).

(هـ) الرقم التجميعي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة (رقم باشي للأسعار).

(و) رقمي لاسبيرز وباشي للكميات.

(ز) رقم فيشر (الرقم القياسي الأمثل) للأسعار.

(ح) رقم مارشال ـ ادجورت للأسعار.

(ط) رقمي فيشر، (مارشال ـ ادجورث) للكميات.

(٢) من بيانات السؤال الأول أحسب:

(أ) الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار مرجحاً بالقيم ع. ك١ وقارن الناتج برقم باشي للأسعار.

(ب) الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار مرجحاً بالقيم ع. ك. وقارن الناتج برقم لاسبيرز للأسعار.

(٣) فيما يلي بيان باجمالي الصادرات بملايين الجنيهات في السنوات من ١٩٦٧ حتى ١٩٧٢.

السنوات	١٩٦٧	١٩٦٨	١٩٦٩	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢
الصادرات	٢٦٣	٢٤٦	٢٧٠	٣٢٢	٣٤٣	٣٥٩

والمطلوب حساب:

(أ) الأرقام القياسية للصادرات باتخاذ سنة ١٩٦٧ كأساس.

(ب) الأرقام القياسية للصادرات بطريقة السلسلة (بأساس متحرك).

(جـ) حول الأرقام القياسية للصادرات التي سنة أساسها ١٩٦٧ إلى أرقام سنة أساسها ١٩٧٠.

(٤) الجدول الآتي يعرض منسوب السعر لاحدى السلع لبعض السنوات والمطلوب استكمال بيانات الجدول.

السنوات	منسوب السعر	
	(١٩٧٠ = ١٠٠)	(١٩٧٦ = ١٠٠)
١٩٧٠	١٠٠	
١٩٧٤	١٧٩	
١٩٧٦	٢٣٥	١٠٠
١٩٧٨		١٥٠
١٩٨٢		٢٥٦

(٥) اذا علمت أن منسوب السعر لاحدى السلع سنة ١٩٨٠ باتخاذ سنة ١٩٧٠ كأساس يساوي ١٦٥٪ وأن منسوب السعر لسنة ١٩٨٠ باتخاذ

سنة ١٩٧٥ كأساس يساوي ١٤٠٪. فاحسب منسوب السعر سنة ١٩٧٥ باتخاذ سنة ١٩٧٠ كأساس.

(٦) بين كيف تختبر الأرقام القياسية وأي الأرقام التي درستها يجتاز جميع هذه الاختبارات.

(٧) اختبر الأرقام القياسية الآتية من حيث الانعكاس في الزمن.
(أ) الرقم التجميعي البسيط للأسعار.
(ب) رقم لاسبيرز للأسعار.
(جـ) رقم فيشر للأسعار.

(٨) (أ) تكلم بإيجاز عن الرقم القياسي لأسعار الجملة في مصر.
(ب) أذكر الفرق بين نفقة المعيشة ومستوى المعيشة.

(٩) اجريت دراسة لانشاء ورصف أحد الطرق سنة ١٩٧٠ فوجد أن المبلغ اللازم لذلك هو ٢٠ مليون جنيه، منها ٢٥٪ أجور والباقي تكاليف أخرى تتضمن قيمة مواد خام وايجارات معدات. فإذا علمت أن الرقم القياسي للأجور:

في سنة ١٩٧٠ (باتخاذ سنة ١٩٦٠ كأساس) هو ١٢٥٪
وفي سنة ١٩٨٠ (باتخاذ سنة ١٩٦٠ كأساس) هو ١٧٥٪

وأن الرقم القياسي لباقي التكاليف الأخرى:
في سنة ١٩٨٠ (باتخاذ سنة ١٩٧٠ كأساس) هو ١٦٠٪ فأوجد المبلغ اللازم لانشاء ورصف هذه الطريق عام ١٩٨٠.

(١٠) إذا كانت قيمة الصادرات لاحدى السلع بملايين الجنيهات من سنة ١٩٧٧ حتى ١٩٨٠ هي: ١٢٠، ١٣٢، ١٤٣، ١٥٨ على الترتيب. ويفرض أن الأرقام القياسية لأسعار الصادرات كانت ١٠٠، ١٠٥,٦، ١٠٨,٣، ١١٢ لنفس السنوات، فاحسب قيمة الصادرات للسنوات الأربعة بأسعار ١٩٧٧.

(١١) من البيانات الآتية احسب الرقم القياسي لنفقة المعيشة في يوليو ١٩٨٠ باتخاذ متوسط الانفاق في الشهور (مايو، يونيو، يوليو) ١٩٥٠ كأساس.

بنود الانفاق	متوسط الانفاق مايو - يونيو - يوليو ١٩٧٠	الانفاق في يوليو ١٩٧٠	الأوزان النسبية ٪
الغذاء	٥,٠	١١,٠	٥٠
المسكن	٢,٠	٤,٠	١٥
الملبس	١,٥	٢,٠	٢٥
مصروفات أخرى	١,٥	٣,٠	١٠

(١٢) الجدول الآتي يبين منسوب السعر لاحدى السلع في السنوات من ١٩٧٥ حتى ١٩٨٠ باعتبار سنة ١٩٧٥ كأساس، بأساس متحرك (أي رقم متسلسل) والمطلوب استكمال بيانات الجدول.

السنة	منسوب السعر	
	(١٩٧٥ = ١٠٠)	أساس متحرك
١٩٧٥	١٠٠	١٠١
١٩٧٦	١٠٦	
١٩٧٧		١٠٢
١٩٧٨	١١٢	
١٩٧٩	١١٤	
١٩٨٠		١٠٥.

الفصل الحادى عشر
الاحصاءات السكانيـة

تهتم الإحصاءات السكانية بكل ما يتعلق بالإنسان الموجود في حدود مجتمع معين، في وقت معين، خصائصه والأطوار المهمة في حياته، كما تقدم لنا المقاييس والمؤشرات الإحصائية التي تحكم وتصف لنا هذه الخصائص والأطوار في حياة الإنسان خلال فترة زمنية معينة.

فتشمل تعدادات السكان وإحصاءات المواليد والوفيات وإحصاءات الزواج والطلاق وإحصاءات الأمراض المختلفة والوفيات منها وأسبابها.

وهي بهذا الأسلوب تقدم لنا تحليلاً للمجتمع السكاني، في المكان والزمان من حيث العوامل التي تحكم عملية التغير السكاني مثل المواليد والوفيات وعامل الهجرة السكانية كما تختص بمقاييس ومؤشرات التركيب السكاني من حيث العمر أو النوع أو الأثنين معاً، وأخيراً وليس آخراً تهتم بكيفية وأسباب التوزيع المكاني والزماني للسكان، ومقاييس هذا التوزيع.

ضرورة الإحصاءات السكانية:

تستمد الإحصاءات السكانية ضرورة توفرها ودراستها التحليلية من أمور اقتصادية واجتماعية عديدة نذكر منها:

أ ـ توفر لنا الإحصاءات السكانية كل ما هو ضروري من بيانات ومؤشرات إحصائية يستعان بها عند وضع الحلول اللازمة للمشكلة السكانية والتي تعتبر من أهم معوقات عملية التنمية الاقتصادية للبلاد.

فلاشك أن معرفة معدلات التغير السكاني والعناصر الداخلة في تحديد هذه المعدلات إلى جانب معرفتنا للتركيب العمري والنوعي للسكان وأنماط التوزيع السكاني، معرفة كل هذا، يساعد ويساهم في فهم العوامل المحددة للمشكلة السكانية وبالتالي وضع الحلول العملية لها.

ب ـ السكان هو واحد من أحد مكونات نموذج التنمية الاقتصادية للبلاد وعند تصميم نموذج التنمية الاقتصادية يلزم الحصول على بيانات عن كل مكون من مكوناته. وتساهم هنا الإحصاءات السكانية مساهمة فعالة بما تقدمه لنا من بيانات ومعدلات سكانية ضرورية في مراحل تصميم وتنفيذ نموذج التنمية الاقتصادية للبلاد.

جـ ـ توفر بيانات عن التغير السكاني بما يشمل ذلك من توفر معدلات الوفيات والمواليد والهجرة بأنواعها المختلفة، توفر بيانات عن التركيبات المختلفة للسكان (مثل التركيب النوعي والعمري والتركيب التعليمي والتركيب الزواجي... إلخ)، وهي تعتبر من المسائل الهامة عند وضع برامج التنمية الاجتماعية للبلاد فيما يتعلق بالصحة والتعليم والإسكان والمواصلات... إلخ.

د ـ لا يمكن أن تتخذ السلطات الحاكمة قرار ما يتعلق بسياستها العامة الحاضرة والمستقبلة للإصلاح الداخلي إلاّ على ضوء معرفة كاملة لكل المتغيرات الديموجرافية.

هـ ـ إن تقدير احتياجات الدولة المستقبلة من خدمات تعليمية وصحية وإسكانية وغيرها تعتمد أساساً على الاتجاهات السكانية في هذه الميادين وما تقدمه لنا الإحصاءات السكانية من مقاييس يستفاد بها في التقدير.

و ـ التوازن الصناعي بين كل من الريف والحضر يمكن تحقيقه، إذا، ما تم بناءه على دراسات يأخذ في اعتبارها عامل الهجرة إلى المدينة ومعدلات التزايد السكاني في كل من الريف والحضر والتوزيع النوعي والعمري لهم.

ز ـ المقاييس والمؤشرات المتعلقة بتغير، وتركيب، وتوزيع السكان كلها مقاييس نسبية بطبيعتها، وهي بذلك، يمكن استخدامها في المقارنات على المستوى الدولي وبالتالي يمكن معرفة وضعنا السكاني بالنسبة للدول الأخرى والاستفادة بتجاربهم في حل مشكلتنا السكانية.

وقبل أن نتعرض للمقاييس الخاصة بالتغير السكاني، والتركيب السكاني،

والتوزيع السكاني، نتناول بنوع من الإيجاز المصادر الأساسية للإحصاءات السكانية.

المصادر الأساسية للإحصاءات السكانية:

يمكن تقسيم مصادر البيانات السكانية إلى نوعين من المصادر:

أ ـ المصادر التقليدية: وهي التعداد العام للسكان، (الحصر الشامل) والإحصاءات الحيوية وأسلوب العينات في جمع البيانات السكانية.

ب ـ المصادر غير التقليدية: مثل سجلات الضرائب وسجلات المدارس والمستشفيات والتي من خلالها يمكن التعرف على بعض مؤشرات التغيرات السكانية.

وينصح العديد من علماء الديموجرافيا عدم الالتجاء إلى المصادر غير التقليدية في جمع بيانات عن السكان إلاَّ إذا تعذر الحصول على بيانات سكانية من مصادرها التقليدية، حيث أن الثانية (المصادر غير التقليدية)، لا تعطى سوى تقديرات لجوانب معينة للتغيرات السكانية.

من ذلك فسوف نكتفي هنا بعرض للمصادر التقليدية للإحصاءات السكانية.

أولاً ـ التعداد العام للسكان: «Population Sensus»

يعتبر تعداد السكان هو المصدر الأول للإحصاءات السكانية وأهمها، وأقدمها. وتفهم عملية تعداد للسكان على أساس أنها عملية إحصائية (مثلها مثل الدراسات الميدانية) شاملة لجميع مراحل الطريقة الإحصائية من جمع وتحليل ونشر البيانات السكانية عن دولة معينة (أو قطر معين) في لحظة زمنية محددة، وبصورة دورية، على أن يشمل جميع الأشخاص الذين يعيشون في حدود هذه الدولة (أو القطر).

وتعداد السكان، بهذا الأسلوب، له وجهان: **الأول استاتيكي والثاني** ديناميكي فالوجه الساكن أو الاستاتيك للتعداد هو الذي يعطى لنا صورة كاملة

وأمينة وصادقة عن أحوال السكان في بلد معين خلال فترة زمنية معينة.

أما الوجه المتحرك للتعداد أو الديناميك، هو الذي يعطي لنا صورة عن اتجاهات التغيرات السكانية في بلد ما إذا ما اعتبرنا أن التعداد هو حلقة من سلسلة متتالية من التعدادات.

وبتحليل هذا المفهوم الإحصائي للتعداد يمكن استنباط مجموعة من العناصر الواجب توافرها عند عمل أي تعداد سكاني وهي:

أ ـ عنصر الشمول:

حيث يجب ان يشمل التعداد كل فرد من أفراد المجتمع بقدر الإمكان دون إهمال أي فرد أو تكرار إحصائه ضمن التعداد، هذا العنصر يضمن لنا تعداداً صحيحاً وأيضاً كاملاً.

ب ـ عنصر الآنية:

القاعدة العامة هو أن يعين يوم لإجراء عملية التعداد فيشكل هذا اليوم حداً فاصلاً بين الأشخاص الذين يدخلون في الحصر من دونهم، وبالتالي فإن الشخص الذي يولد بعد يوم التعداد لا يدخل في الحصر بينما يسجل الشخص الذي يموت في مثل هذا اليوم، ويجب أن تتعلق جميع أسئلة التعداد بهذه الفترة الزمنية.

والآنية تحمل في طياتها أيضاً ضرورة إجراء التعداد في كل الوحدات الجغرافية للدولة في آن واحد فلا يجوز إجراء التعداد في محافظة الإسكندرية في أحد الأيام وفي محافظة أسوان في يوم آخر.

وعند تحديد يوم التعداد يجب اختيار يوم طبيعي هادىء حتى يمكن أن تتم عملية الحصر بدون ما معوقات. مثلاً يختار موعد إجراء التعداد بحيث تقل فيه حركة السكان إلى أقل ما يمكن، فنختار موعده بعيداً عن مواعيد الأعياد والحج والسياحة والمواسم الزراعية... إلخ.

وبصفة عامة يعتبر الوقت من أواخر مارس إلى أوائل يونيو من أنسب الأوقات.

جـ ـ عنصر الدورية:

حتى تتحقق الفائدة المرجوة من الوجة الديناميك للتعداد فإنه يجب إجراءه على فترات زمنية متساوية، كل خمسة أو عشرة سنوات، مثلاً وبهذا الأسلوب يعطي لنا عنصر الدورية مقدرة على معرفة الاتجاهات الديموجرافية وعمل المقارنات الصحيحة.

وإذا ما تم برنامج التعداد بصورة دورية متعارف عليها دولياً فإن ذلك سيعطي لنا مقدرة على عمل الدراسات والمقارنات الديموجرافية على المستوى الدولي.

د ـ عنصر الفردية:

حيث تجمع بيانات التعداد عن كل مفردة من مفردات المجتمع في استقلال بعضها، عن الأخرى وهنا يجب مراعاة ذلك عند وضع أسئلة التعداد.

هـ ـ عنصر الحدود الجغرافية:

يجب تحديد الحدود الجغرافية للمنطقة التي يشملها التعداد، فلا تكون للبيانات أي معنى أو دلالة معينة إذا لم تتعلق ببلد معين أو بقطر معين أو بجزء من هذا القطر المعين، ذو حدود جغرافية محددة تحديداً واضحاً كاملاً وإلاَّ فقد التعداد الغرض منه.

وبناء على هذا العنصر علينا استبعاد المناطق المتنازع عليها دولياً.

و ـ عنصر الرسمية:

يتطلب إجراء التعداد تنظيماً واسعاً ونفقات باهظة فيجب أن يعد جهاز ضخم متحرك مزود بسلطات إدارية وتنفيذية. والدولة وحدها هي التي تكون مجهزة بالوسائل المادية والقانونية، والقادرة على تنفيذ التعداد.

ع ـ عنصر النشر:

حتى تتحقق الفائدة المرجوة من عملية التعداد يجب تبويب وتصنيف بياناته ثم نشرها في الحدود التي تسمح بها القوانين واللوائح.

المراحل الرئيسية لعملية التعداد:

قد تختلف مراحل عملية التعداد من بلد إلى آخر، وهذا يتوقف على كل من الظروف الاقتصادية والاجتماعية ومرحلة التقدم التي تمر بها البلد المعين ولكن يمكن بصفة عامة تركيز المراحل التي تمر بها عملية التعداد في ثلاث مجموعات رئيسية من المراحل وهي كلها مراحل متصلة متكاملة تمثل كل مرحلة منها حلقة من سلسلة عملية تعداد السكان وهي:

أ ـ مجموعة مراحل ما قبل تنفيذ التعداد:

وهي كل الأعمال التمهيدية والتحضيرية اللازمة لتنفيذ التعداد وتسجيل النصوص القانونية، تحديد الأهداف وتنظيم برنامج عام، تقدير ابتدائي للنفقات، تعيين مواعيد عمليات التعداد، تنظيم الجهاز المركزي، تقسيم البلاد إلى مناطق التعداد، وتعيين وتحديد مختلف المناطق مع بيان حدود كل منطقة وتهيئة خرائط لكل جزء من الأجزاء، وضع نماذج للاستمارات الإحصائية والتعليمات، وضع برنامج لتنفيذ التعداد وتعيين الطرق الرئيسية لجمع ومراقبة عملية التعداد، تقدير السكان لتوزيع الاستمارات الإحصائية وتحديد عدد المندوبين، تصميم العينة، تنظيم برنامج توحيد المعلومات، تنظيم برنامج طبع المعلومات. إجراء تجارب في بعض مناطق التعداد، طبع وتوزيع الكشوف والتعليمات النهائية، تنظيم الموازنة والمحاسبة، تنظيم الدعاية، تنظيم الجهاز في مختلف مناطق التعداد، تعليمات بخصوص وضع الدليل، تدريب الموظفين.

ب ـ مرحلة تنفيذ عملية التعداد:

وهي مرحلة جمع البيانات المراد الحصول عليها من وراء عملية التعداد مثل:

معرفة عدد المباني والمساكن والمنشآت والبيانات التفصيلية عن كل فرد للأسرة وخلاف ذلك من البيانات المستهدفة من التعداد ويجب مراعاة إنه عند إجراء عملية العد فإنها تجري بإحد طريقتين:

الطريقة الأولى: التعداد الفعلي: De Facto

حيث يتم حصر السكان كما هو في الواقع وقت التعداد، ففي كل مكان يعد كل الأشخاص الموجودين فيه ساعة التعداد بصرف النظر عن كونهم من سكان هذا المكان أصلاً أو ضيوفاً عليه أو زائرين له وقت التعداد.

فالنازلون في فنادق الإسكندرية ليلة التعداد يعدون من سكان الإسكندرية ولو كانوا من غير أهلها أو غير المقيمين بها، ورب العائلة المتغيب عن عائلته بالإسكندرية، ويعمل ليلة التعداد في كفر الدوار فإنه لا يعد مع أسرته التي يعيش طوال حياته معها ولكنه يعد مع أهالي كفر الدوار.

وعلى الرغم من أنه يعاب على هذا الأسلوب عدم تصويره الأشياء على حقيقتها، ويعطي معلومات غير صحيحة، فهو يمتاز بسهولته وقلة الأخطاء التي يتعرضُ لها مندوبي العد، إذ أنه لا يحتاج إلاّ لعد كل شخص في أي مكان موجود فيه.

على أن هذا النوع لا يكون مناسباً في البلاد ذات المساحة الواسعة التي لا يتم التعداد فيها في يوم واحد. فتؤثر حركة السكان على عملية التعداد، كما أنه في الغالب يسقط المسافرون من عملية العد بهذا الأسلوب.

الطريقة الثانية: التعداد النظري: De Juro

حيث يتم حصر الأشخاص حسب محال إقامتهم المعتادة، ففي الحالات السابقة يعد الأشخاص المقيمون في فنادق الإسكندرية ليلة العد في أماكن إقامتهم المعتادة، ولا يعدون مع أهالي الإسكندرية. كما يعد رب الأسرة المتغيب في كفر الدوار ضمن أسرته بالإسكندرية.

ويمتاز هذا الأسلوب بأنه يعطي لنا صورة صادقة لحالة السكان وتوزيعهم، إلاّ أنه صعب من الناحية العملية إذ يتطلب وضع أسئلة إضافية في كشف التعداد لمعرفة محل الإقامة الحقيقي أو المعتاد لشخص ما، مما يؤدي إلى تسرب كثير من الأخطاء ويحتاج التعداد بهذه الطريقة إلى جهاز قوي منظم وتعتمد دقته إلى حد كبيرة على درجة وعي وثقافة الشعب، وواضح أنه قد

تحدث أخطاء في البيانات التي يقدمها شخص عن شخص آخر متغيب قد لا تكون سليمة أو صحيحة.

وتجمع البيانات في كل من الولايات المتحدة الأمريكية وكندا وألمانيا على أساس الأسلوب الثاني أما في انجلترا ومصر فيؤخذ بالأسلوب الأول مراعاة للسهولة وتلافياً للأخطاء.

وسواء اتبع أسلوب التعداد النظري أو التعداد الفعلي في الحصر فإنه توجد طريقتين للحصول على البيانات:

الطريقة الأولى: حيث يقوم مندوبي التعداد بمقابلة رب الأسرة شخصياً ويوجه إليه الأسئلة سؤالاً بعد الآخر حسب ترتيبها في الاستمارة الإحصائية ويدون مندوب التعداد الإجابات في السجلات المعدة لذلك طبقاً لإجابات رب الأسرة.

وهذا الأسلوب في الحصول على البيانات إلى جانب أنه يتناسب مع مفردات المجتمع غير الملمين بالقراءة والكتابة فإنه يصلح إذا كانت الأسئلة المطلوب الإجابة عليها عديدة وتحتاج إلي نوع من التفسير.

الطريقة الثانية: حيث يقوم رب الأسرة بتدوين الإجابات بنفسه في الاستمارة الإحصائية.

ولاشك أن هذا الأسلوب يعطي فرصة من الوقت لرب الأسرة للتفكير عند تدوين الإجابات إلى جانب أنه ربما لا يبخل بالإجابة على بعض الأسئلة المحرجة أو الحساسة، ويناسب هذا الأسلوب المجتمعات المتقدمة التي تتمتع بوعي إحصائي يساعدها في تدوين بيانات صادقة ودقيقة.

وفي ج. م. ع فإنه يتبع الأسلوبين في وقت واحد.

جـ - مرحلة ما بعد تنفيذ التعداد:

وهذه المرحلة تتضمن:

مرحلة استلام ومراجعة الاستمارات الإحصائية، ترقيم الاستمارات الإحصائية، تثقيب البطاقات، توحيد المعلومات. تحضير الجداول الإحصائية، الطبع، دراسة النتائج عن طريق تحليلها ومقارنتها مع نتائج التعدادات السابقة.

تصميم الاستمارة الإحصائية للتعداد:

تعتبر عملية تصميم الاستمارة الإحصائية من أخطر مراحل الإعداد لعملية التعداد حيث أنها تعتبر القناة التي تمر بها البيانات الديموجرافية من مفردات المجتمع إلى الجهاز الإحصائي القائم بعملية التعداد السكاني.

فإذا ما روعيت الشروط اللازمة لتصميم الاستمارة الإحصائية من حيث شكل الاستمارة وتنسيقها وكيفية تحديد وصياغة الأسئلة التي تحويها الاستمارة، أدى ذلك إلى الحصول على بيانات دقيقة وصحيحة عن الوضع السكاني.

أما إذا لم تراعى الشروط اللازمة ولم تؤخذ في الحسبان أو أهمل جانب منها فإن ذلك سيوصلنا في النهاية إلى بيانات مشكوك فيها ومن الخطورة الاعتماد عليها في الدراسات والبحوث السكانية وغيرها.

وبصفة عامة فإن أسئلة الاستمارة الإحصائية للتعداد السكاني يجب أن تتيح لنا الفرصة للحصول على البيانات التالية:

أ ـ بيانات جغرافية عن مكان العد.

ب ـ بيانات عن تكوين الأسر وتشمل:

ـ عدد الأسر الزواجية.

ـ عدد الأسر المعيشية.

جـ ـ بيانات عن جميع أفراد الأسرة وتشمل:

ـ بيانات عامة عن الفرد مثل النوع والديانة والجنسية.

ـ بيانات عن الميلاد مثل تاريخ الميلاد والسن ومحل الميلاد.

ـ بيانات عن الإقامة مثل مدة الإقامة ومحل الإقامة السابق وسبب تغيير محل الإقامة.

د ـ بيانات عن أفراد الأسرة البالغين من العمر ست سنوات فأكثر وتشمل:

ـ بيانات عن التعليم مثل الحالة التعليمية والمرحلة التعليمية.

ـ بيانات عن العمالة والنشاط الاقتصادي مثل حالة الفرد مع العمل واسم المنشأة التي يعمل فيها واسم القطاع الذي تتبعه المنشأة والنشاط الاقتصادي الرئيسي والمهنة ومكان العمل ووسيلة الانتقال.

هـ ـ بيانات عن أفراد الأسرة البالغين من العمر خمسة عشر سنة فأكثر وتشمل:

الحالة الزواجية والسن عند أول زواج وعدد الزوجات اللاتي في العصمة.

و ـ بيانات عن اللاتي سبق لهن الزواج مثل مدة الحياة الزواجية وعدد المواليد الباقين على قيد الحياة.

تطور فكرة التعداد في ج.م.ع.

كان الغرض قديماً من عملية التعداد هو عدّ السكان حتى يمكن الاستفادة منه في معرفة القوة البشرية في الحروب وكذلك في جباية الضرائب وكان هذا هو الأساس عند قدماء المصريين فهناك ما يبين أن تعداد مصر كان معروفاً في عام ٣٣٤٠ قبل الميلاد ثم في عام ٢٠٥٠ قبل الميلاد، وكان هذا العد يجري بدون طريقة علمية ثابتة وبغير تاريخ محدد.

وكانت مصر تعتمد في معرفة عدد سكانها حتى عام ١٨٧٢ على المصادر غير التقليدية في جمع البيانات السكانية وحتى هذا التاريخ كانت أعداد السكان المعروفة ما هي إلاّ مجرد تقدير لعدد السكان وهي:

أ ـ تقدير عام ١٨٠٠ أيام الحملة الفرنسية، ولقد قام به العالمان الفرنسيان جوفارد ويونيت وقدر بأقل من ٢,٥ مليون نسمة، بالتحديد ٢,٣٦٠,٣٠٩ نسمة.

ب ـ تقدير عام ١٨٢١ على أساس كشف تعداد المنازل لغرض الضرائب فكان عدد السكان ٢,٥٣٦,٤٠٠ نسمة.

جـ ـ تقدير عام ١٨٤٦ فكان ٤,٧٢٦,٤٤٠ نسمة.

د ـ تقدير عام ١٨٨٢ فكان عدد السكان ٥,٢٥١,٠٠٠ نسمة.

وأول تعداد تم في مصر على النظم الحديثة (دون الاعتماد على المصادر غير التقليدية للبيانات السكانية) كان عام ١٨٨٢، وتلاه تعداد آخر عام ١٨٩٧. ومنذ ذلك التاريخ تمّت تعدادات السكان مرة كل عشرة سنوات حتى سنة ١٩٤٧ وكان لابدأن يلي ذلك تعداد ١٩٥٧ إلاّ أنه أجل حتى عام ١٩٦٠ لأسباب كثيرة أهمها أنه لم تكن هناك دعاية كافية أو استعداد يؤدي إلى إجراء التعداد بالطرق السليمة، وإلى الحصول على نتائج مطمئنة، هذا علاوة على حدوث العدوان الثلاثي في أواخر أكتوبر عام ١٩٥٦ مما أدى إلى هجرة داخلية وتغير في أوضاع السكان في منطقة القناة، ثم تأجيل الدراسة مما يصعب معه استخدام مدرسي المدارس في شهر مارس وتعطيل المدارس فترة أخرى.

وفي يناير عام ١٩٥٧ صدر قرار جمهوري بشأن تنظيم أجهزة الإحصاء في الدولة وأنشئت اللجنة المركزية للإحصاء وأعادت النظر في توقيت إجراء التعدادات ثم أعادت النظر في ذلك بعد توحيد إقليمي سوريا ومصر حتى تتم التعدادات في وقت واحد وانتهى الأمر بتحديد ليلة ٢٠/٢١ سبتمبر ١٩٦٠ موعداً لإجراء أول تعداد للجمهورية العربية المتحدة (وهو ثامن تعداد لإقليم مصر).

أما في عام ١٩٦٦ فلقد أجرى في مصر أول تعداد يجمع بين أسلوب الحصر الشامل في جمع البيانات السكانية وأسلوب العينات. وفي الوقت الحالي يقوم الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء بالإعداد لتنفيذ أضخم عملية تعداد للسكان والإسكان معاً مقرراً لها عام ١٩٧٦.

وفيما يلي تقدير عدد السكان الفعلي في المراحل المختلفة السابقة:

جدول رقم (٥٢)

التقدير والعدد الفعلي للسكان في ج.م.ع.

للفترة ١٨٠٠ ـ ١٩٦٦

السنة	نوع التعداد	تعداد السكان (نسمة)
١٨٠٠	تقديري	٢,٣٦٠,٢٠٩
١٨٢١	تقديري	٢,٥٣٦,٤٠٠
١٨٤٦	تقديري	٤,٧٢٦,٤٤٠
١٨٧٢	تقديري	٥,٢٥١,٠٠٠
١٨٨٢	فعلي	٦,٨٠٩,٠٢١
١٨٩٧	فعلي	٩,٧١٥,٠٢٥
١٩٠٧	فعلي	١١,٢٨٧,٣٠٩
١٩١٧	فعلي	١٢,٧٥١,٩١٨
١٩٢٧	فعلي	١٤,٢١٨,٨٦٤
١٩٣٧	فعلي	١٥,٩٣٣,٢٩٤
١٩٤٧	فعلي	١٩,٠٢٢,٤٤٨
١٩٦٠	فعلي	٢٦,٠٨٥,٠٠٠
١٩٦٦	فعلي	٣٠,٠٨٣,٠٠٠

وجدير بالذكر أن التعداد السكاني في مصر الآن قد اختلف غرضه عنه في الأزمنة الماضية حيث يستخدم التعداد في أغراض متعددة، فهو يصف سكان مصر من النواحي الاجتماعية والثقافية والاقتصادية فيصف توزيع السكان جغرافياً وتوزيعهم حسب السن والنوع، كما يصف الحالة المدنية لسكان مصر، وأيضاً الحالة العلمية والعملية والدينية في كل نواحي الحياة، كما يبين توزيع السكان المصري حسب الحرف والمهن والصناعات المختلفة.

والأمل كبير ومعقود على نتائج التعداد السكاني لعام ١٩٧٦ للحصول على كل ما هو ضروري من بيانات ديموجرافية تخدم عملية تخطيط التنمية الاقتصادية للبلاد.

ثانياً ـ الإحصاءات الحيوية: Vital Statistics

إذا كان تعداد السكان يعطي لنا صورة محددة عن عدد السكان والعديد من الخصائص السكانية لبلد معين، في فترة زمنية محددة، على نحو ما أسلفنا، فإن الإحصاءات الحيوية ـ وهي المصدر الثاني للإحصاءات السكانية ـ تعطي لنا صورة متحركة عن كل ما يحيط بالإنسان من أحداث حيوية على اعتبار أنه كائن حي، وتزودنا بالمقاييس الديناميكية التي توضح لنا التغيرات السكانية وتلقي الضوء على ما يطرأ على حياة الإنسان من تغير، وتعطي لنا مزيداً من القدرة على تتبع ومعرفة خصائص هذا المجتمع الإنساني بصفة مستمرة.

والإحصاءات الحيوية في هذا الإطار تشمل كل ما يتم تسجيله من أحداث حيوية تتعلق بالإنسان كإنسان فتغطي بذلك تسجيل المواليد والوفيات والزواج والمرض (الحالات المعدية منها) والهجرة كما تتضمن تسجيل المواليد.

ومعظم الدول في الوقت الحالي تأخذ بنظام التسجيل الإجباري لكل الأحداث الحيوية عند وقوعها، فيجب أن يسجل المولود عند ولادته والمتوفي عند وفاته وعند عقد الزواج يجب أن يسجل تاريخ الزواج وعندما يتم الطلاق يجب تسجيل هذا الحادث الحيوي.

وينظم القانون في تلك الدول عملية التسجيل الإجباري لكل الأحداث الحيوية عند وقوعها، حتى تأخذ الشكل القانوني لها. كأن يعاقب كل متخلف عن التسجيل أو من يعطي بيانات غير صحيحة أو دقيقة عن أي حدث حيوي يطرأ على حياته.

ويتم تسجيل هذه الحالات في مكاتب معدة خصيصاً لذلك تحت الإشراف القانوني والإداري للسلطات الحاكمة، حيث أنه بعد إتمام عملية التسجيل، تمنح شهادة رسمية لنوع التسجيل مثل شهادة الميلاد والوفاة والزواج والطلاق... إلخ.

وتعتبر السجلات الحيوية التي يتم فيها تسجيل الأحداث الحيوية للأفراد هي المصدر الرئيسي للإحصاءات الحيوية والتي يمكن الاعتماد عليها في الحصول على بيانات ديموجرافية تلقي الضوء على عدد السكان والتغيرات الحيوية المستمرة التي تطرأ على حياتهم اليومية، كما يمكننا من معرفة بعض المقاييس والمؤشرات الديموجرافية التي ترسم لنا صورة كاملة لخصائص المجتمع الإنساني.

كل ذلك دون الافتقار إلى نتائج التعدادات وتقديره بالطرق الحسابية.

وتتوقف دقة وصحة وكمال الإحصاءات الحيوية والمؤشرات الديموجرافية المستمدة منها على درجة تكامل أسلوب التسجيل وتوحيده في مكاتب التسجيل المختلفة والمنتشرة في أنحاء البلد المعين. ومدى تجاوب الأفراد أنفسهم ومبادرتهم بالتسجيل لأحداثهم الحيوية فور وقوعها والإبلاغ عن أي تغير يحدث لهم إلى جانب القدرة على حفظ هذه السجلات لمدة طويلة وجعلها تحت طلب السلطات المسؤولة وبطريقة كاملة.

تطور فكرة التسجيل الحيوي:

عرفت عملية التسجيل الحيوي منذ زمن بعيد في عهد الفراعنة في مصر، حيث ارتبطت عملية التسجيل بمراسم الزواج والدفن والتعميد والتي كانت تتم في المعابد والكنائس وتسجل كل هذه المناسبات الحيوية في سجلات خاصة وتحفظ في الكنيسة.

أما في انجلترا فلقد عرفت عملية التسجيل الحيوي قبل عام ١٥٣٨ بصورة محدودة الغرض. منها مجاراة أوامر الكنيسة آنذاك وإعطاء الصفة الشرعية لبعض المناسبات الحيوية ومعرفة بعض المعلومات الديموجرافية التي تخدم في عملية التخطيط العسكري أساساً.

على أنه بعد عام ١٥٣٨ أصبحت عملية التسجيل الحيوي في انجلترا تأخذ طابع رسمي ذو أغراض مختلفة ومميزة.

وبصفة عامة وبالذات بعد عام ١٦٦٢ بدأت تظهر أهمية التسجيل الحيوي للمناسبات المختلفة من حياة الإنسان اليومية، بعد أن كثرت الكتابات عن أهمية

التسجيل الحيوي وضرورة تنظيمه، وأصبحت دول عديدة من دول العالم تهتم بعملية التسجيل الحيوي لأهميته في النواحي العسكرية والاقتصادية.

على أن عملية التسجيل الحيوي قد بدأت غير كاملة وتركز أساساً على تسجيل المواليد والوفيات ثم بدأ يتبع ذلك عملية تسجيل حالات الزواج والطلاق إلى غير ذلك من المناسبات الحيوية التي تمر بالإنسان.

كما أن الإحصاءات الحيوية التي كانت تستمد أساساً من هذه السجلات كان مشكوكاً فيها لعدم دقتها واعتمادها على أسلوب دقيق في التسجيل.

أما في الوقت الحالي فإن الصورة تختلف تماماً، حيث، يوجد العديد من الدول تحتفظ بسجلات التسجيل الحيوي كاملة ودقيقة وتعتبر من المصادر الأساسية للمعلومات الديموجرافية.

فعلى سبيل المثال، يوجد الآن في هولندا وبلجيكا وإيطاليا والدانمارك نظام إحصائي وإداري معمول به وبصفة إجبارية لتسجيل السكان، وهو أشبه بفهرس عام للأفراد في الدولة، فكل شخص يولد يدون اسمه في بطاقة شخصية خاصة به ويدون أيضاً في بطاقة أبيه وبطاقة أمه، وجمله البطاقات الشخصية تكون ما يسمى بالسجل الشخصي لجميع السكان، وهذه البطاقات الشخصية تحتفظ لدى الإدارة المحلية للبلد التي يقيم فيها، وتتبعه حيث ينقل وبذلك يكون لدى الإدارة المحلية في كل وقت بيانات وافية عن سكانها وحركاتهم وانتقالاتهم وأسرة كل واحد منهم وزوجته وأولاده ومن مات منهم ومن بقي ومن ترك الوطن أو غاب عنه.

وإذا ما انتقل شخص من بلد إلى آخر أخبر البوليس بهذا التغيير فيثبت في بطاقته ثم ترسل هذه البطاقة إلى بوليس المدينة التي انتقل إليها وإذا خرج من أراضي الدولة أرسلت بطاقته للحفظ في مصلحة الإحصاء، بعد أن يكتب عليها اسم الدولة التي رحل إليها، فإذا عاد طلبها البوليس ثانية وأرسلها إلى بوليس المدينة التي يقيم فيها بعد العودة.

وإذا توفى شخص أرسلت بطاقته إلى مصلحة الإحصاء للحفظ، وبذلك يكون لدى مصلحة الإحصاء نوعان من البطاقات: بطاقات من رحلوا عن الوطن

وهم على قيد الحياة ولم يعودوا إليه، وبطاقات من توفوا من السكان، وأما بطاقات المقيمين من السكان فتوجد عند البوليس أو الإدارة المحلية كل في دائرته.

وبذلك يمكن لكل مدينة في أي وقت من الأوقات حساب عدد من يقيم فيها من الأفراد ذكوراً وإناثاً، شيوخاً وشباناً وأطفالاً وذلك دون الانتظار إلى نتائج التعدادات وتقديره بالطرق الحسابية.

تطور فكرة التسجيل الحيوي في ج-م-ع-

كما ذكرنا، فإن عملية التسجيل الحيوي، عرفت في مصر أيام الفراعنة حيث ارتبطت عملية التسجيل بمراسم الزواج والدفن والتعميد والتي كانت تتم في المعابد والكنائس.

ويمكن تلخيص التطور التاريخي لفكرة التسجيل الحيوي في ج-م-ع- فيما يلي:

أ ـ التسجيل في عهد قدماء المصريين والذي انتهى بانتهاء العهد نفسه.

ب ـ تسجيل المواليد والوفيات تسجيلاً نوعياً وعمرياً ابتداء من عام ١٧٨٩ والذي يرجع الفضل فيه إلى العلماء الفرنسيين الذين صحبوا الحملة الفرنسية.

جـ ـ تسجيل المواليد والوفيات في كل قرية ومدينة والاحتفاظ بسجلات منظمة دقيقة لذلك، طبقاً للمرسوم العالي الذي أصدره محمد علي بعد إجراء عملية تقدير السكان عام ١٨٤٦ .

د ـ أخذت عملية تسجيل المواليد والوفيات صفة قانونية في مصر بصدور تشريع عام ١٨٩١ حيث تلاه تشريع آخر عام ١٨٩٨ والذي فرض غرامات معينة على كل من يتخلف في تسجيل الحوادث الحيوية.

هـ ـ صدر قانون الأحوال المدنية وبدأ تنفيذه في ١٩ يناير سنة ١٩٦١ وهو يحتم على رب كل أسرة تقديم بيانات عن أسرته من حيث كل فرد وفيها ونوعه وحالته التعليمية ومهنته... إلخ، وعلى كل من يحمل البطاقة العائلية أن

يقوم بتعديل محل إقامته إن حدث ذلك أو إدخال تعديل يحدث لأي فرد على هذه البطاقة أو تمس فيها.

وباستعراض هذه المراحل التاريخية التي مرت بها عملية التسجيل الحيوي في مصر، نجد أنها أخذت طابعها الجدي والرسمي بصدور قانون الأحوال المدنية والذي عن طريقه يمكن التوصل إلى معرفة الكثير من البيانات الخاصة بالسكان في ج.م.ع.

إحصاءات التسجيل الحيوي:

تشمل إحصاءات التسجيل الحيوي كل من إحصاءات المواليد أحياء والوفيات والزواج والطلاق وحركة الهجرة وإحصاءات الأمراض المعدية وتشمل أيضاً إحصاءات المواليد أمواتاً. وسنفصل بعض من هذه الإحصاءات.

أ ـ إحصاءات المواليد أحياء:

يحتم القانون في كل بلد تسجيل المولود عند ولادته، وفي بعض الدول، يعطي القانون فترة زمنية كحد أقصى للتسجيل يعاقب بعدها كل من يعتبر متخلفاً عن التسجيل، وتمنح الجهات. المختصة بتسجيل المواليد (مكاتب الصحة) شهادة ميلاد رسمية، تعتبر مستند رسمي لإثبات تاريخ الميلاد وشرعية الانتماء للوالدين.

وعلى الرغم من اختلاف البيانات التي تسجل عن المولود من بلد إلى آخر نظراً لاختلاف درجة التفكير الثقافي والعقائدي وأهمية عملية التسجيل من بلد إلى آخر إلاَّ أنها تتفق في البيانات الأساسية الواجب تسجيلها عن المولود والتي تشمل: تاريخ الميلاد، اسم المولود، النوع، اسم الأب وجنسيته وديانته، اسم الأم وجنسيتها وديانتها، محل الميلاد، تاريخ التسجيل.

وهناك بعض البيانات الأخرى التي تتعلق بعمل الأب ومهنته، عمر الأم ومهنتها وترتيب المولود بالنسبة للمواليد السابقة من نفس الأب والأم، تاريخ الزواج والحالة التعليمية لكل من الأب والأم.

كما أنه يجب تسجيل ما إذا كان المولود وحيداً أم هو أحد توائم.

وتستمد أهمية إحصاءات المواليد أحياء أهميتها من خلال كونها عنصر أساسي من عناصر التغير السكان (الزيادة والنقص) وما يمكن استخراجه من هذه الإحصاءات من مؤشرات ومعدلات ديموجرافية لها أهميتها الحيوية في النواحي السكانية وغير السكانية:

وعلى الرغم من أن إحصاءات المواليد أحياء تعتبر من أهم مصادر الإحصاءات الحيوية إلاّ أنه توجد عدة عوامل تقلل من دقة هذه الإحصاءات منها على سبيل المثال.

انخفاض المستوى الثقافي وانتشار الأمية بين المواطنين وعدم تقدير مسؤولية وأهمية عملية تسجيل المواليد وعدم التبليغ تهرباً من الرسوم الواجب دفعها أو نظراً لبعد مكتب التسجيل (الصحة) من مكان الولادة وسيطرة بعض التقاليد والعادات العقيمة على أذهان بعض الأفراد تمنعهم من تسجيل المواليد الذكور هرباً من تأدية الخدمة العسكرية عند بلوغ السن القانونية أو عدم الرغبة في تسجيل المواليد غير الشرعيين.

ب ـ إحصاءات الوفيات:

كما يحتم القانون في معظم الدول ضرورة تسجيل المواليد، فإنه أيضاً يحتم ضرورة تسجيل الوفيات فور وقوعها وإلاّ عوقب كل من هو متخلف عن ذلك.

وتستمد إحصاءات الوفيات أهميتها من كونها أحد العناصر التي تحكم عملية التغير السكاني والتي يمكن الاعتماد عليها في استخراج بعض المؤشرات والمعدلات الديموجرافية على نحو ما سنرى.

كما أن شهادات الوفاة التي تمنحها الجهات المسؤولة لأهل المتوفي لها أهميتها الخاصة عند التمتع بحق الإرث وتوزيع أنصبة الورثة واستحقاق مبالغ التأمين على الحياة بتحقيق الوفاة من خلال شهادة الوفاة وأيضاً عند استحقاق المعاش لورثة المتوفي.

وإحصاءات الوفيات تشمل توزيع الوفيات حسب الأعمار المختلفة وحسب النوع، حيث أن نسبة المتوفين يختلف في كل فترة من الفترات العمرية باختلاف نوع المتوفي ذكراً كان أو أنثى.

وعند تسجيل الوفيات يهتم بذكر محل الوفاة ونوع المتوفي واسمه ولقبه وسنه ومحل الإقامة المعتاد والمهنة والحالة الدينية وتاريخ الوفاة وسبب الوفاة.

والمتبع دائماً هو تسجيل الوفاة في الجهة التي تحصل فيها، وفي الحالات التي تحدث فيها الوفاة لشخص في مكان ما نقل إليه وهو غير محل إقامته المعتاد فتقوم بترحيل الوفاة إلى محل الإقامة المعتاد.

ويعتبر سبب الوفاة من أهم البيانات المطلوب معرفتها عن الوفاة لأن ذلك يدل على انتشار الأمراض وشدة وطأة كل منها، ويمكن أن يثير ذلك انتباه رجال الصحة العامة للعمل على الاحتياط من فتك أكثر الأمراض انتشاراً أو وطأة وهذه الأمراض مقسمة تقسيماً فنياً متفق عليه بين الدول وذلك للتوحيد وإمكان المقارنة بين الدول المختلفة للوقوف على الحالة الصحية في بلد بالنسبة للبلاد الأخرى. ومن العوامل التي تقلل من دقة إحصاءات الوفيات عدم الإبلاغ عن الأطفال المتوفين في المراحل العمرية الأولى وخصوصاً في المناطق الريفية والنائية إلى جانب عدم الإبلاغ عن المتوفين بصفة عام لعدم انتقاص المخصصات التموينية والمرتبطة غالباً بعدد أفراد الأسرة.

جـ- إحصاءات الزواج:

تحتم القوانين والشرائع ضرورة تسجيل حالات الزواج بتوقيع الشهود وحضور المأذون الشرعي حتى يأخذ الزواج صفته الرسمية وطابعه الشرعي وعند تسجيل واقعة الزواج يجب أن يسجل في ورقة الزواج تاريخه وعمر كل من الزوج والزوجة ومكان الزواج ومحل الإقامة المعتاد وعدد الزيجات السابقة أن وجد وجنسية كل من الزوجين وديانة كل منهما والمهنة والمستوى الثقافي لكل منهما.

ويعتبر عقد الزواج سند قانوني له، يفيد في حالة الوراثة والمعاش وإثبات التبعية الشرعية للأولاد.

د ـ إحصاءات الطلاق:

كما تسجل مناسبة الزواج وتأخذ طابعها الرسمي فإن القوانين تنظم أيضاً عملية الطلاق وتحتم ضرورة تسجيل هذه المناسبة عند وقوعها ويعاقب كل مقصر في ذلك.

وتشمل شهادة الطلاق مجموعة من البيانات لا تختلف كثيراً عن مجموعة البيانات المطلوبة في استمارة الزواج غير أنه يضاف في استمارة الطلاق تاريخ الطلاق وربما السبب المؤدي إلى الطلاق، على أنه في بعض الحكومات لا يتطلب تسجيل الطلاق فيها العديد من البيانات التفصيلية ويكتفي بذكر اسم الزوجين وتاريخ الزواج وتاريخ الطلاق دون ذكر السبب المؤدي للطلاق.

وتفيد شهادة الطلاق في العديد من المناسبات خصوصاً ما إذا أراد أحد الطرفين الزواج مرة أخرى (عند بعض المذاهب الدينية المعينة) أو التحلل من المسؤولية الزواجية.

هـ ـ إحصاءات المواليد أمواتاً:

وهي مثل إحصاءات المواليد أحياء ولكن يضاف عند تسجيل هذه الإحصاءات سبب وفاة المولود. وهذه الإحصاءات تتضمن كل مولود وضعته أمه بعد تمام مدة الحمل وبعد تمام الوضع ولم تظهر عليه علامة من علامات الحياة.

هذه الإحصاءات هامة جداً حيث تعبر عن الحالة الصحية للأمهات وعن مقدار العناية الطبية بهن وعن مقدار نجاح الخدمات الاجتماعية التي تؤدى لرعاية الطفل والأمومة.

وبصفة عامة يهتم الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء بنشر العديد من النشرات الشهرية والنصف سنوية والسنوية وبصفة دورية والتي تتناول هذه الإحصاءات الحيوية بالتفصيل، وعلى سبيل المثال:

ـ بيانات عن تطور أعداد المواليد والوفيات والزيادة الطبيعية.

ـ معدلات المواليد والوفيات والزيادة الطبيعية في الألف من السكان.

ـ تطور أعداد عقود الزواج وشهادات الطلاق.

والجدول التالي رقم (٥٣) يعرض لنا تطور أعداد عقود الزواج وشهادات الطلاق للفترة ١٩٥٢ ـ ١٩٧٢ طبقاً لما جاء في كتابة السنوي لعام ١٩٧٣.

جدول رقم (٥٣)

تطور أعداد عقود الزواج وشهادات الطلاق

للفترة (١٩٥٢ ـ ١٩٧٢) في ج.م.ع.

السنة	عقود الزواج بالألف	معدلات الزواج	شهادات الطلاق بالألف	معدلات الطلاق
١٩٥٢	١٣٢	١٠,٨	٧٠	٣,٢
١٩٥٣	٢١٦	٩,٦	٦٦	٢,٨
١٩٥٤	٢١٩	٩,٧	٦٠	٢,٦
١٩٥٥	٢٢٦	٩,٤	٦٠	٢,٥
١٩٥٦	٢٢٢	٩,٤	٥٧	٢,٤
١٩٥٧	٢٤١	١٠,٠	٦٠	٢,٥
١٩٥٨	٢٢٨	٩,٢	٦٠	٢,٤
١٩٥٩	٢٣٠	٩,١	٦١	٢,٤
١٩٦٠	٢٨٢	١٠,٦	٦٥	٢,٥
١٩٦١	٢٢٨	٨,٦	٦٢	٣,٣
١٩٦٢	٢٢٨	٨,٤	٥٥	٢,ـ
١٩٦٣	٢٧٤	٩,٨	٥٩	٢,١
١٩٦٤	٣٠٢	١٠,٥	٦٢	٢,٢
١٩٦٥	٢٨٩	٩,٨	٦٤	٢,٢
١٩٦٦	٢٩٥	٩,٨	٦٣	٢,١
١٩٦٧	٢٢٥	٧,٣	٥٧	١,٨
١٩٦٨	٢٧٤	٨,٦	٦٠	١,٩
١٩٦٩	٣٠٨	٩,٥	٦٣	١,٨
١٩٧٠	٣٢٦	٩,٧	٦٩	٢,ـ
١٩٧١	٣٤٧	١٠,٢	٧١	٢,١
١٩٧٢	٣٥٩	١٠,٣	٧٦	٣,٢

المصدر: الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء الكتاب السنوي (١٩٥٢ ـ ١٩٧٢)، ١٩٧٢ ص ٢١.

ثالثاً ـ أسلوب العينات: «Sample Survey»

من الأساليب الشائعة للحصول على البيانات الديموجرافية بطريقة سريعة، استخدام أسلوب العينات كبديل لأسلوب الحصر الشامل.

والعينة هي جزء من المجتمع السكاني وتمثل نسبة مئوية منه وقد تختار بأسلوب عشوائي أو تحكمي أو الاثنين معاً بما يتفق ونوع البيانات المراد الحصول عليها. ويمتاز هذا الأسلوب من غيره من المصادر الأخرى للبيانات السكانية في إنه سهل التنفيذ ولا يحتاج إلى مجهود كبير أو وقت طويل أو اعتمادات مالية كبيرة ويمكن أن يقوم به عدد صغير من الباحثين.

هذا إلى الجانب أن أسلوب العينات يتيح للباحث الحصول على العديد من البيانات السكانية والتي من خلالها يمكن استخلاص الكثير من خصائص المجتمع السكانية وغير السكانية.

وفي كثير من البلاد يستخدم أسلوب العينات كبديل لعملية التعداد العام للسكان أو كبديل للإحصاءات الحيوية وخصوصاً عندما يتعذر الحصول على البيانات السكانية من المصدرين الآخرين.

ويفيد أسلوب العينات الباحثين في الحكم على صحة وسلامة النظريات السكانية عن طريق الحصول على البيانات اللازمة باختيار عينة من المجتمع السكاني وعمل الاختبارات الإحصائية اللازمة للفروض السكانية أو تقدير بعض معالم المجتمع السكاني من بيانات العينة الإحصائية المختارة، كذلك يفيد الباحثين والدارسين في هذا المجال في عمل البحوث السكانية مثل الدراسات الميدانية المتعلقة بتنظيم الأسرة أو الخصائص السكانية والعوامل المؤثرة عليها.

وقد يكون الغرض من الحصول على بيانات ديموجرافية عن طريق أسلوب العينات هو التأكد من دقة وصحة البيانات التي تم الحصول عليها بأسلوب التعداد العام أو عن طريق أسلوب التسجيل الحيوي.

على أن أسلوب العينات له مشاكله وأخطاؤه الخاصة به مثل أسلوب الاختيار وتحديد حجم العينة ونوعها واختبار إلى مدى تمثل بيانات، العينة التي تم الحصول عليها، بيانات المجتمع الأصلي.

وفي بعض الدول تتم عملية التعداد العام بالجمع بين أسلوب الحصر الشامل وأسلوب العينات.

فيستخدم أسلوب الحصر الشامل للحصول على بيانات إجمالية خاصة بعدد السكان وتوزيعهم على حسب النوع والديانة والجنسية.

كما يستخدم أسلوب العينات للحصول على بيانات تفصيلية عن أفراد الأسر، وهذا ما حدث في تعداد عام ١٩٦٦ ج.م.ع تعداد عام ١٩٦٠ في الولايات المتحدة الأمريكية.

المقاييس الديموجرافية المستمدة من الإحصاءات السكانية:

من الجوانب الهامة في الدراسات السكانية هو استخلاص بعض المقاييس الديموجرافية من تعداد السكان أو من الإحصاءات الحيوية أو من البيانات السكانية المتحصل عليها باستخدام أسلوب العينات.

وتفيد المقاييس والمؤشرات الديموجغرافية المستمدة من المصادر المختلفة للبيانات السكانية في الكثير من المجالات السكانية وغير السكانية.

فهي تعطي لنا وصفاً للمجتمع السكاني وتحدد لنا ملامح هذا المجتمع وأهم خصائصه الديموجرافية، كما تعطى لنا فرصة مقارنة المجتمعات السكانية بعضها بالبعض الآخر، مما يساعد الباحثين الديموجرافيين في معرفة الأسباب ووضع الحلول لكثير من المشاكل السكانية.

هذا إلى جانب أن هذه المقاييس تتيح لنا تحديد المتغيرات المحددة لعوامل التغير السكاني وتوزيعه وتركيبته مما يفيد بدرجة كبيرة في التنبؤ بالعديد من الظواهر السكانية ومحاولة تحديد نمط سكاني معين في المستقبل.

والمقاييس الديموجرافية متعددة ومتنوعة، فيها ما هو يفسر عملية التغير السكاني وما هو يحدد لنا ملامح التوزيع السكاني لمجتمع ما، وأخيراً وليس آخر منها من المقاييس، ما يصف لنا التركيب السكاني لتلك المجتمعات.

وتجدر الإشارة إلى أن هذه المقاييس ليست منفصلة تماماً عن بعضها فالعلاقات قائمة وموجودة بين مؤشرات التغير السكاني والتوزيع السكاني

والتركيب السكاني، وكثيراً ما يستعان مثلاً بمؤشرات التركيب السكاني لتحديد بعض مؤشرات التغير السكاني، وسنحاول عرض بعض هذه المقاييس بنوع من الإيجاز.

١ ـ بعض مقاييس التغير السكاني:

من المعروف أن أي تغير سكاني في بلد معين وفي فترة زمنية معينة نحو الزيادة وذلك بالمقارنة بفترة زمنية سابقة تكون نتيجة إلى:

أ ـ الزيادة الناتجة عن المواليد الجدد خلال تلك الفترة الزمنية.

ب ـ انخفاض عدد الوفيات خلال تلك الفترة الزمنية عن الفترة الزمنية السابقة.

جـ ـ الإضافة الناتجة عن الهجرة إلى البلد خلال نفس الفترة الزمنية.

كما أن أي تغير سكاني في بلد معين، وفي فترة زمنية معينة نحو النقص وذلك بالمقارنة بفترة زمنية سابقة تكون نتيجة إلى:

أ ـ النقص الناتج عن المواليد الجدد خلال تلك الفترة الزمنية بالنسبة للفترة الزمنية السابقة.

ب ـ ارتفاع عدد الوفيات خلال تلك الفترة الزمنية عن الفترة الزمنية السابقة.

جـ ـ النقص الناتج عن الهجرة من البلد خلال نفس الفترة الزمنية وعلى ذلك فإن أهم عوامل التغير السكاني هي المواليد والوفيات والهجرة.

على أننا سنهتم هنا بمقاييس المواليد والوفيات دون مقاييس الهجرة نظراً لأنه في ظل القيود الموضوعة على عملية الهجرة من قبل السلطات الحاكمة والتي تجعل عملية الهجرة في أضيق حدودها يقلل ذلك من أهمية العامل الثالث في دراسة التغير السكاني.

وبصفة عامة فإن مقاييس التغير السكاني يمكن اشتقاقها من بيانات التعداد العام للسكان أو من بيانات التسجيل الحيوي أو من البيانات السكانية للعينة.

وأهم هذه المقاييس والمؤشرات التي ترتبط بموضوع التغير السكاني هي:

أ ـ معدل التغير السنوي للسكان:

على فرض أن عدد السكان يتزايد أو يتناقص بمقادير ثابتة سنوياً، بمعنى أن التغير السكاني يأخذ شكل المتوالية العددية فإنه يمكننا معرفة معدل التغير السنوي للسكان بالطريقة التالية:

إذا فرضنا أنه طبقاً لتعداد عام ١٩٦٠ كان عدد السكان في بلد (أ) هو ٤٠ مليون نسمة وطبقاً لتعداد عام ١٩٧٠ كان عدد السكان لنفس البلد هو ٦٠ مليون نسمة فإن:

معدل تغير السكان في عام ١٩٧٠ بالنسبة إلى عام ١٩٦٠ =

$$\frac{\text{تعداد عام ١٩٧٠}}{\text{تعداد عام ١٩٦٠}} \times ١٠٠ = \frac{\text{٦٠ مليون}}{\text{٤٠ مليون}} \times ١٠٠ = ١٥٠٪$$

وهذا يعني أن السكان قد زادوا بمعدل ٥٠٪ في عام ١٩٧٠ بالنسبة إلى عام ١٩٦٠.

وهي مدة مقدرها ١٠ سنوات وعلى ذلك فإن معدل التغير السنوي على أساس نظام المتوالية العددية $= \frac{٥٠}{١٠} =$ ٥٪ سنوياً.

ويمكن استخدام هذا المعدل لإيجاد عدد السكان بين سني التعداد.
فمثلاً لإيجاد عدد السكان عام ١٩٦٧ نتبع ما يلي:
عدد السنوات = ١٩٦٧ ـ ١٩٦٠ = ٧ سنوات.
معدل الزيادة في السبعة سنوات = ٧ × ٥٪ = ٣٥٪

مقدار الزيادة في السبع سنوات = ٤٠ مليون × $\frac{٣٥}{٥٠}$ = ١٤ مليون نسمة.

تقدير عدد السكان عام ١٩٦٧ = عدد السكان عام ١٩٦٠ + الزيادة حتى عام ١٩٦٧ = ٤٠ مليون + ١٤ مليون = ٥٤ مليون نسمة.

حل آخر: (باستخدام الزيادة وليس معدل الزيادة)

الزيادة السكانية خلال الفترة (١٩٦٠ ـ ١٩٧٠) = تعداد عام ١٩٧٠ ـ تعداد عام ١٩٦٠.

= ٦٠ مليون ـ ٤٠ مليون = ٢٠ مليون نسمة.

الزيادة السنوية خلال الفترة (١٩٦٠ ـ ١٩٧٠)

$$= \frac{\text{فرق السكان بين التعدادين}}{\text{فرق سنوات التعدادين}}$$

$$= \frac{\text{٢٠ مليون}}{\text{١٠}} = \text{٢ مليون نسمة.}$$

وعليه فإن:

الزيادة السكانية للفترة (١٩٦٠ ـ ١٩٦٧)

= ٢ × ٧ = ١٤ مليون نسمة

عدد السكان التقديري لعام ١٩٦٧

= تعداد عام ١٩٦٠ + ١٤ مليون نسمة

= ٤٠ مليون + ١٤ مليون = ٥٤ مليون نسمة

كما أنه يمكن تقدير عدد السكان بعد السنة الحالية للتعداد.

فمثلاً يمكن تقدير عدد السكان عام ١٩٧٥ على الأساس السابق.

الزيادة السكانية في خمسة سنوات = ٥ × ٢ = ١٠ مليون نسمة

تقدير عدد السكان عام ١٩٧٥ = عدد السكان عام ١٩٧٠ + الزيادة السكانية في خمسة سنوات = ٦٠ مليون + ١٠ مليون = ٧٠ مليون نسمة

على أنه كما نعلم أن معظم النظريات الديموجرافية لا تؤيد فكرة تزايد السكان على نظام المتوالية العددية، وأن الزيادة السكانية تكون أقرب إلى المتوالية الهندسية عنه من المتوالية العددية.

معدل النمو السنوي على أساس المتوالية الهندسية:

وأساس هذا الافتراض هو أن أي زيادة سكانية لفترة زمنية معينة تؤدي بدورها إلى زيادة أخرى هذا إلى جانب الزيادة السكانية الناتجة عن عدد السكان الأساسي.

فعلى فرض أن تعداد الفترة الحالية هو $ع_١$ وأن تعداد الفترة السابقة مباشرة هو $ع_٠$ وأن معدل الزيادة السكانية السنوي هو س وأن عدد السنوات بين التعدادين هو ن فإنه يمكننا معرفة معدل الزيادة السنوية للسكان من العلاقة التالية:

$$ع_١ = ع_٠ (١ + س)^ن$$

فإذا كان تعداد عام ١٩٤٧ هو ١٩٠٤٠٤٤٨ نسمة

وتعداد عام ١٩٦٠ هو ٢٦٠٦٥٠٠٠ نسمة

فإن:

$$(١ + س)^ن = \frac{ع_١}{ع_٠}$$

أي أن:

$$(١ + س)^{١٣} = \frac{\text{تعداد عام ١٩٦٠}}{\text{تعداد عام ١٩٤٧}} \quad \text{حيث ن = ١٣}$$

$$\therefore (1 + س) = \sqrt[13]{\frac{\text{تعداد عام ١٩٦٠}}{\text{تعداد عام ١٩٤٧}}}$$

بوضع تعداد عام ١٩٦٠ = ٢٦٠٦٥٠٠٠ نسمة وتعداد عام ١٩٤٧
= ١٩٠٤٠٤٤٨ نسمة

$$(1 + س) = \sqrt[13]{\frac{26065000}{19047448}}$$

$$\therefore (1 + س) = \left(\frac{26065000}{19040448}\right)^{\frac{1}{13}}$$

وباستخدام اللوغاريمات نجد أن:

لو (١ + س) = $\frac{1}{13}$ [لو ٢٦٠٦٥٠٠٠ ـ لو ١٩٠٤٠٤٤٨]

لو (١ + س) = $\frac{1}{13}$ [٧,٤١٦١ ـ ٧,٢٧٩٧]

لو (١ + س) = $\frac{1}{13}$ (١٠,٣٦٤) = ٠,٠١٠٥

وبالكشف في جدول الأعداد المقابلة نجد أن:

١ + س = ١,٠٢٤ $\therefore$ س = ٠,٠٢٤

وعلى ذلك فإن معدل التغير السنوي للسكان خلال الفترة (١٩٤٧ ـ ١٩٦٠) هو ٢,٤٪.

ويمكن استخدام هذا الأسلوب لتقدير عدد السكان بين سنتي التعداد. فإذا أردنا معرفة عدد السكان عام ١٩٥٣ فإن:

عدد السكان عام ١٩٥٣ = تعداد السكان عام ١٩٤٧ $(1 + س)^{6}$

حيث ﻫ هنا = ١٩٥٣ ـ ١٩٤٧ = ٦ وحدة زمنية

$\therefore$ عدد السكان عام ١٩٥٣ = ١٩٠٤٠٤٤٨ $(1 + س)^{6}$

∴ لو عدد السكان عام ١٩٥٣ = لو ١٩٠٤٠٤٤٨ + ٦ لو (١ + س)

∴ لو عدد السكان عام ١٩٥٣ = ٧,٢٧٩٧ + ٦ × ٠١٠٥,٠

= ٧,٣٤٢٧

وعلى ذلك فإن تقدير عدد السكان عام ١٩٥٣ = ٣٢,٢٠٠٠٠ نسمة (بالكشف في جدول الأعداد المقابلة)

● في المثال السابق أو جد عدد السكان المقدر لعام ١٩٦٥

باتباع نفس الخطوات السابقة نجد:

لو عدد السكان عام ١٩٦٥ = ٢٦٠٦٥٠٠٠ + ٥ × ٠١٠٥,٠

على أساس أن ى = ١٩٦٥ ـ ١١٩٦٠ = ٥ وحدة زمنية

∴ لو عدد السكان عام ١٩٦٥ = ٧,٤١٦٠ + ٠٥٢٥,٠

∴ لو عدد السكان عام ١٩٦٥ = ٧,٤٦٨٥

وبالكشف في جدول الأعداد المقابلة نجد:

تقدير عدد السكان عام ١٩٦٥ = ٢٩٤١٠٠٠٠ نسمة

وذلك على أساس أن السكان يتزايدون على شكل متوالية هندسية بمعدل زيادة سنوي = ٢,٤٪

ب ـ معدل الزيادة الطبيعية Rate of Natural increase

كما ذكرنا سابقاً، أن أي تغير سكاني يرجع أساساً إلى كل من المواليد والوفيات وحركة الهجرة.

والزيادة الطبيعية للسكان Natural increase هي الفرق بين عدد المواليد وعدد الوفيات في بلد ما خلال فترة زمنية في الغالب، سنة.

ومعدل الزيادة الطبيعية في السكان هو الفرق بين معدل المواليد ومعدل الوفيات على أساس احتساب هذه المعدلات من إحصاءات تسجيل كل من المواليد والوفيات.

ويتجاهل هذا المعدل حركة السكان من داخل الحدود إلى خارجها أو العكس في حالة كونها ضئيلة الحجم أو مقيدة من جانب السلطات الحاكمة أو

أن إحصاءات هذه الحركة من الصعب معرفتها أو تقديرها.

أما إذا كانت حركة السكان (الهجرة) ذات أهمية[1] ولها تأثير على الزيادة أو النقص السكاني وتتوفر عنها إحصاءات دقيقة فيجب أخذها في الاعتبار.

ومن المفروض أن يتحقق نوع من التساوي بين الزيادة أو النقص السكاني المستمد من بيانات التسجيل الحيوي للمواليد والوفيات وإحصاءات الهجرة وبين الزيادة أو النقص المستمد من تعدادين متتالين إذا كانت كل البيانات دقيقة وكاملة ومتوفرة.

فعلى سبيل المثال من المفروض أن:

عدد السكان طبقاً لتعداد عام ١٩٦٦ في مصر = عدد السكان طبقاً لتعداد عام ١٩٦٠ + الزيادة السكانية خلال تلك الفترة (١٩٦٠ ـ ١٩٦٦) حيث أن:

الزيادة السكانية خلال تلك الفترة = عدد المواليد خلال الفترة ١٩٦٠ ـ ١٩٦٦

+ عدد المهاجرين إلى داخل البلاد لتلك الفترة

ـ عدد الوفيات التي تحققت بين التعدادين

ـ عدد المهاجرين من داخل البلاد إلى خارجها.

ويتوقف توازن هذه المعادلة على درجة دقة وشمول إحصاءات التعداد والإحصاءات الحيوية وعلى درجة انخفاض خطأ العد في التعداد أو الخطأ الناتج عن سوء تقدير الحركة الصافية للسكان من وإلى حدود البلاد وأخطاء المعايرة والضبط لنقص تسجيل المواليد والوفيات.

على أن توازن هذه المعادلة لا ينهض دليلاً قاطعاً على درجة دقة وشمول وكمال كل من إحصاءات التعداد والإحصاءات الحيوية، حيث أنه قد يلغي

(١) كما هو الحال في البلاد الحديثة التي يكثر الهجرة إليها والبلاد القديمة التي يكثر الهجرة منها.

بعض الأخطاء بعضه الآخر وتكون النتيجة توازن وهو غير صحيح في «معادلة الموازنة» فمثلاً التبليغ الناقص عن المواليد قد يلغيه أو يصححه أخطاء في تسجيل الوفيات بالنسبة لفئات السن المختلفة للسكان، كما أن عدم شمول الحصر في التعداد الأول قد يصححه أو يلغيه عدم شمول الحصر في التعداد الثاني.

والجدول رقم (٥٤) يعطي لنا تطور أعداد المواليد والوفيات والزيادة الطبيعية في الألف كما أن الجدول رقم (٥٥) يعطي لنا معدلات المواليد والوفيات والزيادة الطبيعية في الألف من السكان طبقاً لنشرات الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء.

جدول رقم (٥٤)

تطور أعداد المواليد والوفيات والزيادة الطبيعية في الألف للفترة (١٩٥٢ ـ ١٩٧٢)

السنة	عدد المواليد أحياء	عدد حالات الوفيات	الزيادة الطبيعية
١٩٥٢	٦٦٩	٣٨١	٥٨٨
١٩٥٣	٩٤٥	٤٢٩	٥٠٦
١٩٥٤	٩٥٧	٤٠١	٥٥٦
١٩٥٥	٩٢٧	٤٠٦	٥٢١
١٩٥٦	٩٥٩	٣٨٥	٥٧٤
١٩٥٧	٩١٤	٤٣٠	٤٨٤
١٩٥٨	٠٠١٤	٤٠٩	٦٠٥
١٩٥٩	١٠٧٩	٤١١	٦٦٨
١٩٦٠	١١٠٤	٤٢٨	٦٧٦
١٩٦١	١١٦٧	٤٢٠	٤٤٧
١٩٦٢	١١٢٦	٤٨٧	٦٣٩
١٩٦٣	١١٩٦	٤٣٢	٧٦٤
١٩٦٤	٢١٠٦	٤٤٩	٧٥٧
١٩٦٥	٢٢٢١	٤١٢	٨٠٩
١٩٦٦	٢٢٣٥	٤٧٧	٧٥٨
١٩٦٧	٢٢١٠	٤٤٠	٧٧
١٩٦٨	٢٢٠٧	٥٠٩	٦٩٨
١٩٦٩	١١٩٧	٤٦٨	٧٢٩
١٩٧٠	١١٦٢	٥٠١	٦٦١
١٩٧١	١١٨٦	٤٤٥	٧٤٠
١٩٧٢	١١٨٨	٥٠١	٦٨٧

المصدر: الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء، الكتاب السنوي

جدول رقم (٥٥)

معدلات المواليد والوفيات والزيادة الطبيعية في الألف من السكان

خلال الفترة (١٩٥٢ ـ ١٩٧٢)

السنة	معدلات المواليد	معدلات الوفيات	الزيادة الطبيعية
١٩٥٢	٤٥,٢	١٧,٨	٢٧,٤
١٩٥٣	٤٢,٦	١٩,٦	٢٣,ـ
١٩٥٤	٤٢,٦	١٧,٩	٢٤,٧
١٩٥٥	٤٠,٣	١٧,٦	٢٢,٧
١٩٥٦	٤٠,٧	١٦,٤	٢٤,٣
١٩٥٧	٣٨,ـ	١٧,٨	٢٠,٣
١٩٥٨	٤١,١	١٦,٦	٢٤,٥
١٩٥٩	٤٢,٨	١٦,٣	٢٦,٥
١٩٦٠	٤٣,١	١٦,٩	٢٦,٣
١٩٦١	٤٤,١	١٥,٨	٢٨,٣
١٩٦٢	٤١,٥	١٧,٩	٢٣,٦
١٩٦٣	٤٣,ـ	١٥,٥	٢٧,٥
١٩٦٤	٤٢,٣	١٥,٧	٢٦,٦
١٩٦٥	٤١,٧	١٤,١	٢٧,٦
١٩٦٦	٤١,٢	١٥,٩	٢٥,٣
١٩٦٧	٣٩,٢	١٤,٢	٢٥,ـ
١٩٦٨	٣٨,٢	١٦,١	٢٢,١
١٩٦٩	٣٧,ـ	١٤,٥	٢٢,٥
١٩٧٠	٣٥,١	١٥,١	٢٠,ـ
١٩٧١	٣٥,١	١٣,٢	٢١,٩
١٩٧٢	٣٤,١	١٤,٤	٧,٧

المصدر: الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء، الكتاب السنوي

المعدل الإجمالي للمواليد: Gurde Birth Rate (GBR)

كما يسمى معدل المواليد الخام وهو نسبة عدد المواليد أحياء[1] في بلد ما بالعام إلى العدد التقديري للسكان في منتصف هذا العام ولنفس البلد مع ضرب هذه النسبة في العدد ١٠٠٠.

وعلى ذلك فإن:

$$\text{المعدل الإجمالي للمواليد} = \frac{\text{عدد المواليد أحياء في البلد أثناء السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف هذه السنة}} \times ١٠٠٠$$

فإذا كان لدينا عدد المواليد أحياء في أحد المجتمعات في السنة الميلادية ١٩٧٠ هو ١٢٠ ألف مولود، وكان التعداد التقديري لسكان هذا المجتمع في منتصف تلك السنة الميلادية هو ٣,٢ مليون نسمة، فإن المعدل الإجمالي

$$\text{للمواليد لعام ١٩٧٠} = \frac{١٢}{٣٢٠} \times ١٠٠٠ = ٣٧,٢٥ \text{‰}$$

ويستخدم هذا المعدل كمؤشر لدرجة تكاثر السكان، ويمتاز بأنه سهل الحساب ولا يتطلب معلومات ديموجرافية معقدة ولا يشترط مصدر معين لهذه المعلومات. على أن هذا المعدل في صيغته المشار إليها يتأثر بالتركيب العمري للسكان، فهو يكون منخفضاً إذا كانت نسبة الإناث في سن الحمل والمتزوجات منخفضة كما أنه يكون مرتفعاً إذا كانت هذه النسبة مرتفعة.

كما يؤخذ على هذا المعدل جمعه بيانات في بسط المعدل مصدرها التسجيل الحيوي للمواليد وبيانات في مقام المعدل مصدرها تعداد السكان، ولاشك أن كل مصدر من هذه المصادر له أخطاءه ودرجة دقته مما يؤثر في النهاية على درجة دقة المعدل نفسه.

ومن مآخذ هذا المعدل أيضاً نسبة عدد المواليد أحياء إلى العدد الكلي للسكان في منتصف العام، وكما نعلم أن هذا العدد إنما يدخل في تركيبه عناصر أخرى غير المواليد مثل الوفيات والحركة السكانية.

---

(١) استبعدنا هنا عدد المواليد أموات، وهذا التعريف، هو الذي تأخذ به الأمم المتحدة.

كما أن المقياس لا يصلح للمقارنة بين بلدين، فهو مضلل، وذلك نتيجة لاختلاف التركيب العمري ونسب الإناث أو الذكور في فئات الأعمار المختلفة لكل من البلدين.

ومن المشاهد في معظم البلاد أن المواليد الذكور أكثر دائماً من عدد المواليد الإناث، ونسبة الذكور للإناث تكون في العادة حوالي ١٠٦ ذكور لكل ١٠٠ من الإناث، إلاّ أنها تختلف من بلد إلى آخر وتختلف في نفس البلد من سنة إلى أخرى.

ومن العوامل المؤثرة على هذا المعدل، درجة التقدم الاقتصادي والاجتماعي والثقافي للبلد. بمعنى أنه كلما ارتفع المستوى المعيشي والوعي والثقافي للسكان كلما صحب ذلك انخفاض في معدل المواليد الخام، أما إذا تفشى الجهل أو الفقر والمرض بينهم ساعد ذلك على وجود معدل مرتفع للمواليد الخام[١].

جـ معدل الخصوبة العام: General Fertility Rate

كنوع للتخلص من بعض عيوب معدل المواليد الخام، والمشار إليها سابقاً، وكتحسين مبدئي لهذا المعدل، فإنه يستخدم معدل الخصوبة العام (GFR) وهذا المقياس لا يستخدم عدد السكان الكلي كمقام للمعدل ولكن يستخدم منهم فقط عدد الإناث اللاتي في سن الحمل (في الفترة العمرية ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة) في المجتمع السكاني خلال فترة زمنية معينة.

والمعدل بهذا الأسلوب يكون قد اقترب من الواقع شيئاً ما لتصوير درجة التكاثر السكاني، حيث أن الفئة العمرية للنساء من ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة هي الفئة التي يحتمل أن يكن أمهات وبذلك فإنه من المحتمل أن يساهمن بأسلوب مباشر في التأثير على عدد المواليد، دون الفئات العمرية الأخرى من النساء أو النوع الآخر من السكان وهو الرجال.

---

(١) لا يعني هذا أن وجود معدل مرتفع للمواليد الخام مؤشر إلى انخفاض المستوي المعيشي والثقافي للسكان، فمثلاً، في الاتحاد السوفيتي، تشجع الدولة عملية التكاثر السكاني وتقدم المكافآت المادية والمعنوية لذلك وهذا بدوره يؤدي إلى رفع معدل المواليد الخام.

وعلى ذلك فإن:

$$\text{معدل الخصوبة العام} = \frac{\text{عدد المواليد أحياء في بلد معين أثناء العام}}{\text{عدد النساء اللاتي في سن الحمل في منتصف العام}} \times ١٠٠٠$$

فإذا فرضنا أن عدد المواليد أحياء في أحد المجتمعات أثناء السنة الميلادية ١٩٧٥ هو ١٢٠ ألف مولود.

وأن عدد النساء اللاتي في سن الحمل والذين تتراوح أعمارهن من ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة في منتصف هذه السنة الميلادية لهذا المجتمع هو ٤٨٠ ألف سيدة فإن:

$$\text{معدل الخصوبة العام} = \frac{١٢٠}{٤٨٠} \times ١٠٠٠ = ٢٥٠ ٪$$

ولو أن هذا المعدل يعتبر خطوة جيدة للوصول إلى الوضع الحقيقي لدرجة تكاثر السكان إلاَّ أنه لم يتخلص نهائياً من عيوب المعدل الإجمالي للمواليد، حيث أن بسط المعدل يعتمد أساساً على إحصاءات تسجيل المواليد أما مقام المعدل فهو يعتمد على إحصاءات التعداد، كما أن المقياس لا يميز بين الفئات العمرية المختلفة للإناث في الفترة من ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة، ناهيك عن أن تحديد الفئة العمرية للنساء اللاتي في سن الحمل موضع جدل شديد فمنهم من يعتبر أنها الفئة (١٥ ـ ٤٩ سنة) والآخر يعتبر أن الفئة العمرية المثلى للنساء اللاتي في سن الحمل هي (١٥ ـ ٤٤ سنة)، علاوة على أن هذا المعدل من الصعب استخدامه في المقارنة بين بلدين.

هـ ـ معدل التوالد: Fecumdity Rate

خطوة أخرى للوصول إلى معدل واقعي لدرجة تكاثر السكان، فإننا سنقوم بتحسين بسيط في مقام المعدل وذلك باستبعاد النساء اللاتي في سن الحمل للفئة العمرية (١٥ ـ إلى أقل من ٥٠ سنة) اللواتي غير متزوجات، وبالتالي فإن مقام المعدل يشتمل على عدد النساء اللواتي في سن الحمل في الفئة العمرية من ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة والمتزوجات فعلاً، وعليه فإن:

معدل التوالد

$$= \frac{\text{عدد المواليد أحياء في مجتمع شكاني معين أثناء العام}}{\text{عدد النساء المتزوجات اللواتي في سن الحمل في منتصف هذا العام}} \times ١٠٠٠$$

ويتيح هذا المؤشر مقارنة معدلات الخصوبة في البلاد المختلفة.

فإذا افترضنا أن عدد المواليد أحياء في مجتمع ما في سنة ميلادية معينة هو ١٢٠ ألف مولود وأن عدد النساء اللاتي في سن الحمل في الفترة العمرية (١٥ ـ ٥٠) هو ٤٨٠ ألف سيدة ولكن منهم ٤٠٠ ألف سيدة متزوجة فعلاً في هذا المجتمع في منتصف تلك السنة الميلادية فإن:

$$\text{معدل التوالد} = \frac{١٢٠}{٤٠٠} \times ١٠٠٠ = ٣٠٠\text{٪}$$

و ـ معدل الخصوبة على حسب الفئات العمرية:

حتى تتخلص نهائياً من عيوب المعدلات السابقة وحتى يمكن استخدامها للمقارنات الدولية أو لبلد واحد في سنين مختلفة، فإنه يكون من الأفضل احتساب نسبة الخصوبة عند فئة معينة من الفئات العمرية للنساء اللاتي في سن الحمل، فمثلاً تحسب معدلات الخصوبة لكل خمسة سنوات أو لكل عشرة سنوات وربما لكل سنتين أو سنة:

فإذا ما أخذنا الفئة العمرية للنساء اللواتي في سن الحمل للفترة من ٢٠ سنة إلى أقل من ٢٥ سنة فإن:

معدل الخصوبة

$$= \frac{\text{عدد المواليد أحياء من أمهات في الفئة العمرية (٢٠ ـ ٢٥) في سنة معينة}}{\text{عدد النساء في الفئة العمرية (٢٠ ـ ٢٥) في منتصف هذه السنة}} \times ١٠٠٠$$

وبصفة عامة:

إذ رمزنا إلى الحد الأدنى للفئة العمرية بالرمز س والحد الأقصى لهذه الفئة بالرمز س + ن فإن:

معدل الخصوبة للفئة العمرية (س إلى س + ن)

= عدد المواليد أحياء من أمهات في الفئة العمرية (س إلى س + ن) في سنة ما
÷ عدد النساء في الفئة العمرية (س إلى س + ن) في منتصف هذه السنة
× ١٠٠٠

وإذا ما قسمنا الفئة العمرية (١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة) للنساء اللاتي في سن الحمل إلى عدد الفئات العمرية طول كل منها خمسة سنوات وقمنا بحساب معدل خصوبة (خاص) لكل فئة عمرية فيكون لدينا:

الفئة العمرية	حدود الفئة العمرية	معدل الخصوبة الخاص (م)
الأولى	١٥ _	م١٥ ٢٠
الثانية	٢٠ _	م٢٠_٢٥
الثالثة	٢٥ _	م٢٥_٣٠
الرابعة	٣٠ _	م٣٠_٣٥
الخامسة	٣٥ _	م٣٥_٤٠
السادسة	٤٠ _	م٤٠_٤٥
السابعة	٤٥ إلى أقل من ٥٠	م٤٥_٥٠

ع ـ معدل الخصوبة الكلي:

قد يكون من المفيد وصف معدلات الخصوبة الخاصة (والتي حسبت عن كل فئة عمرية) في معدل واحد شامل يأخذ في اعتباره التغير في التركيب العمري للنساء اللواتي في سن الحمل ويسمى في هذه الحالة معدل الخصوبة الكلي.

فإذا كانت طول الفئة العمرية لهذه المعدلات واحد صحيح أي تأخذ الشكل ١٥ ـ؟ ١٦ ـ؟ ١٧ ـ ..... ؟ ٤٩ إلى أقل من ٥٠

فإن معدل الخصوبة الكلي في هذه الحالة يكون مساو لحاصل جمع كل معدلات الخصوبة الفردية.

فإذا افترضنا أن $م_{١}$ تمثل معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية ١٥ ـ

وإذا افترضنا أن $م_{٢}$ تمثل معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية ١٦ ـ

وإذا افترضنا أن م ن تمثل معدل الخصوبة الخاص لآخر فئة عمرية ٤٩ ـ ٥٠

فإن معدل الخصوبة الكلي = $م_{١}$ + $م_{٢}$ + ... م ن (حيث طول الفئة العمرية = ١).

وهنا افترضنا أن كل ١٠٠٠ من النساء اللاتي أخذناهن في الحساب يظللن أحياء إلى فترة الحمل.

فإذا فرض أن معدل الخصوبة الكلي هو ٢٠٠٠ فإن ذلك يعني أن كل ١٠٠٠ امرأة أنجبت أثناء مرورها في فترة الحمل (١٥ ـ ٥٠)، ٢٠٠٠ طفل أي أن كل امرأة أنجبت طفلين في المتوسط.

ويجدر ملاحظة أنه إذا اختلفت طول الفئة العمرية عن الواحد الصحيح فإنه لإيجاد معدل الخصوبة الكلي يجب ضرب كل معدل خصوبة خاص في طول الفئة العمرية (ل) قبل إجراء عملية الجمع كالآتي[٢].

معدل الخصوبة الكلي = $م_{١}$ $ل_{١}$ + $م_{٢}$ $ل_{٢}$ + $م_{٣}$ $ل_{٣}$ .... $م_{ز}$ $ل_{ز}$

وعلى ذلك:

فلنأخذ طول الفئة العمرية خمسة سنوات نجد أن:

معدل الخصوبة الكلي = ($م_{١٥ـ١٠}$ + $م_{٢٠ـ٢٥}$ + $م_{٢٥ـ٣٠}$ ... $م_{٤٥ـ٥٠}$) × ٥

(٢) نضرب هنا في طول الفئة العمرية نظرا لأن كل معدل من معدلات الخصوبة الفردية لفئة عمرية معينة إنما هو عبارة عن المتوسط الحسابي لعدد من معدلات الخصوبة الفردية يقدر بطول الفئة العمرية وليس مجموع تلك المعدلات الفردية.

● فإذا افترضنا أن المعدلات التفصيلية للخصوبة على حسب فئات العمر للنساء اللاتي في سن الحمل الفترة (١٥ ـ ٥٠) للسنة الميلادية (س) هي:

فئات عمر الأم	١٥ ـ	٢٠	٢٥ ـ	٣٠ ـ	٣٥ ـ	٤٠ ـ	٤٥ إلى أقل من ٥٠
معدلات الخصوبة التفصيلية	٣٠	٢١١	٢٥٢	٢٥٩	١٩٨	١١١	٥١

فإن معدل الخصوبة الكلي = مجموع المعدلات الفردية × طول الفئة العمرية

= حجـ م × ل

= ١١١٢ × ٥ = ٥٥٦٠٪.

على أن هذا المعدل رغم كل مزاياه إلاَّ أن حسابه يتطلب ضرورة معرفة عمر الأم عند الولادة وبالتالي ضرورة تسجيل ذلك.

وعموماً فإن هذا المعدل قريب من الواقع ويعطي صورة حقيقية عن درجة تكاثر السكان ويصلح للمقارنة على المستوى الدولي وهو بذلك يفضل على معدل الخصوبة العام.

● مثال آخر:

البيانات التالية تعطي عدد الإناث (بالألف) اللواتي في سن الحمل على حسب الفئات العمرية المختلفة، وعدد المواليد الكلي على حسب تلك الفئات العمرية:

فئات العمر للنساء اللاتي في سن الحمل	عدد المواليد الكلي بالألف	عدد الإناث بالألف
١٥ ـ	٨,٥٠	٧٠
٢٠ ـ	١١,٠٠	٦٠
٢٥ ـ	١٦,٢٠	٨٠
٣٠ ـ	١٢,٤٠	٩٥
٣٥ ـ	٧,٠٠	٩٠
٤٠ ـ	١,٥٥	٨٠
٤٥ وأقل من ٥٠	٠٠,١٥	٧٥

والمطلوب:

إيجاد كل من معدلات الخصوبة التفصيلية على حسب فئات العمر المشار إليها وإيجاد معدل الخصوبة الكلي.

الحل:

معدل الخصوبة للفئة العمرية (١٥ ـ ٢٠) أي م(١٥ ـ ٢٠)

$$= \frac{\text{عدد المواليد الكلي للفئة العمرية (١٥ ـ ٢٠)}}{\text{عدد الإناث في نفس الفئة العمرية}} \times ١٠٠٠ \times \text{طول الفئة}$$

أي أن:

$$م_{(١٥ ـ ٢٠)} = \frac{٨,٥}{٧٠} \times ٥٠٠٠ = ٦٠٧٪$$

وبالمثل فإن:

معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية (٢٠ ـ ٢٥)

أي أن م$_{(٢٠-٢٥)}$ = $\frac{١١}{٦٠}$ × ٥٠٠٠ = ٩١٦,٨ ٪.

معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية (٢٥ ـ ٣٠)

أي أن م$_{(٢٥-٣٠)}$ = $\frac{١٦,٢}{٨٠}$ × ٥٠٠٠ = ١١٢,٥ ٪.

معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية (٣٠ ـ ٣٥)

أي أن م$_{(٣٠-٣٥)}$ = $\frac{١٢,٤}{٩٥}$ × ٥٠٠٠ = ٦٥٢,٦ ٪.

معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية (٣٥ ـ ٤٠)

أي أن م$_{(٣٥-٤٠)}$ = $\frac{٧,}{٩٠}$ × ٥٠٠٠ = ٣٨٨,٩ ٪.

معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية (٤٠ ـ ٤٥)

أي أن م$_{(٤٠-٤٥)}$ = $\frac{١,٥٥}{٨٠}$ × ٥٠٠٠ = ٩٦,٩ ٪.

معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية (٤٥ ـ ٥٠)

أي أن م$_{(٤٥-٥٠)}$ = $\frac{,١٥}{٧٥}$ × ٥٠٠٠ = ١٠ ٪.

معدل الخصوبة الكلي = مجموع معدلات الخصوبة

على حسب الفئات المختلفة = ٢٧٨٤,٩ ٪.

ويمكن تمثيل النتائج السابقة في جدول كالآتي:

جدول رقم (٥٦)

معدلات الخصوبة الفردية على حسب فئات

السن المختلفة والمعدل الكلي للخصوبة

فئات العمر للنساء اللاتي في سن الحمل	عدد المواليد الكلي بالألف	عدد الإناث بالألف	معدلات الخصوبة التفصيلية	معدلات الخصوبة التجميعية
١٥ـ	٨,٥	٧٠	٦٠,٧٠	٦٠٧
٢٠ـ	١١,٠٠	٦٠	٩١٦,٨	١٥٢٣,٨
٢٥ـ	١٦,٢٠	٨٠	١١٢,٥	١٦٢٦,٣
٣٠ـ	١٢,٤٠	٩٥	٦٥٢,٦	٢٢٨٨,٩
٣٥ـ	٧,٠٠	٩٠	٣٨٨,٩	٢٦٧٧,٨
٤٠ـ	١,٥٥	٨٠	٩٦,٩	٢٧٧٤,٧
٤٥ إلى أقل من ٥٠	٠٠,١٥	٧٥	١٠.٠	٢٧٨٤,٧
معدل الخصوبة الكلي		٢٧٨٤,٧.٪		

هذا يعني أن كل امرأة قد أنجبت حوالي ٢,٨ طفلاً وبالتقريب ٣ أطفال خلال الفترة المأخوذة.

معدل الإحلال الإجمالي: Gross Reproduction Rate

على الرغم من أن معدلات الخصوبة التفصيلية ومعدل الخصوبة الكلي تعتبر مرحلة متقدمة جداً من مراحل قياس درجة التكاثر السكاني للأسباب السابق ذكرها، إلاَّ أن المعدلات لم تتخلص نهائياً من الانتقادات.

فمعدلات الخصوبة التفصيلية أو معدل الخصوبة الكلي لا تميز في حسابها بين الذكور والإناث المواليد، بل تجمع بينهما في عدد واحد هو عدد المواليد الأحياء. وعدم التمييز هذا يفقد هذه المعدلات شيء من الدقة تمنعها من الوصول إلى التمام.

وباستبعاد عدد المواليد ذكور من العدد الكلي للمواليد أحياء، يتيح لنا هذا فرصة استخراج بعض المعدلات الأخرى على نمط معدلات الخصوبة السابق تناولها، وتعتمد في بسطها على عدد المواليد إناث في البلد أثناء السنة، على أساس، أن العبرة في تكاثر السكان هو عدد المواليد الإناث.

ومعدل الإحلال الإجمالي هو النسبة بين عدد الإناث في مجتمع سكاني معين خلال سنة ميلادية معينة وعدد النساء في سن الحمل للفترة العمرية (١٥ _ ٥٠) في هذا المجتمع في منتصف تلك السنة الميلادية مع ضرب الناتج في العدد ١٠٠٠ للحصول على النسبة في الألف.

∴ معدل الإحلال الإجمالي

عدد المواليد الإناث في مجتمع معين خلال سنة ميلادية معينة

= -- × ١٠٠٠

عدد النساء في سن الحمل (١٥ _ ٥٠)
في هذا المجتمع في منتصف تلك السنة

وهذا المعدل يفترض عدم وفاة أي من المجموعات الفرعية للمواليد الإناث حتي يبلغن نهاية سن الحمل (الحياة الإنجابية) وهذا فرض بالطبع غير مقبول.

ويمكن استخدام العلاقة السابقة لإيجاد معدلات الإحلال للفئات العمرية المختلفة لفترة الحمل، فمثلاً، معدل الإحلال للفئة العمرية (٢٠ _ ٢٥) أي:

عدد المواليد إناث للنساء في
الفئة العمرية (٢٠ _ ٢٥) في
مجتمع معين خلال سنة
ميلادية معينة

أَ(٢٠ _ ٢٥) = ---------------------------- × طول الفئة العمرية × ١٠٠٠

عدد النساء في الفئة العمرية
(٢٠ _ ٢٥) في هذا المجتمع
في منتصف تلك السنة

ويكون معدل الإحلال الإجمالي هو مجموع هذه المعدلات التفصيلية للإحلال خلال فئات العمر المختلفة لفترة الحمل (١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة).

فإذا أضفنا إلى بيانات المثال السابق عدد المواليد الإناث فقط على حسب فئات العمر المختلفة كالآتي:

فئات العمر: ١٥ ـ ٢٠ ـ ٢٥ ـ ٣٠ ـ ٣٥ ـ ٤٠ ـ ٤٥ إلى أقل من ٥٠

عدد المواليد إناث: ٤٢٠٠ ٥٥٠٠ ٨٠٠٠ ٦٠٠٠ ٣٥٠٠ ٧٥٠ ٨٠

فإن معدلات الإحلال (مَ) على حسب فئات السن المختلفة هي:

معدلات الإحلال للفئة العمرية (١٥ ـ ٢٠)

$$\text{أي } \bar{م}_{(١٥-٢٠)} = \frac{٤,٢}{٧٠} \times ٥٠٠٠ = ٣٠٠\%$$

معدلات الإحلال للفئة العمرية (٢٠ ـ ٢٥)

$$\text{أي } \bar{م}_{(٢٠-٢٥)} = \frac{٥,٥}{٦٠} \times ٥٠٠٠ = ٤٥٨,٣\%$$

معدلات الإحلال للفئة العمرية (٢٥ ـ ٣٠)

$$\text{أي } \bar{م}_{(٢٥-٣٠)} = \frac{٨}{٨٠} \times ٥٠٠٠ = ٥٠٠\%$$

معدلات الإحلال للفئة العمرية (٣٠ ـ ٣٥)

$$\text{أي } \bar{م}_{(٣٠-٣٥)} = \frac{٦}{٩٥} \times ٥٠٠٠ = ٣١٥,٨\%$$

معدلات الإحلال للفئة العمرية (٣٥ ـ ٤٠)

$$\text{أي } \bar{م}_{(٣٥-٤٠)} = \frac{٣,٥}{٩٠} \times ٥٠٠٠ = ١٩٤,٥\%$$

معدلات الإحلال للفئة العمرية (٤٠ ـ ٤٥)

$$\text{أي } \bar{م}_{(٤٠-٤٥)} = \frac{٠,٧٥}{٨٠} \times ٥٠٠٠ = ٤٦,٩\%$$

معدلات الإحلال للفئة العمرية (٤٥ _ ٥٠)

أي مَ(٤٥ _ ٥٠) = $\frac{٨٠,}{٧٥}$ × ٥٠٠٠ = ٥,٤٠٪

معدل الإحلال الإجمالي الكلي = ١٨٢٠,٩٪

وهذا يعني أن كل ١٠٠٠ أنثى تنجب ١٨٣١ مولوداً حياً من الإناث، بمعنى أن لكل أنثى ما يقرب من مولودين أحياء من الإناث.

وعلى الرغم من أن هذا المعدل يصف درجة تكاثر السكان بدرجة كبيرة وواقعية متخلصاً من معظم عيوب المعدلات السابقة، إلاّ أن افتراض بقاء المواليد الإناث على قيد الحياة حتى يبلغن فئات الحمل المختلفة، افتراض غير واقعي وغير مقبول كما أن المواليد الإناث اللاتي يتوفين قبل بلوغهن سن الحمل لا يؤثرن على درجة تكاثر السكان، ولذلك يجب إسقاط هذا الفرض واستبعاد عدد المواليد الإناث اللاتي يتوفين قبل بلوغهن سن الحمل.

معدل الإحلال الصافي: «Net Reproduction Rate».

إذا ما أسقطنا افتراض بقاء المواليد الإناث على قيد الحياة حتى يبلغن فئات الحمل المختلفة، واستبعدنا عدد المواليد الإناث اللاتي يتوفين قبل بلوغهن سن الحمل من العدد الكلي للمواليد إناث فإننا نحصل في هذه الحالة على مقياس حساس يصف درجة تكاثر السكان بطريقة دقيقة ويمكن على أساسه إصدار حكم صحيح على درجة خصوبة السكان ويمكننا من دراسة هذه الخصوبة مع الأخذ في الاعتبار احتمالات الوفاة لفئات العمر المختلفة للإناث.

هذا المقياس يسمى معدل الإحلال الصافي (NRR) وهو يساوي للفئة العمرية (٣٠ _ ٣٥) على سبيل المثال:

معدل الإحلال الصافي

$$= \frac{\text{عدد المواليد الإناث اللاتي يبلغن فترة الحمل (٣٠ _ ٣٥) في البلد أثناء السنة}}{\text{عدد النساء في سن (٣٠ _ ٣٥) في هذا البلد في منتصف تلك السنة}} \times ١٠٠٠$$

وهو بذلك يمثل النسبة بين إناث جيلين متعاقبين في ظل ظروف خصوبة ووفاة ثابتة، ويمكن حساب معدلات الإحلال الصافية التفصيلية لكل فئة من الفئات العمرية طوال الحياة الانجابية.

وبضرب هذه المعدلات في طول الفئة العمرية وإيجاد حاصل الجمع نحصل على معدل الإحلال الصافي الكلي.

وهذا المعدل في هذا الثوب يصف لنا درجة إحلال الجيل القادم محل الجيل الحالي.

فإذا كان معدل الإحلال مساو للواحد الصحيح ينهض ذلك دليلاً على أن السكان يحلون محل بعضهم بنسبة ثابتة أي أن الاتجاهات السكانية في الجيل القادم لن تختلف عن الاتجاهات السكانية لهذا الجيل الحالي.

أما إذا أن كان معدل الإحلال الصافي أكبر من الواحد الصحيح نهض ذلك دليلاً على أن السكان يحلون محل بعضهم بنسبة أكبر من الواحد الصحيح أي سيزدادون في الجيل القادم عنه في الجيل الحالي، فإذا افترضنا أن النسبة بلغت ١,٢٥ يعني هذا أن السكان يحتمل أن يزدادون بنسبة ٢٥٪ في الجيل المقبل عنه في الجيل الحالي.

أما إذا كان معدل الإحلال الصافي أصغر من الواحد الصحيح نهض ذلك دليلاً على أن السكان لا يعوضون بعضهم بعض وأنهم سينقصون في الجيل المقبل عنه في الجيل الحالي فإذا بلغت النسبة ٨, هذا يعني أن سكان الجيل المقبل يحتمل أن يكونوا أقل من سكان الجيل الحالي بنسبة ٢٠٪.

وعلى ذلك فإن احتمالات النمو السكاني توجد عندما يكون المعدل أكبر من الواحد الصحيح، كما أن احتمالات النقص السكاني توجد عندما يكون المعدل أصغر من الواحد الصحيح أما احتمالات عدم التغير السكاني فتوجد عندما المعدل الصافي للإحلال مساو للواحد الصحيح.

مثال:

على فرض أننا أضفنا إلى بيانات المثال السابق عدد الباقين على قيد

الحياة من كل ألف من المواليد الإناث على حسب الفئات العمرية المختلفة كالآتي:

الفئة العمرية: ١٥ _ ٢٠ _ ٢٥ _ ٣٠ _ ٣٥ _ ٤٠ _ ٤٥ إلى أقل من ٥٠

الباقين على قيد الحياة: ٦٢٠ ٦١٠ ٥٩٠ ٥٨٠ ٥٥٠ ٥٣٠ ٥١٠

والمطلوب معرفة معدلات الإحلال التفصيلية الصافية وفقاً لفئات العمر المختلفة ثم استنتاج معدل الإحلال الصافي الكلي.

الحل:

عدد المواليد الإناث الباقين على قيد الحياة للإناث في الفئة العمرية (١٥ _ ٢٠)

ث(١٥ _ ٢٠) = ٤٢٠٠ × ٦٢٠ / ١٠٠٠ = ٢٦٠٤ مولود أنثى

∴ معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية (١٥ _ ٢٠) = ٢٦٠٤ / ٧٠٠٠٠ × ٥٠٠٠ = ١٨٦٪

عدد المواليد الإناث الباقين على قيد الحياة للإناث في الفئة العمرية (٢٠ _ ٢٥)

ث(٢٠ _ ٢٥) = ٥٠٠٠ × ٦١٠ / ١٠٠٠ = ٣٣٥٥ مولود أنثى

∴ معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية (٢٠ _ ٥٠).

= ٣٣٥٥ / ٦٠٠٠٠ × ٥٠٠٠ = ٢٧٩,٦٪

عدد المواليد الإناث الباقين على قيد الحياة للإناث في الفئة العمرية (٢٥ _ ٣٠)

ث(٢٠ _ ٣٠) = ٨٠٠٠ × ٥٩٠ / ١٠٠٠ = ٤٧٢٠ مولود أنثى

∴ معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية (٢٥ ـ ٣٠)

$$= \frac{٤٧٢٠}{٨٠,٠٠٠} \times ٥٠٠٠ = ٢٩٥٪$$

عدد المواليد الإناث الباقين على قيد الحياة للإناث في الفئة العمرية (٣٠ ـ ٣٥)

$$ث_{(٣٠ - ٣٥)} = ٦٠٠٠ \times \frac{٥٨٠}{١٠٠٠} = ٣٤٢٠$$ مولود أنثى

∴ معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية (٣٠ ـ ٣٥)

$$= \frac{٣٤٢٠}{٩٥,٠٠٠} \times ٥٠٠٠ = ١٨٣,٢٪$$

عدد المواليد الإناث الباقين على قيد الحياة للإناث في الفئة العمرية (٣٥ ـ ٤٠)

$$ث_{(٣٥ - ٤٠)} = ٣٥٠٠ \times \frac{٥٥٠}{١٠٠٠} = ١٩٢٥$$ مولود أنثى

∴ معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية (٣٥ ـ ٤٠)

$$= \frac{١٩٢٥}{٩٠,٠٠٠} \times ٥٠٠٠ = ١٠٧٪$$

عدد المواليد الإناث الباقين على قيد الحياة للإناث في الفئة العمرية (٤٠ ـ ٤٥)

$$ث_{(٤٠ - ٤٥)} = ٧٥٠ \times \frac{٥٣٠}{١٠٠٠} = ٣٩٧,٥$$ مولود أنثى

∴ معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية (٤٠ ـ ٤٥)

$$= \frac{٣٩٧,٥}{} \times ٥٠٠٠ = ٢٤,٩٪$$

عدد المواليد الإناث الباقين على قيد الحياة للإناث في الفئة العمرية الأخيرة.

$$ث_{(٤٥ـ ٥٠)} = ١٥٠ \times \frac{٥١٠}{١٠٠٠} = ٧٦,٥$$ مولود أنثى

∴ معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية (٤٥ ـ ٥٠)

$$= \frac{٧٦,٥}{٧٥} \times ٥٠٠٠ = ٢,٨ ٪.$$

معدل الإحلال الصافي الكلي = مجموع المعدلات التفصيلية الصافية للإحلال

= ١٠٧٨,٥ ٪.

حل آخر: (بمعلومية معدل الإحلال الإجمالي)

إذا كان معلوماً لدينا معدل الإحلال الإجمالي لفئة عمرية معينة فإنه يكفي لمعرفة معدل الإحلال الصافي لتلك الفئة العمرية، ضرب المعدل الأول في احتمال البقاء على قيد الحياة للمواليد إناث خلال تلك الفئة العمرية.

وعلى ذلك وبالاستعانة بنتائج المثال السابق نجد أن:

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية الأولى

= ٣٠٠ × ,٦٢ = ١٨٦,٠ في الألف

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية الثانية

= ٤٥٨,٣ × ,٦١ = ٢٧٩,٦ في الألف

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية الثالثة

= ٥٠٠ × ,٩٥ = ٢٩٥,٠ في الألف

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية الرابعة

= ٣١٥,٨ × ,٥٨ = ١٨٢,٢ في الألف

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية الخامسة

= ١٩٤,٥ × ,٥٥ = ١٠٧,٠ في الألف

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية السادسة

= ٤٦,٩ × ٠,٥٣ = ٢٤,٩ في الألف

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية السابعة

= ٥,٤ × ٠,٤١ = ٢,٨ في الألف

معدل الإحلال الصافي الكلي

= المجموع الناتج = ١٠٧٨,٥ في الألف

والنتيجة معناها أن كل ١٠٠٠ أنثى تنجب ١٠٧٩ أنثى تعيش حتى تمر بفترات الحمل المختلفة أي أن كل أنثى تنجب حوالي مولوداً أنثى وهي تعيش لحين نهاية فترة الحمل.

ويلاحظ أن معدل الإحلال الإجمالي ضعف معدل الإحلال الصافي.

٢ ـ مقاييس الوفيات:

وهي مقاييس العامل الثاني من عوامل التغير السكاني، والتي تصور لنا الوضع الصحي لأي بلد في فترة زمنية معينة، مما يساعد على رسم السياسة الصحية التي تتفق والوضع الصحي لهذا البلد، كما أن هذه المقاييس تتيح للباحثين الديموجرافيين دراسة درجة الشبه والاختلاف لمقاييس الوفيات بين الدول المختلفة أو لذات الدولة لفترات زمنية متتابعة أو للفئات العمرية المختلفة للسكان.

وتتعدد مقاييس الوفيات وهي في تعددها تعطي درجات متفاوتة من الدقة وعلى الباحث أن يستخدم المقياس الذي يعطي له درجة أكبر من الدقة.

أ ـ معدل الوفيات الخام: Grude Death Rate

وهو لكل ١٠٠٠ فرد من السكان عبارة عن:

معدل الوفيات الخام

$$= \frac{\text{عدد الوفيات في مجتمع ما في سنة ميلادية معينة}}{\text{عدد سكان هذا المجتمع في منتصف تلك السنة الميلادية}} \times ١٠٠٠؛$$

فإذا علم أن عدد السكان في أحد المجتمعات في منتصف عام ١٩٧٠ هو ٥٠ مليون نسمة وكان عدد الوفيات في هذا المجتمع لنفس العام هو ٤٠٠ ألف، فإن:

معدل الوفيات الخام = $\frac{\text{٤٠٠ ألف}}{\text{٥٠ مليون}}$ × ١٠٠٠ = ٨٫ ٪

وعلى الرغم من أن معدل الوفيات الخام بسيط في المفهوم، سهل في الحساب، إلاّ أن من أشد عيوبه اعتماده في بسطه على بيانات التسجيل الحيوي أما في مقامه فهو يعتمد على بيانات التعدادات وتقدير عدد السكان بين سنواتها، إلى جانب عدم تمييزه بين وفيات فئات العمر المختلفة مما لا يجعله صالحاً للمقارنة على المستوى الدولي بل لا يعتبر بهذا الأسلوب مقياساً دقيقاً للمستوى الصحي في البلد.

ب ـ معدل الوفيات التفصيلي: Aqe Specific death Rate

معدلات الوفيات التفصيلية هي خطوة متقدمة، للتخلص من بعض عيوب معدل الوفيات الخام حيث يؤخذ التركيب العمري والنوعي للوفيات في الاعتبار حيث أن احتمالات الوفيات تختلف من فئة عمرية إلى أخرى. فلاشك أن معدلات الوفيات في المراحل الأولى من العمر هي أكبر منها في المراحل الأخرى، كما أنها تختلف في الذكور عنه في الإناث.

وبصفة عامة فإن معدل الوفيات للفئة العمرية (س ـ س + ن) = م$_{\text{ف (س ـ س + ن)}}$

$$= \frac{\text{عدد الوفيات في فئة العمر (س ـ س + ن) خلال سنة معينة لمجتمع معين}}{\text{عدد السكان في فئة العمر (س ـ س + ن) في منتصف تلك السنة لنفس المجتمع}} \times 1000$$

وإذا ما خصصنا من عدد الوفيات، الإناث فقط فإن معدل الوفيات التفصيلي للفئة العمرية (س ـ س + ن) للإناث هو:

أف ت (س ـ س + ن)

$$= \frac{\text{عدد الوفيات الإناث في فئة العمر (س ـ س + ن) خلال سنة معينة لمجتمع معين}}{\text{عدد الإناث في فئة العمر (س ـ س + ن) في منتصف تلك السنة لنفس المجتمع}} \times ١٠٠٠$$

جـ ـ معدل وفيات الرضع: Imiant Mortalty Rate

ربما يكون هذا المعدل له دلالة خاصة، حيث أنه يبين العلاقة بين وفيات الأطفال الرضع (أقل من سنة) في بلد معين خلال سنة معينة وعدد المواليد أحياء في هذا البلد أثناء تلك السنة، وهو بذلك يركز على فئة خاصة من فئات العمر (الأطفال الرضع أقل من سنة) ذات حساسية كبيرة للأمراض وعدم القدرة على تحملها فتعطي لنا مقياس أكثر دقة للمستوى الصحي والاجتماعي في البلد، وعلى ذلك فإن معدل وفيات الرضع هو:

= عدد وفيات الرضع (أطفال أقل من سنة) في مجتمع ما خلال سنة ميلادية معينة / عدد المواليد أحياء في هذا المجتمع خلال تلك السنة، الميلادية × ١٠٠٠

على أن لهذا المعدل مشاكله فهو يحتاج إلى تسجيل دقيق، للوفيات أقل من سنة ومعرفة عدد المواليد أحياء في هذا المجتمع خلال تلك السنة وكثيراً ما يكون الرقم الأول غير دقيق فكثيراً ما لا يسجل الأطفال الذين يموتون مباشرة بعد الميلاد، إلى جانب أنه قد يوجد خطأ نتيجة عدم التمييز بين الأطفال المتوفون والمولودين أمواتاً.

د ـ معايرة معدل الوفيات العام Standardization of Gurde Death Rate.

قلنا إن معدل الوفيات الخام رغم أنه بسيط في المفهوم، سهل في الحساب، إلا أنه لا يأخذ في الاعتبار التركيب النوعي والعمري للسكان

وبالتالي يفقد القدرة على استخدامه في المقارنات على مستوى مختلف الدول.

وعلى ذلك فإنه من الواجب تصحيح هذا المعدل للتخلص من الاختلاف الناتج عن التركيب العمري للسكان وهو المصدر الأساسي لصعوبة المقارنة على مستوى مختلف الدول أو حتى في البلد الواحد ولكن في فترات مختلفة.

ولمعايرة معدل الوفيات الخام أو تصحيحه يمكن إتباع إحدى طريقتين، مباشرة، وغير مباشرة.

وتعتمد الطريقتين على افتراض وجود مجتمع معياري أو نموذجي يتوزع فيه السكان ونسب الوفيات بطريقة نموذجية، ويستخدم هذا التوزيع النموذجي كأساس للمقارنة والتصحيح.

وعند اختيار المجتمع المعياري من المفضل اختيار تعداد السكان للمجتمع كله، كما يجب الابتعاد عن المجتمعات غير العادية، فلا يكون المجتمع المختار قد مر بحرب من فترة ليست بعيدة أو مجتمع متخلف جداً أو متقدم جداً تكثر الهجرة إليه حتى نستطيع التوصل إلى نموذج غير متحيز يتم على أساسه تصحيح معدلات الوفيات.

الطريقة المباشرة في تصحيح معدل الوفيات الخام:

وتعتمد هذه الطريقة على معرفة عدد الوفيات في بلد ما، المتوقع الحصول عليه باستخدام التوزيع النموذجي، عن طريق ضرب نسب الوفيات التفصيلية على حسب فئات العمر المختلفة لهذا البلد في عدد السكان للتوزيع النموذجي للفئات العمرية المناظرة، وبقسمة عدد الوفيات المتحصل عليه المتوقع على عدد السكان في التوزيع النموذجي نحصل على معدل الوفيات الخام المصحح.

فعلى فرض أن:

معدل الوفيات التفصيلي للفئة العمرية الأولى هو $م_{أ ف ١}$ للبلد (أ)

معدل الوفيات التفصيلي للفئة العمرية الثانية هو $م_{أ ف ٢}$ للبلد (أ)

معدل الوفيات التفصيلي للفئة العمرية الأخيرة هو $م_{أ ف ن}$ لنفس البلد.

كما أن:

عدد السكان للفئة العمرية الأولى في التوزيع النموذجي هو $\text{ك}_{١}$

عدد السكان للفئة العمرية الثانية في التوزيع النموذجي هو $\text{ك}_{٢}$

عدد السكان للفئة العمرية الثالثة في التوزيع النموذجي هو $\text{ك}_{\text{ن}}$

وعلى ذلك فإن:

عدد الوفيات المتوقع للفئة العمرية الأولى للبلد (أ) = $\text{م}_{\text{أف}١} \times \text{ك}_{١}$

عدد الوفيات المتوقع للفئة العمرية الثانية للبلد (أ) = $\text{م}_{\text{أف}٢} \times \text{ك}_{٢}$

عدد الوفيات المتوقع للفئة العمرية الثالثة للبلد = $\text{م}_{\text{أفن}} \times \text{ك}_{\text{ن}}$

كما أن:

عدد الوفيات الكلي لهذا البلد والمحسوب على أساس التوزيع السكاني للبلد النموذجي هو:

$= \text{م}_{\text{أف}١} \times \text{ك}_{١} + \text{م}_{\text{أف}٢\text{ك}٢} + \ldots\ldots \text{م}_{\text{أفنكن}}$

$= \text{مجـ}\ \text{م}_{\text{أفك}}$

- فإذا علم أن عدد السكان في البلد النموذجي هو:

$= \text{ك}_{١} + \text{ك}_{٢} \ldots\ldots \text{ك}_{\text{ن}} = \text{مجـ}\ \text{ك}$

∴ معدل المواليد الخام المصحح بالطريقة المباشرة هو

$= \text{مجـ}\ \text{م}_{\text{أفك}} / \text{مجـ}_{\text{ك}} \times ١٠٠٠$

- مثال:

على فرض أنه لدينا البيانات التالية عن البلد (أ)

فئات العمر	صفر ـ	١ ـ	٢٠ ـ	٤٠ ـ	٦٠ فأكثر	المجموع
معدل الوفيات التفصيلي	,٠٨٠	,٠٠٣	,٠٤٤	,١٢٠	,٠٥٦	٠,١٩٥
عدد السكان في التوزيع النموذجي	١٣٠	٣٠٠	٢٧٠	٢٠٠	١٠٠	١٠٠٠

فالمطلوب إيجاد معدل الوفيات الخام المصحح (المعاير) بالطريقة المباشرة

الحل:

عدد الوفيات المتوقع للبلد (أ) في الفئة العمرية الأولى.

= ٠٨, × ١٣٠ = ١٠,٤ طفل

عدد الوفيات المتوقع للبلد (أ) في الفئة العمرية الثانية.

= ٠٠٣, × ٣٠٠ = ٠٠,٩ طفل

عدد الوفيات المتوقع للبلد (أ) في الفئة العمرية الثالثة.

= ٠٤٤, × ٢٧٠ = ١,١٩ شاب

عدد الوفيات المتوقع للبلد (أ) في الفئة العمرية الرابعة.

= ٠١٢, × ٢٠٠ = ٢,٤٠ شاب

عدد الوفيات المتوقع للبلد (أ) في الفئة العمرية الخامسة.

= ٠٥٦, × ١٠٠ = ٥,٦٠ مسن

عدد الوفيات الكلي للبلد (أ) على أساس التوزيع النموذجي للسكان

= مجـ م أف ك = ١٠,٤٠ + ٠٠,٩٠ + ١,١٩ + ٢,٤٠ + ٥,٦٠ = ٢٠,٤٩ شخص

∴ معدل الوفيات الخام المصحح = مجـ م أف ك / مجـ ك = ٢٠,٤٩ / ١٠٠٠ × ١٠٠٠

= ٢٠,٤٩ ٪

واضح أن استخدام هذا الأسلوب يتطلب ضرورة توفر معدلات الوفيات التفصيلية عند الفئات العمرية المختلفة للبلد المعين، وهذا، قد لا يكون متوافراً دائماً.

الطريقة الغير مباشرة في تصحيح معدل الوفيات الخام:

وتعتمد هذه الطريقة على تصحيح معدل الوفيات الخام لأي بلد ولأي فترة زمنية عن طريق ضربه في معامل تصحيح ثابت، هو في الواقع خارج قسمة معدل الوفيات الخام لبلد التوزيع السكاني النموذجي على معدل الوفيات للبلد المراد تصحيح معدل وفياتها الخام، بفرض أن نسب الوفيات في تلك البلد هي نفسها نسب الوفيات في البلد النموذجي.

فإذا فرضنا أن معدل الوفيات المعياري (للبلد النموذجي) = $م_{ع}$

وأن معدل الوفيات الفرض للبلد موضوع الدراسة = $م_{م}$

وأن معامل التصحيح = ص

فإن:

$$ص = \left(\frac{م_{ع}}{م_{م}}\right)$$

معدل الوفيات الخام للبلد (أ) المصحح

= معدل الوفيات الخام × معامل التصحيح

أي أن:

$$م_{ص} = م_{ف} \times ص$$

مثال:

إذا كان لدينا توزيع سكاني لمدينة (أ) وتوزيع سكاني لمدينة نموذجية ونسب الوفيات في تلك المدينة النموذجية على حسب فئات العمر المختلفة كالآتي:

فئات الأعمار	التوزيع السكاني للمدينة (أ)	التوزيع للمدينة (أ) النموذجية	عدد الوفيات	معدل الوفيات للمدينة النموذجية
صفر	٤,٠٠٠	١٢٠	٢٢٠	,٠٢٣
١ ـ	٧٠,٠٠٠	٣٠٠	٢٠٠	,٠١٣
٢٠ ـ	٥٠,٠٠٠	٢٧٠	٢٢٠	٠,٠٠٦
٤٠ ـ	٢٥,٠٠٠	٢٠٠	٣٠٠	,٠١١
٦٠ فأكثر	٩,٠٠٠	١٠٠	٥٠٠	,٠٢٤
المجموع	١٥٨,٠٠٠	١٠٠٠	١٥٤٠	,٠٧٧

المطلوب:

إيجاد معدل الوفيات الخام للمدينة (أ) المصحح بالطريقة غير المباشرة معدل الوفيات للمدينة النموذجية (مجـ عدد الوفيات على حسب فئات العمر المختلفة / عدد السكان في المجتمع النموذجي × ١٠٠٠)

= ١٣٠ × ,٠٢٣ +

٣٠٠ × ٠٠١٣ + ٢٧٠ × ,٠٠٦

+ ٠٠ × ٠,١١ + ١٠٠

× ,٠٢٤ / ١٠٠٠ × ١١٠٠٠ = ١٣,١١ في الألف

كما أن:

معدل الوفيات الفرضي للمدينة (أ) أي م١

(على فرض أن نسب الوفيات في المدينة (أ) في سنة التعداد هي كما كانت في المدينة النموذجية في نفس السنة)

م١ = ٤,٠٠٠ × ,٠٣٣ + ٧٠,٠٠٠ × ,٠١٣ + ٣٠,٠٠٠ × ,٠٠٦

+ ٢٥,٠٠٠ × ٠,٠١١ + ٩,٠٠٠ × ,٠٢٤

/ ١٥٨,٠٠٠ × ١٠٠٠

م١ = ١٦٧٣ / ١٥٨,٠٠٠ × ١٠٠٠ = ١٠,٦ في الألف

معامل التصحيح = معدل الوفيات المعياري للمدينة النموذجية / معدل الوفيات الفرضي للمدينة (أ)

بالرموز:

ص = م ع (٠) نة (أ) / تعداد سكان المدينة (أ)

م أف = ١٥٤٠ / ١٥٨,٠٠٠ × ١٠٠٠ = ٩,٧٥ في الألف

معدل الوفيات الخام المصحح للبلد (أ) = معدل الوفيات الخام × معامل التصحيح

أي أن:

م ص = م أف × ص

= ٩,٧٥ × ١,٢٣ = ١١,٩٩٢٥ في الألف

ومما هو جدير بالذكر أن معدلات الوفيات تتأثر بالمستوى الاقتصادي والاجتماعي والثقافي للبلاد، فهي تكون مرتفعة كلما انخفض المستوى المعيشي ومستوى الوعي الثقافي والصحي بين الأفراد، كما أنه عموماً معدل الوفيات للإناث أقل من معدل وفيات الذكور، وأيضاً معدلات الوفيات بين الأطفال في الفئات العمرية الأولى وكذلك معدلات الوفيات بين الشيوخ في الفئات العمرية الأخيرة مرتفعة لو قورنت بمعدلات الوفيات بين الشباب والتي تتميز بصغرها.

ولقد هبطت معدلات الوفيات في معظم بلاد العالم هبوطاً ملحوظاً خلال الخمسين سنة الأخيرة وذلك نتيجة التقدم العلمي وخصوصاً في مجال الطب والوقاية الصحية.

وفي ج.م.ع قد هبط معدل الوفيات هبوطاً ملحوظاً في الآونة الأخيرة وذلك بالمقارنة بمعدلات الوفيات منذ فترة بعيدة، فلقد بلغ معدل الوفيات عام ١٩٧١ ١٣,٢ في الألف بينما كان هذا المعدل منذ خمسون عاماً ٢٤,٤ في الألف.

ثانياً: المقاييس الديموجرافية للتوزيع السكاني:

تفيد دراسة التوزيع السكاني في أمور عديدة، ديموجرافية، وغير ديموجرافية حيث أنها تتيح للباحث معرفة توزيع السكان في العالم ومدى انتشارهم في مساحات معينة ومعرفة درجة تركز السكان في العواصم العالمية مما يسمح لنا بعمل المقارنات ووضع المقاييس النموذجية للمقارنة.

كما تفيد دراسة التوزيع الديموجرافي للسكان، معرفة حركة الإنتقال من الريف إلى المدينة والعكس، ومعرفة درجة التركيز السكاني في كل من المدينة والقرية، إلى جانب معرفة عدد السكان (حسب النوع والسن) في المناطق المختلفة لأي دولة.

ولا شك أن معرفة كل هذه البيانات الديموجرافية ضروري، ويساعد، في وضع خطة الدولة للتنمية الاقتصادية والاجتماعية ووضع البرامج التعليمية والصحية.

ومن أهم مقاييس التوزيع السكاني ما يلي:

١ ـ عدد السكان:

عدد السكان في أي بلد، يقصد به، جميع الأفراد الأحياء، الذين يعيشون في فترة زمنية معينة في حدود جغرافية محددة، وذلك، بصرف النظر عن كون كل هؤلاء الأفراد يتمتعون بجنسية هذه البلد أو ينتمون إليها سياسياً.

٢ ـ درجة الازدحام:

يمكن أن يصور هذا المقياس درجة الازدحام في الدولة كلها وهو بذلك يكون نسبة عدد السكان في هذه الدولة إلى عدد الحجرات في الدولة كلها في فترة زمنية معينة أي أن:

درجة الازدحام في الدولة

= عدد السكان في تلك الدولة خلال فترة زمنية معينة / عدد الحجرات في هذه الدولة خلال تلك الفترة الزمنية

فإذا كان سكان بلد ما عام ١٩٧٠ المقدر هو ٢٥ مليون نسمة وعدد حجرات هذا البلد لنفس العام يقدر بحوالي ٧٠٠ ألف حجرة (مسكن) فإن:

درجة الازدحام المقدرة في تلك الدولة = ٣٥ مليون نسمة / ٧٠٠ ألف حجرة = ٥ أفراد لكل حجرة في البلد في المتوسط.

على أن هذا المقياس عام ولا يميز بين المناطق المزدحمة بالسكان في البلد الواحد، وعليه فمن الأفضل حساب درجة الازدحام كنسبة لعدد سكان مبنى معين وعدد غرف هذا المبنى وبالتالي يعطي هذا المقياس درجة الازدحام (Over Crowding) داخل المسكن للمبني الواحد وعليه فإن:

درجة الازدحام داخل المسكن

$$= \frac{\text{عدد سكان مبنى معين في فترة زمنية معينة}}{\text{عدد حجرات هذا المبنى في نفس الفترة الزمنية}}$$

فإذا افترضنا أن أحد المساكن في منطقة (أ) بمدينة ما يحتوي على ٤٠ غرفة وأن عدد سكان هذا المسكن هو ١٢٠ شخصاً فإن:

درجة الازدحام داخل المسكن $= \frac{\text{١٢٠ شخصاً}}{\text{٤٠ غرفة}} =$ ٣ أفراد لكل غرفة في المتوسط.

وبصفة عامة فإن قياس درجة الازدحام مفيد جداً في الدراسات الصحية والاجتماعية وعند وضع الخطط الإسكانية والمواصفات السكنية.

٣ ـ كثافة السكان «Population density»

يعبر عن الكثافة السكانية بنسبة عدد السكان في بلد ما إلى المساحة الكلية لهذا البلد بالكيلومتر مربع أو بالميل المربع أي أن:

كثافة السكان $= \frac{\text{عدد السكان بالفرد}}{\text{المساحة بالكيلومتر أو الميل المربع}}$

ويصور هذا المقياس متوسط عدد الأفراد لكل كيلومتر مربع أو ميل مربع فإذا فرضنا أن عدد السكان في بلد (أ) هو ٣٠ مليون نسمة وأن المساحة الكلية لهذه البلد هي مليون كيلومتر مربع فإن:

كثافة السكان للبلد (أ) $= \frac{\text{٣٠ مليون نسمة}}{\text{مليون كيلومتر مربع}} =$ ٣٠ شخص لكل كيلومتر مربع في المتوسط.

على أن العبرة هنا بالمساحة الآهلة بالسكان والمناطق المعمرة، فيجب استبعاد من المساحة الكلية الصحاري والبحيرات والجبال والأراضي الجبلية

والأنهار... إلخ، حتى يمكن استخدام هذا المقياس في المقارنات على المستوى الدولي، وعليه فإن المقياس الجديد للكثافة السكانية يساوي:

$$\frac{\text{عدد السكان في بلد ما}}{\text{المساحة المأهولة بالسكان في هذا البلد.}}$$

ويكون المقياس الأخير لغرض المقارنات بين الدول.

وفي الوقت الحالي ينشر الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء وبصفة دورية، لغرض البحوث والدراسات الديموجرافية، بيانات عن التوزيع السكاني على حسب المحافظات.

ثالثاً: المقاييس الديموجرافية للتركيب السكاني:

تفيد دراسة التركيبات السكانية في معرفة الخصائص الديموجرافية لمجتمع سكاني معين من ناحية النوع، والعمر، والحالة الزواجية، والحالة التعليمية، والجنس والحالة العنصرية والقومية لهذا المجتمع.

فلاشك في أن معرفة الاتجاهات والملامح الرئيسية للمجتمع السكاني وإلى أي درجة تختلف هذه الملامح عن ملامح مجتمع سكاني آخر، تتيح لنا فرصة تفهم الوضع السكاني ومعرفة إمكانياته الحاضرة والمستقبلة والتخطيط على أساس هذه الإمكانيات والحدود، وتوضع الحلول الضرورية للمشاكل السكانية ومحاولة تطويع الخصائص السكانية بطريقة أو بأخرى للوصول بها إلى وضع مثالي، من خلال دراسة درجة تأثير هذه التركيبات على المتغيرات الديموجرافية الأخرى.

والتركيبات السكانية كثيرة فمنها التركيب النوعي والعمري للمجتمع السكاني والتركيب الديني للمجتمع أو الاقتصادي أو الاجتماعي وكلها لها أهميتها في وضع الملاح الرئيسية للمجتمع السكاني؛ وبالتالي تختلف المجتمعات السكانية بعضها عن بعض.

على أن أخطر هذه التركيبات تأثيراً على صفات وخصائص المجتمعات السكانية وتحديداً للعديد من المتغيرات الديموجرافية، كل من التركيب النوعي

والعمري للسكان، لهذا السبب، سنقوم بعرض للمقاييس الديموجرافية الخاصة بالتركيب العمري والنوعي بشيء من التفصيل.

١ ـ نسبة النوع:

وهو مقياس للتركيب النوعي لسكان أحد المجتمعات، يظهر العلاقة بين عدد الذكور والإناث بالنسبة لبعضها البعض أو بالنسبة لمجموع كل منهما وسنعطي الرموز التالية:

ك عدد الذكور في أحد المجتمعات السكانية.

ث عدد الإناث لنفس المجتمع السكاني.

$ك_{ف}$ عدد الذكور في أحد المجتمعات السكانية في الفئة العمرية ف.

$ث_{ف}$ عدد الإناث في نفس المجتمع السكاني في الفئة العمرية ف.

فتكون لدينا نسب النوع التالية:

$$\frac{ك}{ث} \times ١٠٠ \quad \text{أو} \quad \frac{ث}{ك} \times ١٠٠$$

$$\text{أو:}\ \frac{ث}{ث + ك} \times ١٠٠ \ ؟ \quad \frac{ك}{ك + ث} \times ١٠٠$$

$$\text{أو:}\ \frac{ث_{ف}}{ك_{ف}} \times ١٠٠ \ ؟ \quad \frac{ك_{ف}}{ث_{ف}} \times ١٠٠$$

مثال:

في تعداد عام ١٩٦٦ في ج.م.ع تبين أن عدد السكان الذكور ١٥١٧٦ نسمة وعدد السكان من الإناث ١٤٩٠٠ ألفاً فإن:

أ ـ نسبة الذكور إلى الإناث =

$$\frac{ك}{ث} \times ١٠٠ = \frac{٢٤٩٠٠}{١٥١٧٦} \times ١٠٠ = ٢٪$$

ب ـ نسبة الإناث إلى الذكور =

$$\frac{ث}{ك} \times ١٠٠ = \frac{١٤٩٠٠}{١٥١٧٦} \times ١٠٠ = ٩٨\%$$

جـ ـ نسبة الذكور إلى المجموع الكلي لعدد السكان من إناث وذكور =

$$\frac{ث}{ك + ث} \times ١٠٠ = \frac{١٥١٧٦}{٣٠٠٧٦} \times ١٠٠ = ٥٠,٥\%$$

د ـ نسبة الإناث إلى المجموع الكلي لعدد السكان من إناث وذكور =

$$\frac{ث}{ث + ك} \times ١٠٠ = \frac{٦٤٩٠٠}{٣٠٠٧٦} \times ١٠٠ = ٤٩,٥\%$$

ومما هو جدير بالذكر أن نسبة الذكور إلى الإناث (نسبة النوع) إنما تختلف باختلاف الفئة العمرية، وبالتالي من الأفضل استخدام المقياس الأخير، كما أن النسبة تختلف على حسب المستوى المعيشي والحضاري فهي في الريف أعلى منها في المدن كما أن هذه النسبة في الفئة العمرية الأولى (ذكور أقل من أربع سنوات) في حدود ١,٥ أي لكل ١٠٠ طفلة أنثى تقابله ١٠٥ طفل ذكر وهنا تجد أنه في تلك المرحلة العمرية عدد الذكور أكبر من عدد الإناث، ومع التقدم العمري في فئات العمر المختلفة تهبط هذه النسبة ببطء حتى يتم التعادل بين عدد الذكور والإناث فتصبح النسبة حوالي ١٠٠٪ تستمر في الثبات عند هذا المعدل فترة طويلة من العمر بعدها تبدأ في الهبوط عند فئات العمر المتأخرة. وبذلك نجد أن نسبة النوع تتبع أسلوباً يكاد يكون ثابت عند مر أجل العمر المختلفة. ولاشك أن نسبة النوع تتأثر بالحركة السكانية من وإلى البلاد أو الحركة السكانية الداخلية، وأيضاً بالحروب وبمعدلات الخصوبة في المجتمع السكاني، هذه العوامل تؤثر في سرعة قدوم المجتمع السكاني إلى مرحلة الشيخوخة أو الاستمرار فترة طويلة في مرحلة الشباب.

وتفيد نسب تنوع (الذكور والإناث) في تشخيص المجتمع السكاني ووضع مواصفات عامة عنه وبالتالي يسهل عمل المقارنات بين الدول المختلفة

أو بين التعدادات المختلفة لنفس البلد، وذلك عن طريق تكوين هرم سكاني للتركيب العمري والنوعي من تعداد السكان، حيث يجمع الهرم السكاني في شقيه نسب الذكور والإناث إلى العدد الكلي للسكان لفئات العمر المختلفة.

ولكل دولة هرم سكان يميز تركيبها السكاني من حيث العمر والنوع لتعداد معين. وتختلف أشكال الأهرامات السكانية باختلاف التركيب العمري والنوعي للسكان هذا الاختلاف. هو الذي يعطي لنا التشخيص المميز للمجتمع السكاني.

فإذا كان الهرم يأخذ شكل مغزلي مقلوب تقريباً، فإن ذلك ينهض دليلاً على أن هذا المجتمع نموذجي من حيث التركيب السكاني حيث يوجد تعادل بين معدلات المواليد والوفيات، أما إذا كان شكل الهرم السكاني بيضاوي تقريباً وخصوصاً من أعلى وليس من عند القاعدة نهض ذلك دليلاً عن وجود مجتمع مسن حيث أن القاعدة ضيقة معبرة عن وجود نسب منخفضة للأطفال من النوعين، كما أن قمته أكثر اتساعاً معبرة عن وجود نسب مرتفعة للمسنين من النوعين، أما إذا كان شكل الهرم السكاني ناقوسي (جرسي) حيث القاعدة عريضة محدبة بلطف نهض دليلاً على ارتفاع معدلات كل من الخصوبة وأيضاً الوفيات.

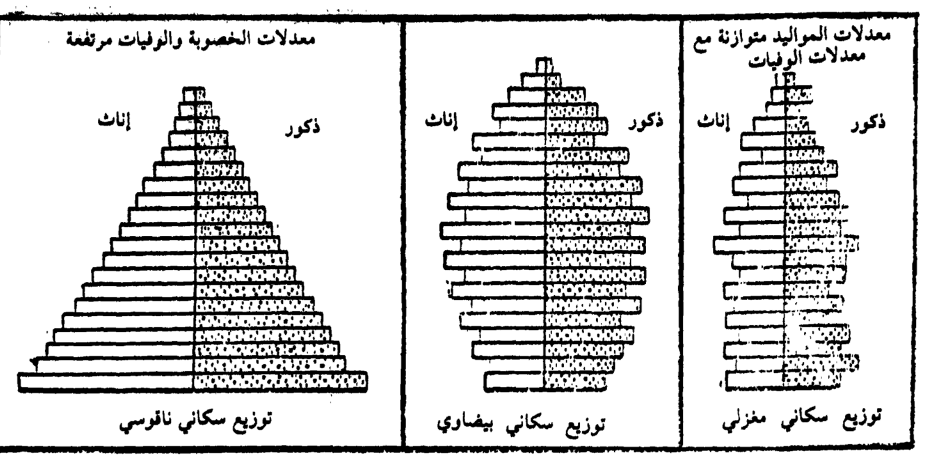
والشكل رقم (١٩) تحاول فيه تصوير هذه التشخيصات المختلفة للمجتمعات السكانية على حسب فئات السن التالية:

٠ ـ ٤، ٥ ـ ٩، ١٠ ـ ١٤، ١٥ ـ ١٩، ٢٠ ـ ٢٤، ٢٥ ـ ٢٩، ٣٠ ـ ٣٤، ٣٥ ـ ٣٩، ٤٠ ـ ٤٤، ٤٥ ـ ٤٩، ٥٠ ـ ٥٤، ٥٥ ـ ٥٩، ٦٠ ـ ٦٤، ٦٥ ـ ٦٩، ٧٠ ـ ٧٤، ٧٥ فأكثر.

شكل رقم (١٩)

التركيب العمري والنوعي لسكان مصر في التعدادات الثلاث الأخيرة

بعض الأشكال للأهرامات السكانية



وفي ج.م.ع فإن التركيب العمري والنوعي للسكان يقترب من الشكل الناقوسي حيث تجد أن معدلات الخصوبة مرتفعة وأيضاً معدلات الوفيات مرتفعة والشكل رقم (٢٦) يبين لنا الهرم السكاني في مصر لثلاث تعدادات سابقة هي تعداد عام ١٩٦٠، تعداد عام ١٩٤٧ وتعداد عام ١٣٧ على حسب فئات العمر السابقة وفي الوقت الحالي ينشر الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاءات العديد من البيانات السكانية التي تحدد خصائص المجتمع المصري الديموجرافية، أهمها التكوين العمري والنوعي إلى جانب التكوين النوعي خلال فترة زمنية طويلة، والجدول رقم (١١) يبين لنا توزيع السكان في تعدادات مصر المختلفة حسب النوع:

جدول رقم (١١)

توزيع السكان في التعدادات حسب النوع

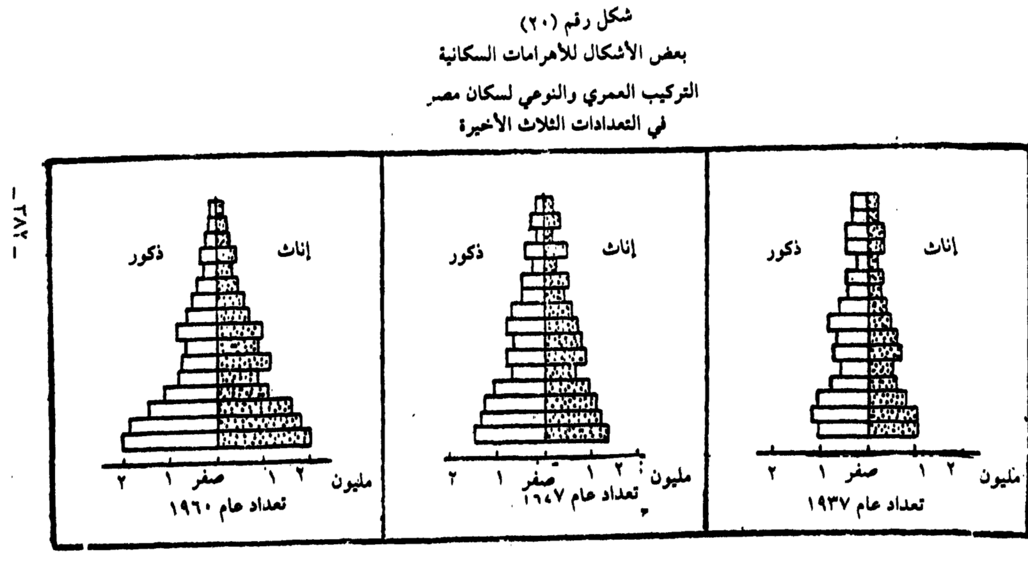
جملة السكان بالألف

سنوات التعداد	ذكور	إناث	الجملة
١٨٨٢	٣٣٤٥	٣٣٦٧	٦٧١٢
١٨٩٧	٤٩١٤	٤٧٥٥	٩٦٦٩
١٩٠٧	٥٦١٧	٥٥٧٣	١١١٩٠
١٩١٧	٦٣٦٩	٦٣٤٩	١٢٧١٨
١٩٢٧	٧٠٥٨	٦٧٢٠	١٤٧١٨
١٩٣٧	٧٩٦٧	٧٩٥٤	١٥٩٢١
١٩٤٧	٩١٩٢	٩٥٧٥	١٨٩٦٧
١٩٦٠	١٣١١٨	١٢٩٦٧	٢٦٠٨٥
١٩٣٦	١٥١٧٦	١٤٩٠٠	٣٠٠٧٦

المصدر: الجهاز المركزي للتعبئة العامة للإحصاء الكتاب السنوي ٢٩٧٤، ص ١٦.

شكل رقم (٢٠)
بعض الأشكال للأهرامات السكانية

التركيب العمري والنوعي لسكان مصر
في التعدادات الثلاث الأخيرة



نسبة الإعالة: Dpendency Ratio

تستخدم هذه النسبة كمؤشر لمعرفة العبء الاقتصادي الذي تتحمله الفئات المنتجة في المجتمع نظير وجود فئات غير منتجة به.

فإذا اعتبرنا أن الفئات المنتجة في المجتمع هي الفئات العمرية التي تنحصر بين خمسة عشرة سنة وستين عاماً وأن الفئات العمرية غير المنتجة اقتصادياً هي فئة الأطفال (أقل من ١٥ سنة) وفئة المسنين (أكثر من ٦٠ سنة) فإن العبء الاقتصادي الذي تتحمله الفئة المنتجة يكون:

نسبة الإعالة (العبء الاقتصادي)

$$= \frac{\text{عدد الأطفال أقل من ١٥ سنة + عدد المسنين أكثر من ٦٠ سنة}}{\text{عدد العاملين في الفئة العمرية (١٥ ـ ٦٠)}} \times ١٠٠$$

فعلى فرض أنه في تعداد أحد السنوات تبين أن عدد السكان أقل من ١٥ سنة هو ١١ مليون طفلاً وعدد من هم أكثر من ٦٠ عاماً هو ١,٦ مليون مسن وأن عدد العاملين في الفئة العمرية (١٥ ـ ٦٠) هو ١٣ مليون عامل فإن:

$$\text{نسبة الإعالة} = \frac{\text{١٢,٦ مليون}}{\text{١٣ مليون}} \times ١٠٠ = ٩٦,٩\%$$

هذا يعني أن كل ١٠٠ فرد في الفئة العمرية (١٥ ـ ٦٠) وهم من الأشخاص المنتجين اقتصادياً في المجتمع يعولون حوالي ٩٧ من الأفراد غير المنتجين اقتصادياً في هذا المجتمع، وهم الأطفال في الفئة العمرية أقل من ١٥ سنة والمسنين في الفئة العمرية أكثر من ٦٠ عاماً.

وواضح من نسبة الإعالة، أن، المنتجين يقومون بإعالة نوعين من غير المنتجين وعلى ذلك يمكن تحديد نسبة الإعالة للنوع الأول وأيضاً للنوع الثاني:

$$\text{فتكون نسبة الإعالة للأطفال} = \frac{\text{عدد الأطفال أقل من ١٥ سنة في بلد ما}}{\text{عدد العاملين في الفئة العمرية (١٥ ـ ٦٠)}} \times ١٠٠$$

الفئة العمرية	عدد المواليد الكلي	عدد المواليد ذكور	عدد الإناث	احتمال الحياة
١٥ ـ	١٢٠٠٠	٦٠٠٠	٩٠٠٠٠	,٦٣
٢٠ ـ	١٤٠٠٠	٦٦٠	٨٠٠٠٠	,٦٢
٢٥ ـ	٢٢٠٠٠	١٠٤٠٠	١١٥٠٠٠	,٥٨
٣٠ ـ	١٨٠٠٠	٨٩٥٠	١٣٠٠٠٠	,٥٧
٣٥ ـ	٨٥٠٠	٤٢٠٠	١٢٥٠٠٠	,٥٥
٤٠ ـ	٢٤٠٠	١١٠٠	١١٠٠٠٠	,٥٢
٤٥ وأقل من ٥٠	١٠٠	٥٠	١٠٠٠٠٠	,٥١

المطلوب:

أ ـ إيجاد معدل الخصوبة الكلي.

ب ـ المعدل الإجمالي للإحلال باستخدام الفئات العمرية المعطاة.

جـ ـ المعدل الصافي للإحلال.

مع تفسير المقصود بالجواب في كل من أ، ب، جـ.

٨ ـ كيف تقارن بين التركيبات السكانية المختلفة.

٩ ـ إذا علم أن سكان مصر يتوزعون على حسب فئات العمر في التعدادات للأعوام ١٩٣٧، ١٩٤٧، ١٩٦٠، كالآتي:

السكان / السنة	أقل من ١٥ سنة	من ١٥ سنة إلى أقل من ٦٠ سنة	عدد السكان الكلي
١٩٣٧	٦٢٢٥	٨٦٤٤	١٥٩٢٠
١٩٤٧	٧١٩٨	١٠٥٧٢	١٨٩٦٦
١٩٦٠	١١١١٠	١٢٢٩٦	٢٥٩٨٤

والمطلوب: دور نسبة الإعالة بصورها المختلفة للأعوام ٣٧، ٤٧، ١٩٦٠.

١٠ ـ في تعداد عام ١٩٦٠ في ج.م.ع تبين أن التكوير العمري والنوعي كالآتي طبقاً لما نشره الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء في كتابة المؤشرات الإحصائية عام ١٩٦٤.

فئات السن	ذكور	إناث
أقل من سنة	٣٨٣	٣٦٩
١ ـ ٤	١٧٢٨	١٦٥٢
٥ ـ ٩	١٩٧٢	١٨٢٧
١٠ ـ ١٤	١٦٥١	١٥٢٧
١٥ ـ ١٩	١١١٤	١٠٤٠
٢٠ ـ ٢٤	٩٦١	٨٧٤
٢٥ ـ ٢٩	٨٦٠	١٠٥٤
٣٠ ـ ٣٤	٨٠٧	٨٤٤
٣٥ ـ ٣٩	٨٤٧	٨٧٩
٤٠ ـ ٤٤	٦٦١	٦١٤
٤٥ ـ ٤٩	٥٦٧	٥٧٧
٥٠ ـ ٥٤	٤٩٤	٥٠٤
٥٥ ـ ٥٩ د	٣٢٣	٣١٥
٦٠ ـ ٦٤	٣٣١	٣٥٤
٦٥ ـ ٦٩	١٦٤	١٧
٧٠ ـ ٧٤	١٣٤	١٦٨
٧٥ فأكثر	١٢١١	١٤٧
غير مبين	أقل من ٥٠	١
الجملة	١٣٠٦٨	١٢٩١٦

والمطلوب:

أ ـ رسم الهرم السكاني للتركيب السكاني في جمهورية مصر العربية عام ١٩٦٠.

وباستخدام بيانات المثال السابق نجد أن:

$$\text{نسبة إعالة الأطفال} = \frac{\text{١١ مليون}}{\text{١٣ مليون}} \times ١٠٠ = ٨٤,٦\%$$

وهذا يعني أن كل ١٠٠ فرد منتج في الفئة العمرية (١٥ ـ ٦٠) يقومون بإعالة حوالي ٨٥ طفلاً في الفئة العمرية أقل من ١٥ عاماً.

$$\text{وكذلك، فإن نسبة إعالة المسنين} = \frac{\text{عدد المسنين أكثر من ٦٠ عاماً في بلد ما}}{\text{عدد العاملين في الفئة العمرية (١٥ ـ ٦٠)}} \times ١٠٠$$

وباستخدام بيانات المثال السابق نجد أن:

$$\text{نسبة إعالة المسنين} = \frac{\text{١,٦ مليون}}{\text{١٣ مليون}} = ١٠٠ = ١٢,٣\%$$

وهذا معناه أن كل ١٠٠ فرد منتج في الفئة العمرية (١٥ ـ ٦٠ سنة) يقومون بإعالة حوالي ١٢ مسن في الفئة العمرية أكثر من ٦٠ عاماً[1].

---

(١) لاحظ أن:

نسبة إعالة الأطفال + نسبة إعالة المسنين = نسبة الإعالة العامة

حيث نجد أن:

٨٤,٦٪ + ١٢,٣٪ = ٩٦,٩٪

تمارين

١ ـ قارن بين كل من:

أ ـ الأسلوب التقليدي والأسلوب غير التقليدي في جمع البيانات السكانية.

ب ـ التعداد الفعلي والتعداد النظري في التعداد العام للسكان.

جـ ـ معدل المواليد ومعدل التوالد في مقاييس التغير السكاني.

و ـ نسبة الإعالة لأقل من ١٥ سنة وبنسبة الإعالة لأكثر من ٦٠ سنة.

٢ ـ إشرح بإيجاز مفيد العناصر الأساسية التي يجب توافرها عند إجراء التعداد العام للسكان والمراحل الرئيسية له.

٣ ـ الإحصاءات الحيوية هي المصدر الثاني للبيانات الديموجرافية علق على هذه العبارة، مفصلاً عناصر التسجيل الحيوي.

٤ ـ متى يلجأ الباحث الديموجرافي إلى أسلوب العينات في جمع البيانات السكانية، اشرح مزايا ومشاكل هذا الأسلوب في البحوث الديموجرافية.

٥ ـ إذا علم أن عدد سكان ج.م.ع طبقاً لتعداد عام ١٩٦٠ هو ٢٦٠٨٥ ألف نسمة، ٣٠٠٧٦ ألف نسمة طبقاً لتعداد عام ١٩٦٦ فالمطلوب:

إيجاد معدل التغير السكاني واستخدامه في تقدير عدد سكان ج.م.ع عام ١٩٧٦ على فرض أن السكان يتزايدون على أساس:

أ ـ متوالية عددية

ب ـ متوالية هندسية

٦ ـ قارن بين نتيجة أ، ب في السؤال السابق شارحاً السبب.

٧ ـ إذا توفرت البيانات التالية على حسب الفئات العمرية:

ب ـ دراسة التركيب السكاني السابق باستخدام بعض المؤشرات الديموجرافية إلى دراستها للتركيب السكاني.

١١ ـ إذا توافرت لدينا البيانات التالية على حسب فئات العمر:

فئات العمر	عدد السكان في البلد (١)	عدد الوفيات في البلد (١)	عدد السكان في البلد (٢) النموذجي	معدل الوفيات النموذجي
أقل من سنة	٤٠٠٠٠	٣٢٣٠	١٢٥,٥	,٠٠٢١
١ ـ	٢٠٤٠٠٠	١٩٦٠	٢٩٨,٠	,٠٠٣١
٢٠ ـ	٥٥١٠٠٠	٢٣٦٠	٢٦٩,٦	,٠٠٤٢
٤٠ ـ	٢٥٦٠٠٠	٢٩٦٠	١٩٢,٢	,٠٠٦٠
٦٠ سنة فأكثر	٩٠٠٠٠	٥٤٠٠	١١٤,٦	,٠١١٠
المجموع	١٦٠٥٠٠٠	١٥٨١٠	١٠٠٠	

والمطلوب إيجاد معدل الوفيات في البلد (١) المصحح

أ ـ بالطريقة المباشرة.

ب ـ بالطريقة غير المباشرة.

١٢ ـ إذا علم أن عدد سكان أحد المحافظات هو ٣ مليون نسمة يعيشون على مساحة قدرها ١٢٦ ألف كيلو مربع، وأن عدد السكان في محافظة أخرى هو ٢٦٠٨ ألف نسمة يعيشون على مساحة قدرها ١٠٠ ألف كيلومتر مربع.

قارن بين درجة كثافة السكان في المحافظتين.

نمـــاذج امتحـــانـات

الاحصاء الوصفى للأعـوام الســابقـة

مـادة : احصـاء وصفـى

ينــايـر ١٩٩٤

أجب عن جميع الأسئلة الاتيـة حسب ترتيب دورها بورقـة الاسئلة :

الســـؤال الأول

(أ) يمثل الجـدول التكرارى الآتى توزيع مـائـة طالب حـسب الدرجـات التى حصلوا عليها فى أحد الأختبارات :

فئـات الدرجات	٣٠ ـ	٤٠ ـ	٥٠ ـ	٦٠ ـ	٧٠ ـ	٨٠ ـ	٩٠ وأقل من ١٠٠
عدد الطلبة	٤	٦	٢٤	٣٢	٢٢	٨	٤

والمطلوب ايجاد :

(١) الانحـــرف المعيارى ومعامل الاختــلاف .

(٢) الوسيط لدرجـة الطالب فى الأختبـار .

(ب) احسب معامل سبير مان للارتباط بين قيم س ، ص من البيانات الاتية:

س	١١	١٢	١٥	١٢	١٣
ص	١٤	١٣	١١	١٣	١٢

الســـؤال الثانــى

أولاً : (أ) أحسب المنوال من بيانات التوزيع التكرارى الآتى :

الفئـــــات	٤٠ ـ	٤٥ ـ	٥٠ ـ	٦٠ ـ	٧٥ ـ	١٠٠ وأقل من ١٥٠
التكـــرار	٣	٤	١٤	٢٤	٢٠	١٥

(ب) فى أحد التوزيعات التكرارية القريبة من التماثل وجد أن الانحراف المعيارى ومعامل الاختلاف والوسيط كانت ١١,٨٧٤ ، ١٧,٩٩٪ ، ٦٥ على الترتيب.

والمطلوب : إيجاد المنوال لهذا التوزيع :

ثانياً : فى دراسة للعلاقة بين المتغيرين س ، ص وجد أن معادلتى خط انحدار ص على س ، س على ص هما :

ص = ٠,٦ + س + ١

س̂ = ٠,٨٥٧ ص + د

وأن : ص = ٤ ، مجـ ص = ٢٨ ، مجـ ص^{٢} = ١٤٠

فأوجـد :

ر ، غ$_{س}$ ، س̂ ، د

الســـؤال الثـالث

(أ) بين كيف تختبر الارقـام القياسيـة وأى الأرقـام التى درستها يجتاز جميع الاختبارات . ثم احسب هذا الرقم لاسعار سنة ١٩٩٠ باتخاذ سنة ١٩٨٠ كأساس من البيانات الاتيـة :

السلعة	١٩٩٠		١٩٩٠	
	الاسعار	الكميات	الاسعار	الكميات
أ	١٠	٦	١٢	٧
ب	١٢	٨	١٠	٩
جـ	١٥	١٠	٢٠	١٢

(ب) اجب عن واحد فقط ممايأتى :

أولاً : البيانات الاتيـة تمثل الانتاج السنوى (بملايين الجنيهات) من سلعة معنية فى الفترة من ١٩٨٧ حتى ١٩٩٣.

ســنــة	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣
الانتاج (بالمليون جنيه)	١,٥	١,٧	١,٩	٢,٠	٢,٢	٢,٣	٢,٤

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى لهذه البيانات وجد أن معدل خط الاتجاه العام هي ص = ٠,١٥ س + ٢ حيث تقع نقطة الأصل عند سنة ١٩٩٠ ووحدة الزمن (سنة كاملة) .

المطلوب :

(١) ايجاد القيمة الاتجاهية لسنة ١٩٩١ ، لسنة ١٩٩٤ .

(٢) تلخيص بيانات سنة ١٩٩١ من أثر الاتجاه العام .

(٣) اذا علمت أن الدليل الموسمي الخاص بشهري يناير يوليو كانا ١٣٠٪ ، ٨٠٪ على الترتيب فما هو الانتاج المتوقع لهذين الشهرين في سنة ١٩٩٥ اذا كان انتاج هذه السنة يتوقع له أن يكون ٢,٧٥ مليون جنيه .

ثانياً : (١) الجدول التالي يلخص نتائج الدراسة التي قام بها أحد الاطباء لمعرفة تأثير استخدام عقار معين في رفع ضغط الدم لمائة مريض مصابون بانخفاض في ضغط الدم .

٤٥ مريض استخدموا العقار وادى الى أرتفاع ضغط الدم عندهم .

١٧ مريض استخدموا العقار ولم يؤد الى أرتفاع ضغط الدم عندهم .

١٨ مريض لم يستخدموا العقار وارتفع ضغط الدم عندهم .

٢٠ مريض لم يستخدموا العقار ولم يرتفع ضغط الدم عندهم .

المطلوب : قياس مدى وجود علاقة بين استخدام العقار وارتفاع ضغط الدم في هذه العينة .

(٢) من الجدول التالى :

عدد أفراد الاسرة	صفر	١	٢	٣	٤
عدد الاسـر	١٠	٢٠	٤٠	٢٢	٨

المطلوب :

حساب الوسيط والمنوال لعدد أفراد الاسرة لهذه العينة من الأسر .

مـادة : الاحصـاء وصفـى

يناير ١٩٩٥

ملوحظـة هــامـة : أجب عن الأسئلة التاليـة تبعاً لترتيب ورودها :

الســـؤال الأول

إختبر الرقم القياسى للكميات بصفيـة لاسبير من حيث إجتيازه لإختبارى الانعكاس فى الزمن والإنعكاس فى العامل .

الســـؤال الثــانـــى

المعلومات التاليـة مستخرجه من نتائج دراسـة سلسلة زمنيـة لبيانات ثلث سنوية، حيث تتفاعل مكونات السلسلة تبعاً لإسلوب حاصل الضرب ، فاذا كان الإتجاه العام خطاً مستقيماً على الصوره

ش = ٠,٦ س + ٨

حيث نقطة الأصل منتصف الفترة بين الموسم الثالث ١٩٩١ والموسم الأول ١٩٩٢ الوحده الزمنيـة شهران .

النقطة الزمنيـة	س	ص	ش	ص / ش ٪	م ٪	ع د ٪
١٩٩٠ _ ١				١٤٢,٩		
١٩٩٠ _ ٢						
١٩٩٢ _ ٣					٨٠	١٠٢,٣
١٩٩٣ _ ٢		١٥				١٢٤,١
١٩٩٤ _ ١				١٠٧,٦	.	
١٩٩٤ _ ٣		١٧				

المطلوب : نقل الجدول فى كراسة الإجابة مع إستكمال جميع خاناته مقرباً النتائج الى اقرب رقم عشرى واحد (يجب إيضاح جميع العمليات الحسابيه).

السـؤال الثالث

الجدول التكراري التالي يلخص بيانات الدخل (س) والإنفاق (ص) بالجنيهات لعدد ٦٠ أسرة.

س \ ص	١ ـ	٣ ـ	٥ ـ ٧	المجموع
٢ ـ	٣	٦	١	١٠
٦ ـ		١٠	٨	١٨
١٠ ـ		٦	١٤	٢٠
١٤ ـ ١٨			١٢	١٢
المجموع	٣	٢٢	٣٥	٦٠

المطلوب :

١ ـ حساب معامل الأرتباط (بيرسون) ، مع التعليق .

٢ ـ إذا علمت أن $\bar{س}$ = ١٤,٢٦٧ ، $\bar{ص}$ = ٥,٠٦٧

قدر معادلة إنحدار ص / س ، ثم احسب الإنفاق المتوقع عندما س = ١٣ .

السـؤال الرابـع

لمجموعة من مشاهدات المتغير س تم الحصول على البيانات التالية.

١ ـ معامل الإختلاف = ٠,٢٥

٢ ـ الدرجة المعيارية للقيمة (س = ٢٥) = ٢,٢٥ درجة معيارية .

٣ ـ العزم الصفرى الثالث ($م_٣$) = ٤٨٧٢

٤ ـ المنوال = ١٣

المطلوب : ١ ـ حساب معامل الإلتواء ، مع التعليق

٢ ـ تحديد قيمة الوسيط إن أمكن

مـادة : احصـاء وصفـى

ينـايـر ١٩٩٦

أجب عن السؤالين الآتيين :

الســـــؤال الأول

أولاً : سافر شخص من المدينة (أ) الى المدينـة (ب) بسيارة تسير بسرعة ثابته قدرها ٩٠ كم فى الساعة ، ثم عاد الى المدينـة (أ) بقطار يسير بسرعة قدرها ١٥٠ كم فى الساعة ، أوجد متوسط السرعة فى الرحلة كلها باستخدام متوسط مناسب مع ذكر سبب اختيارك (فيما لايزيد عن كلمتين) .

ثانياً : اذا علمت أن المتوسط الحسابى لدخل الفرد فى البلد (أ) يساوى ٦٠٠٠ دولار بانحراف معيارى ٦٠٠ دولار ، وان الوسط الحسابى لدخل الفرد فى البلد (ب) يساوى ٢٥٠٠ جنيه استرلينى بانحراف معيارى ٢٠٠ جنيه استرلينى ، فالمطلوب : أى البلدين أكثر عدالة فى توزيع الدخول ؟

ثالثاً : اذا علمت أن الدخل الوسيط فى البلد (أ) فى ثانياً يساوى ٥٩٠٠ دولار وفى البلد (ب) يساوى ٢٤٩٠ جنيه استرلينى ، أوجد معامل التواء الدخل فى كلا البلدين .

رابعاً : فيمايلى الوسط الحسابى لدرجات امتحان الاحصاء فى ثلاث قاعات بحث بكليـة التجارة .

٦٥ درجـه فى قـاعة البحث (أ)

٧٠ درجـة فى قاعة البحث (ب)

٧٥ درجـة فى قاعة البحث (جـ)

أوجد الوسط الحسابى لدرجات الطلاب فى قاعات البحث الثلاث مجتمعـة علماً بـأن :

عـدد الطلبـة فى قـاعـة البحث (أ) = ١٠٠ طالب .

عـدد الطلبـة فى قـاعـة البحث(ب) = ٧٠ طالب

عدد الطلبـة فى قاعـة البحث (جـ) = ٨٠ طالب .

خامساً : فيمايلى ١٠ درجات من الطلاب فى مادتى الاحصاء والادارة :

الاحصاء	٦٥	٩٠	٨٢	٦٥	٧٠	٧٠	٧٠	٧٠	٧٠	٦٨
الادارة	٧٥	٨٠	٧٥	٧٥	٦٠	٩٥	٩٥	٣٥	٦٠	٨٠

المطلـوب :

حساب معامل الأرتباط لسبيرمان بين درجات المادتين مع التعليق على النتيجة.

الســـؤال الثـانى

أولاً : فيـمايلى الانتـاج السنوى (بآلاف الجنيهات) لاحدى السلع فى الفترة من عام ١٩٨٨ الى عام ١٩٩٥ .

السنوات	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥
الانتاج	٤	٨	٦	٧	١١	٩	١٠	١٤

والمطلوب :

١ ـ ايجاد معادلة الاتجـاه العام بطريقة المربعات الصغرى .

ـ حساب القيمة الاتجاهيـة للظاهرة فى الأعوام ١٩٨٧ ، ١٩٩١ .

٣ ـ التنبؤ بالانتاج فى عام ١٩٩٧ .

٤ ـ تخليص الظاهرة من أثـر الاتجاه العام فى عام ١٩٩١ .

ثانياً : فيمايلى بيان بعدد العمال ومتوسط الاجور الشهرية بالجنيهات فى ثلاث محافظات (أ ، ب ، جـ) فى عامى (١٩٨٥ ، ١٩٩٥) على التوالى :

السلعة	متوسط الاجور الشهرية		عدد العمال	
	١٩٨٥	١٩٩٥	١٩٨٥	١٩٩٥
أ	٢٥	٤٥	٩٠٠٠	١٤٠٠٠
ب	٣٠	٥٥	١٠٠٠	١٥٠٠
جـ	٤٠	٧٠	٤١٠٠	٤٥٠٠

والمطلوب :

١ ـ تكوين رقماً قياسياً للأجور باستخدام رقم باش .

٢ ـ تكوين رقماً قياسياً للأجور باستخدام رقم لاسبيرز .

٣ ـ استنتاج رقم فيشر .

٤ ـ ماهو أفضل هذه الأرقام ؟ لماذا ؟ (الاجابة لا يزيد عن سطر واحد فقط).

مـادة : احصـاء وصفـى

ينـايـر ١٩٩٧

أجب عن جميع الاسئلة التاليـة حسب ترتيبها ولن يلتفت للاسئلة غير المرتبة:

السـؤال الأول (٣٥ درجـة)

أولاً : (١٥درجـة) :

أكتب مذكرات مختصره فيما لايزيد عن خمسة اسطر عن :

١ ـ الاعتبارات الواجب مراعتها عند تصميم الاستمارة الاحصائيـة .

٢ ـ مصادر جمع البيانات .

ثانياً : (٢٠درجـة) :

فيما يلى التوزيع التكرارى الذى يوضح نوعيـة التعامل لعدد ١٤٠ عميل من عملاء البنك الأهلى المصرى :

نـوعية التعامل	حساب توفير	حساب توفير بالجوائز	شهادات ايداع	حساب جارى	حساب جارى بالدولار	المجموع
عدد العملاء	١٤	٧	٢١	٧٠	٢٨	١٤٠

المطلوب :

١ ـ استخدام اسلوب الدائـرة فى تمثيل هذا الجدول بيانيـاً .

٢ ـ المنـوال لنوعيـة التعامـل .

السـؤال الثانى (٣٥ درجة)

ثالثاً : (٢٠ درجة) :

باستخدام التوزيع التكرارى التالى :

الفئات	أقل من ٥	٥ ـ	١٠ ـ	١٥ ـ	٢٠ ـ	٢٥ ـ ٣٠	المجموع
التكرار	١٤	٨	١٣	٢٠	١٤	١٥	٨٤

المطلوب :

١ ـ الحصول على الوسط الحسابى باستخدام العلاقة التقريبية

٢ ـ حساب الانحراف الربيعى .

رابعاً : (١٥ درجة) :

يمثل الجدول التالى استهلاك الطاقة الكهربائية المنزلية السنوات ١٩٩٣ ـ ١٩٩٥ بالكيلووات ساعة مخططة من أثر الاتجاه العام خلال المواسم الأربعة لاحدى الاسر فى مدينة الاسكندرية :

السنة / الموسم	١٩٩٥	١٩٩٥	١٩٩٥
الصيف	٩٦	٨٩	١٤٠
الخريف	١١٥	١٠٣	٨٩
الشتاء	٩٦	٨٢	١٠٥
الربيع	١١٢	١٠٠	٩٩

المطلوب :

١ ـ حساب الدليل الموسمى

٢ ـ الحصول على نسبة التغيرات الدورية والعشوائية .

السؤال الثالث (٣٠ درجة)

خامساً : (١٥درجة) :

أوجد معامل الالتواء للبيانات التالية :

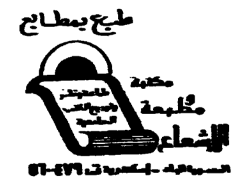
٢ ، ٤ ، ٧ ، ١١ ، ١٦

سادساً : (١٥درجة) :

اوجد معامل التوافق بين الحالة الاجتماعية والجنسية للتوزيع التكرارى التالى:

	أفريقيا	اسيا	أوروبا	أمريكا
لم يسبق لها الزواج	١٠	٥	٣١	٢٤
أرملة	٨	٣	٦	٣
مطلقة	٢	٢	٣	٣

﴿ تم الكتـاب بحمـد الله ﴾


طبع بمطابع
مكتبة
ومطبعة
الإشعاع